

١٠



حکومەتی هەرێمی کوردستان - عێراق  
وەزارەتی پەروەردە - بەڕێوەبەرایی گشتی پرۆگرام و چاپەمەنیەکان

# بیرکاری بو هه‌مووان

کتیبي خويندکار  
پولی دهيه‌می زانستی

چاپی هه‌شته‌م  
٢٠١٥ ز / ٢٧١٥ کوردی / ١٤٣٦ ک

سەرپەرشتی هونەری چاپ

عوسمان پیرداود کواز

ناری محسن احمد

بہشی 1 ژمارہ کان و کردارہ کان

NUMBERS AND OPERATIONS

بہشی 2 نہخشہ کان

FUNCTIONS

بہشی 3 برہ کان و نہخشہ دوو جا کان

QUADRATIC EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 4 برہ کان و نہخشہ رادہ دارہ کان

POLYNOMIAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 5 برہ کان و نہخشہ ریژہ ییہ کان

RATIONAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

بہشی 6 ئہ گہر و ئامار

PROBABILITY AND STATISTICS

بہشی 7 ئہ ندازہ

GEOMETRY

بہشی 8 سیگوشہ زانی

TRIGONOMETRY



## 2 NUMBERS AND OPERATIONS ژماره‌کان و کرداره‌کان

1

- 4 ..... Operations with Numbers کرداره‌کان له‌سه‌ر ژماره‌کان 1
- 9 ..... Equations هاوکی‌شه‌کان 2
- 15 ..... Inequalities لاسه‌نگه‌کان 3
- 21 ..... Powers and Radicals هیژه‌کان و په‌گه‌کان 4
- شیکارکردنی سیستمی هاوکی‌شه هی‌لییه‌کان به‌له‌جیاتیدانان 5
- 28 ..... Solving Linear Systems by Substitution
- شیکارکردنی سیستمی هاوکی‌شه هی‌لییه‌کان به‌لا‌بردن 6
- 33 ..... Sloving Linear Systems by Cancellation
- 38 ..... Radical Expressions بره‌په‌گییه‌کان 7
- 44 ..... پروژهی به‌ش: شی‌وازه‌کان له‌پی‌دراوه‌کاندا
- 46 ..... پی‌داچوونه‌وهی به‌ش
- 47 ..... تاقیکردنه‌وهی به‌ش
- 48 ..... تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو



50

## FUNCTIONS نه‌خشه‌کان

2

- 52 ..... Functions نه‌خشه‌کان 1
- 60 ..... Linear Functions نه‌خشه‌ی هی‌لی 2
- شی‌وه‌جیا‌وازه‌کانی هاوکی‌شه‌ی راسته‌هی‌ل 3
- 66 ..... Various Forms of the Equation of a Line
- ته‌ریب‌بوون و ئه‌ستوون‌بوونی راسته‌هی‌له‌کان 4
- 72 ..... Parallel and Perpendicular Lines
- شیکارکردنی سیستمی هاوکی‌شه هی‌لییه‌کان به‌پوونکردنه‌وهی 5
- 77 ..... Solving Linear Systems Graphically
- 83 ..... Absolute Value Functions نه‌خشه‌ی به‌های پروت 6
- هاوکی‌شه‌کان و لاسه‌نگه‌کان که به‌های پروت‌یان تی‌دایه 7
- 89 ..... Absolute Value Equations and Inequalities
- 96 ..... پروژهی به‌ش: پاشماوه‌کانی بو‌شایی
- 98 ..... پی‌داچوونه‌وهی به‌ش
- 99 ..... تاقیکردنه‌وهی به‌ش
- 100 ..... تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو





104	..... Quadratic Functions	1
112	..... Factoring Quadratic Expressions	2
	شیکاکردنی پرچه برییه دووجاكان	
	شیکاکردنی نهخشی دووجا به تهواوکردنی دووجای	3
119	..... Sloving Quadratic Function by Completing The Square	
	شیکاکردنی نهخشی دووجا به یاسا (دهستور)	4
126	..... Sloving Quadratic Function by Formula	
132	..... Quadratic Inequalities	5
	لاسهنگه دووجایهكان	
138	..... پروژهی بهش: جیاوازی چیه	
140	..... پیډاچوونهووی بهش	
141	..... تاقیکردنهووی بهش	
142	..... تاقیکردنهووی کهلهکه بوو	



146	..... Polynomials	1
152	..... Polynomial Functions	2
	لیکدان و دابه شکردنی راده دارهكان	3
159	..... Multiplying and Dividing Polynomials	
	هاوکیشه و لاسهنگه راده دارهكان	4
168	..... Polynomial Equations and Inequalities	
174	..... پروژهی بهش: سامیل «نمونه» چیه	
176	..... پیډاچوونهووی بهش	
177	..... تاقیکردنهووی بهش	
178	..... تاقیکردنهووی کهلهکه بوو	



## برهكان و نهخشه ريژهييهكان

### RATIONAL EXPRESSIONS AND FUNCTIONS

180

5

- 1 گوراني پيچهوانه ونهخشه هه لگهراوه  
182 ..... Inverse variation and Inverse Function
- 2 نهخشه ريژهييهكان Rational Functions  
188 .....
- 3 ليكدان و دابه شکردني بره ريژهييهكان  
195 ..... Multiplying and Dividing Rational Expressions
- 4 كوكردنه وه و ليدهرکردني بره ريژهييهكان  
201 ..... Adding and Subtracting Rational Expressions
- 5 هاوكيشهكان و لاسهنگه ريژهييهكان Rational Equations and Inequalities  
207 .....
- 6 نهخشهكاني رهگي دووجا Radical Functions  
213 .....
- پروژهي بهش: كام ناوهند هه لده بژيريت؟  
218 .....
- پيداچوونه وهي بهش  
220 .....
- تافيكردنه وهي بهش  
221 .....
- تافيكردنه وهي كه له كه بوو  
222 .....



## ئهگهر و ئامار

### PROBABILITY AND STATISTICS

224

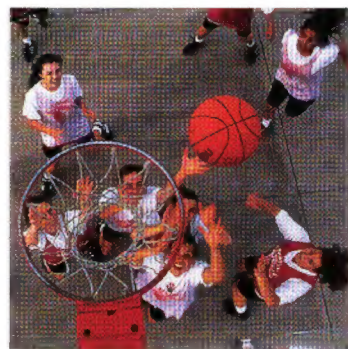
6

- 1 دهروازه يهك بو ئهگهر Introduction to Probability  
226 .....
- 2 گوپينهكان و پيزکردنهكان  
235 ..... Permutations and Arrangements
- 3 گونجينهكان Combinations  
241 .....
- 4 كوكردنه وهي ئهگهرهكان Adding Probabilities  
246 .....
- 5 رووداوه سهريه خويهكان Independent Events  
251 .....
- 6 پيوهرهكاني په رتبون Measures of Dispersion  
256 .....
- پروژهي بهش: ئه ي گهشتيار له گه ل خوتم بهره  
262 .....
- پيداچوونه وهي بهش  
264 .....
- تافيكردنه وهي بهش  
265 .....
- تافيكردنه وهي كه له كه بوو  
266 .....

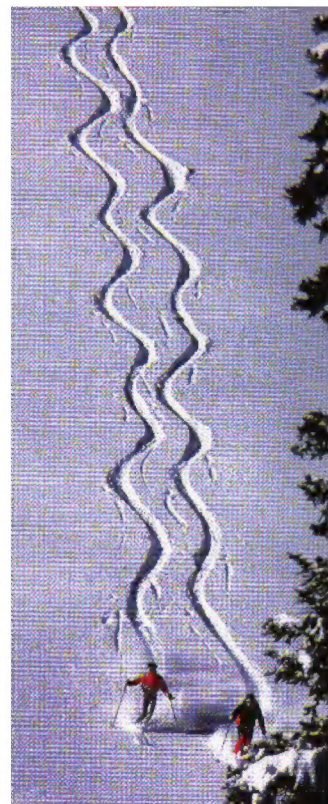




- 1 ھەندىك لە دەسپىكەكانى ئەندازەى ئىقليدس  
270 ..... Building of Euclidean Geometry
- 2 راستەھىلەكان و پروتەختەكان لە بۆشاييدا  
278 ..... Lines and Planes in Space
- 3 وىنە بىنراوەكان Perspective Drawing  
286 ..... Perspective Drawing
- 4 چەندلا پىكەكان Regular Polygons  
294 ..... Regular Polygons
- 5 ھاوپىژەى ئەندازەىى Geometric Proporiton  
301 ..... Geometric Proporiton
- 6 بازە Circle  
308 ..... Circle
- پرۆژەى بەش: بىركارى سەرسامكەر  
316 ..... پرۆژەى بەش: بىركارى سەرسامكەر
- پىداچوونەوھى بەش  
318 ..... پىداچوونەوھى بەش
- تاقىكردنەوھى بەش  
319 ..... تاقىكردنەوھى بەش
- تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو  
320 ..... تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو



- 1 شىكارکردنى سىگۆشەى وەستاو Solving Right Triangle  
324 ..... Solving Right Triangle
- 2 گۆشەكانى خولانەوھ Angles of Rotation  
331 ..... Angles of Rotation
- 3 پىوانەى بازەىى Radian Measure  
337 ..... Radian Measure
- 4 ھاوئەنجامە سىگۆشەىىە بنەرەتییەكان  
343 ..... Fundamental Trigonometric Identities
- پرۆژەى بەش: چەرخى شارى يارى  
348 ..... پرۆژەى بەش: چەرخى شارى يارى
- پىداچوونەوھى بەش  
350 ..... پىداچوونەوھى بەش
- تاقىكردنەوھى بەش  
351 ..... تاقىكردنەوھى بەش
- تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو  
352 ..... تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو







بهشی یه کهم

# ژماره کان و کرداره کان

## Numbers and Operations

1. کرداره کان له سهه ژماره کان.

2. هاوکی شه کان.

3. لاسه نکه کان.

4. هیژه کان و ره گه کان.

5. شیکارکردنی سیستمی هاوکی شه هیلییه کان به له جیاتیدانان.

6. شیکارکردنی سیستمی هاوکی شه هیلییه کان به لابریدن.

7. بره ره گیه کان.

پرۆژهی بهش

پیداچوونه وه

تاقیکردنه وهی بهش

تاقیکردنه وهی که له که بوو



# ژماره‌کان و کرداره‌کان

## Numbers and Operations

به‌شی

1

شیوازه جیاوازه‌کان به دریاچی چاخه‌کان سهرنجی مروّقایه‌تیا و له وولاته جیا جیاکاندا راکیشاوه که هندیکیان گیشتونته نه و برپایه‌ی که جوانیه‌کی بی وینه‌یان هیه. له‌مانه شارستانییه‌تی کۆنه‌کان وه‌ک شارستانییه‌تی وولاتی نیوان دوو پووبار و پۆژه‌ه‌لاتی ناوه‌راست و باشووری ئه‌فریقا و پۆژئاوای ئه‌مریکا، شیوازی وایان ناسیوه که جیگای به‌سهر ژیانیه‌وه جی هیشتووه و زور و له جیماوه هونه‌ریانه کاریانکردۆته سهر که جیگای ستایشی شیوازه جوانه‌کانن.

له جیهانی ته‌کنه‌لۆژیای هاوچه‌رخدا شیوازه‌کان پێساکانی زور له دۆزینه‌وه‌کانی زانستی و بیرکاری ئاماده ده‌کات. زاناکان شیوازه‌کان بۆ لیکۆلینه‌وه سروشت و تیگه‌یشتن و خه‌ملاندنی نه‌زانراوه‌کانی تیايدا به‌کارده‌هێنن. هه‌روه‌ها زانا بیرکارییه‌کان به‌دوای شیوازه پێگه‌کان ده‌گه‌رێن له‌کاتی لیکۆلینه‌وه‌یان بۆ ژماره‌کان. ده‌کرێ شیوازه‌کان وه‌ک ئامرازکی کارا بۆ شیکاری پرسیاره‌کان به‌کاربێت.

وانه‌کان

1. کرداره‌کان له‌سهر ژماره راستییه‌کان.
  2. هاوکێشه‌کان.
  3. لاسه‌نگه‌کان.
  4. هیزه‌کان و په‌گه‌کان.
  5. شیکارکردنی سیستمی هاوکێشه هیلاییه‌کان به‌له‌جیاتیدانان.
  6. شیکارکردنی سیستمی هاوکێشه هیلاییه‌کان به‌لابردن.
  7. بپه‌ په‌گییه‌کان.
- پروژه‌ی به‌ش





جيولوجىيەكان ئامرازى چاودىرىكىردىنى بومۇلەرزە  
بەكار دەھىن بۆتۇمارى شىۋازى ھىزەكانيان

### سەبارەت بە پرۆژەى بەشەكە

شىۋازەكان يارىدەدەرت دەبىت بۇ دۆزىنەۋەى شىكار لە پىدراۋەكانى پرسىيارەكە. جەبر ئامرازى ئاسانكارىت بۇ دەكات بۇ گىشتاندىن و خەملاندن بەپشت بەستىن بە شىۋازەكان. لە پرۆژەى ئەم بەشەدا بە شىۋازە بىركارىيەكان ئاشنا دەبىت لە لاکىشە زىپىنەكان و كۆمەللىك لە شىۋە بازىيەكان. پاش تەۋابوۋى ئەم پرۆژەى لەتواناتدا دەبىت. شىكىردنەۋەى شىۋازەكان لە پىدراۋەكاندا بەبەكارھىنانى خشتەكان و خالە پوونكراۋەيەكان.



# کرداره‌کان له‌سه‌ر ژماره‌کان

## Operations With Numbers



### ئامانجه‌کان

- کۆمه‌له جیاوازه‌کانی ژماره‌کان و په‌یوه‌ندی نۆوانیان جیاوه‌کاته‌وه.
- سیفه‌ته‌کانی کرداره‌کان له‌سه‌ر ژماره پاستیه‌کان و به‌کاره‌ینانیان ده‌ناسیت.
- به‌های بڕیکی ژماره‌یی به‌به‌کاره‌ینانی پیزه‌ندی کرداره‌کان هه‌ژمیر ده‌کات.



بۆچی

له ژبانی پۆژانه‌ماندا ژماره جۆراوجۆره‌کان به‌کارده‌یه‌نین وه‌ك 32 پله بۆ ده‌ربڕینی گه‌رمی كەش وه‌هوا، هه‌روه‌ها ژماره‌ی ده‌یی وه‌ك 41,25 هه‌زار دینار به‌های كه‌لویه‌لیك بێت

له پۆله‌کانی پابردوودا جۆری جیاوازی له ژماره‌کان ناسیوه.

### Sets of Number

ژماره سروشتیه‌کان Natural Numbers  $0; 1; 2; 3; 4; \dots$   
 ژماره ته‌واوه‌کان Integers  $\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots$   
 ژماره پڕژه‌یه‌یه‌کان Rational Numbers  $\frac{a}{b}$  کاتیك  $a, b$  ژماره‌ی ته‌واو بن،  $b \neq 0$ .  
 ژماره ناپڕژه‌یه‌یه‌کان Irrational Numbers ئەو ژمارانه‌ن كه به‌شی لای پاستی فاریزه‌كه ناكۆتا و نادووباره بوو ده‌بێت.  
 ژماره پاستیه‌یه‌کان Real Numbers هه‌موو ژماره پڕژه‌یی و ناپڕژه‌یه‌یه‌کان

### ژماره پاستیه‌یه‌کان



هێلکاری فن (Venn) كه له به‌پامبه‌ردا هاتووه په‌یوه‌ندی نۆوان کۆمه‌له جۆراوجۆره‌کانی ژماره‌کان دیاریده‌کات. بۆ جیاکردنه‌وه‌ی ژماره پڕژه‌یه‌یه‌کان و ناپڕژه‌یه‌یه‌کان، له بیرت بێ كه ژماره پڕژه‌یه‌یه‌کان به‌شی ده‌یه‌یه‌كه‌ی كه كه‌وتۆته لای پاستی فارزه‌كه دوا هاتووه یان دووباره‌بووه. ئەگەر ژماره‌ی پڕژه‌یی دووباره‌بوو بێت ده‌توانیت ئەم نموونه‌یه‌ی خواره‌وه بنوسیت:  $3.21\overline{6} = 3.2161616\dots$

ئەم ژمارانه‌ی خواره‌وه پۆلێن بکه له‌گه‌ڵ باسکردن.

$-2.77$   $15.121221222\dots$   $178.131313\dots$

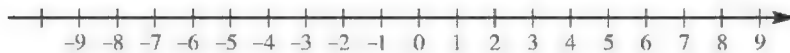
شیکار

ژماره‌ی یه‌که‌م پڕژه‌یه‌یه‌ چونکه به‌شی لای پاستی فارزه‌كه دوا هاتووه، ژماره‌ی دووه‌میش پڕژه‌یه‌یه‌ چونکه به‌شی لای پاستی فارزه‌كه دووباره‌بووه، به‌لام ژماره‌ی سێیه‌م ناپڕژه‌یه‌یه‌ چونکه به‌شی لای پاستی فارزه‌كه دوانه هاتووه و دووباره‌بوو نیه.

### نموونه

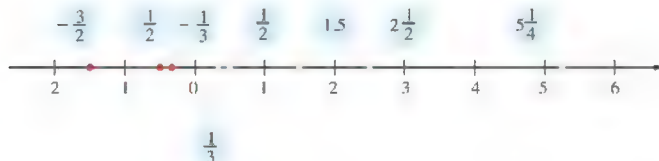


كومه لى ژماره راستيه كان سيفه تيكي گرنگى ههيه. ده توانيت هر ژماره يه كي راستى بنويښت به خاليك له سر هېلىكي راستى ئاراسته كراو كه پيى ده و ترټ ته وهرى ژماره كان و ههروه ها هر خاليكي سر هم ته وهره يه ته نها يه ك ژماره ي راستى ده نويښت.



له سر ته وهرى ژماره كان هم ژمارانه بنويښت  $-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1.5, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, 5\frac{1}{4}$

شيكار



نمونه

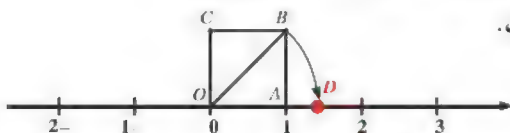
چون  $\sqrt{2}$  له سر ته وهرى ژماره كان ده نويښت؟

شيكار

ژماره  $\sqrt{2}$  تيره ي چوارگوشه يه ك ده نويښت كه دريژى لاهى 1 يه كه ي دريژى بيت.

له م تيبينيه وه ده توانيت به م كاره ي ديت هه لسي.

1. چوارگوشه  $ABCO$  بكيشه



2. ويښه ي خالي B بكيشه به خولانه وه يه ك (چه كه ي خالي بنه پرت O) بيت كه خالي B

ده گوازيته وه بو خالي D له سر ته وهرى ژماره كان. خالي D ژماره  $\sqrt{2}$  ده نويښت.

نمونه

هه لبد ده توانيت ژماره  $\sqrt{5}$  له سر ته وهرى ژماره كان بنويښت؟ باسيكه.

## Operations With Real Numbers

## کرداره كان له سر ژماره راستيه كان

سيفه ته كانى كوكرده وه و ليكدان يارمه تيت ده دات له سر جيبه جيكردى كرداره ژميريه كان به خيراى و به ناسانى. هم سيفه تانه ش له م خشته ي خواره وه پرون كراوه ته وه.

سيفه ته كانى هه ردوو كردارى كوكرده وه و ليكدانى ژماره راستيه كان

ليكدان	كوكرده وه	سيفه ت
$a \times b = b \times a$	$a + b = b + a$	نالوگور
$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$	$a + (b + c) = (a + b) + c$	يه كتر يه ستن
$a \times 1 = a$	$a + 0 = a$	دانه ي بى لايه نى سفر ويه ك له كردارى
$b \times \frac{1}{b} = 1; b \neq 0$	$a + (-a) = 0$	كوكرده وه ي وليكدان يه ك له دواى يه ك
	$a(b + c) = ab + ac$	پيچه وانه و هه لكه پراوه
		«دژه كوكرده وه و دژه ليكدان»
		به شينه وه ي ليكدان به سر كوكرندا



## نمونہ

نہم برہ جہیریہ  $(a+2)(b+3)$  بکەرہوہ.

شیکار

$$\begin{aligned}(a+2)(b+3) &= a(b+3) + 2(b+3) \\ &= ab + 3a + 2b + 6\end{aligned}$$

سیفہتی بهشینہوہ بهکار بهینہ  
سیفہتی بهشینہوہ بهکار بهینہ

ههولبده بری جہیری  $(a+b)(c-d)$  بکەرہوہ و هوئی هەر ههنگاوێک دهریخه.

## نمونہ

کاتیك بازارگانیک داشکندن به بری 25% له نرخى کالایهك دهخاتهروو و نرخه تازهکەى دهبیته  $t = c - 0.25c$ .

که  $t$  نرخه تازهکەیه و  $c$  نرخى بنهرتیه، پرونیبکهوہ که  $t = 0.75c$   
شیکار  $t = c - 0.25c = 1 \times c - 0.25 \times c = (1 - 0.25)c = 0.75c$

جیهه جیکردن

بازرگانی

ههولبده پرونیبکهوہ که نرخى تازهى کالایهك، نرخه بنهرتیهکەى  $c$  بیته پاش بهرزکردنهوہى نرخهکەى به پێژەى  $r\%$  دهبیته  $t = \left(1 + \frac{r}{100}\right)c$ .

## Order of Operation

## پیزبهندی کردارهکان

بوئهژمێرکردنی بههای بریکی ژمارهیی پێویسته کرداره ژمێرییهکان جیهه جیکهیت بهپێی نهه پیزبهندییهی لای خوارهوہ.

1. برهکان نهژمێرکه بکه لهناو هیماکانی کوپوهکاندا (رموز التجميع)، وهک کهوانه و کهرتهکان بهپێی ههنگاوکانی 2 تا 4.
2. هیزهکان نهژمێر بکه.
3. لیکبهو دابهشکه یهک لهداوی یهک له چهپهوه دهستپیکه.
4. کو بکهوه و لیکدهربکه یهک لهداوی یهک له چهپهوه دهستپیکه.

بههای بری  $\frac{2^2(12+8)}{5}$  نهژمێرکه بکه بهبهکارهینانی پیزبهندی کردارهکان.

شیکار

$$\begin{aligned}\frac{2^2(12+8)}{5} &= \frac{2^2 \times 20}{5} \\ &= \frac{4 \times 20}{5} \\ &= \frac{80}{5} \\ &= 16\end{aligned}$$

بری ناو کهوانهکه ههژمێرکه.  
تواناکان نهژمێر بکه  
لیکدانیکه  
دابهشکه.

## نمونہ

ههولبده بههای  $\frac{18-2 \times 5}{15+3(-3)}$  ههژمێر بکه بهبهکارهینانی پیزبهندی کردارهکان.

ماموستا داوای له قالا و لانا و سهروین کرد نهه برهیه  $\frac{8-3}{5-2}$  ههژماربکهن بهبهکارهینانی بژمێر. ههریهکەیان به پێگایهکی جیاواز بژمێریان بهکارهینا.

بهرکردنهوہی رهخنهگرانه

قالا:  $\frac{8-3}{5-2}$   
لانا:  $\frac{(8-3)}{5-2}$   
سهروین:  $\frac{(8-3)}{(5-2)}$

تۆش بژمێر بهکار بهیننه و وهلامهکەت بهراورد بکه لهگهڵ وهلامهکانیان.  
کامیان پهچاوی پیزبهندی کردارهکانی کردوه.

## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەم وشانەى خوارەو چى دەگەيەنیت بۆتۆ پرونیبکەرەو: ئالوگۆڤ، یەکتربەستن، بەشینەو، بەپپی ھەردوو کرداری کۆکردنەو و لیکدان بە ھینانەو، نموونە باسیان بکە.

## راھبەن ئاراستە کراو

2 پۆلینی ئەم دوو ژمارەى  $\frac{2}{3}$  و  $-2.131331333 \dots$  بکە بە ھەموو ئەو پێگایانەى لە توانادایە.

ھەر یەك لەم برانە بە سادەترین شیۆ بنووسە بە دەریپینی ھۆی ھەر ھەنگاوێك.

$$\frac{3(8+2)}{2}$$

5

$$-3a+3a$$

4

$$2(a+b)$$

3

$$-5(4y^2)$$

8

$$\frac{1}{4}(4 \times 5)$$

7

$$\frac{7-1}{5-2}$$

6

9 بازگانی ئەگەر ھیمای گۆراوى  $a$  بۆقیستی سالانەى دلنایى لەسەر ئۆتۆمبیل بێت و

ھیمای گۆراوى  $m$  بۆقیستی مانگانە بێت، ئەوا پێسای  $m = \frac{a}{12} + \frac{0.06a}{12}$  چۆنیەتى

ھەژمێرکردنى قیستی مانگانە دیاردەكات کە پێویستە بدرێت. پرونیبکەرەو کە دەتوانیت ئەم

یاسایە بەم شیۆیە  $m = \frac{1.06a}{12}$  دیاریبکەیت. ھۆی ھەر ھەنگاوێك بلی.

ھەژمارى ئەم برانە بکە بەبەکارھێنانى ریزبەندى کردارەکان.

$$(7-3^2)^2$$

11

$$5^2+8+4-2$$

10

$$2[14-3(6-1)^2]$$

13

$$\frac{5 \times 6 + 3 \times 7}{12}$$

12

## جێبەجێکردن



شارەزاكە زیانەكانى ئۆتۆمبیلەكە  
ھەڵدەسەنگێتى كە خۆى كێشاو بە  
ئۆتۆمبیلیكى تر

## راھبەن جێبەجێکردن

ئەم ژمارانە پۆلینبکە.

$$\pi$$

17

$$1.0\overline{63}$$

16

$$\frac{2}{5}$$

15

$$\sqrt{3}$$

14

$$5.121121112 \dots$$

21

$$\frac{15}{2}$$

20

$$\frac{9}{3}$$

19

$$\frac{\sqrt{36}}{2}$$

18

ئەم ژمارانە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنوینە.

$$\sqrt{10}$$

25

$$1.5$$

24

$$3.\overline{6}$$

23

$$\frac{13}{2}$$

22

ھەر برێك بە بەکارھێنانى ریزبەندى کردارەکان ھەژماربکە.

$$6+3-(10-3)^2$$

27

$$16 \div 2 \times 6 - 1$$

26

$$5 \times (2-3)^2$$

29

$$30-3 \times 2+6 \div 3$$

28

سیفەتى بەکارھێنراو بۆ ھەر یەكە لەمانە دیاریبکە.

$$(25x)y = 25(xy)$$

31

$$a(3b) = (3b)a$$

30

$$a+2-x = 2-x+a$$

33

$$(5+3)+2 = 5+(3+2)$$

32

$$\frac{3}{x} \times \frac{x}{3} = 1 ; x \neq 0$$

35

$$\frac{1}{a} \times a = 1 ; a \neq 0$$

34

$$2x + (-2x) = 0 \quad \boxed{37}$$

$$-7 + 7 = 0 \quad \boxed{36}$$

$$63 = 1 \times 63 \quad \boxed{39}$$

$$1(3x) = 3x \quad \boxed{38}$$

$$2(3 - x) = 6 - 2x \quad \boxed{41}$$

$$a(x^2 + x) = ax^2 + ax \quad \boxed{40}$$

بەھای ئەم برانە بەبەکارھێنانی بژمیری زانستی ھەژمار بکە.

$$2^2(2+3)+5 \quad \boxed{44}$$

$$6 \div 3 \times 2 \quad \boxed{43}$$

$$3 \times 2^2 + 3 \quad \boxed{42}$$

$$2^{(3-1)} + (3-1) \quad \boxed{47}$$

$$-3 \times 25 + 16 \quad \boxed{46}$$

$$6 \div (3-1) \times 5 \quad \boxed{45}$$

$$2 \times 4 + \frac{14}{5+2} \quad \boxed{50}$$

$$\frac{8-2}{3} + (2+1) \quad \boxed{49}$$

$$(2^2 + 1) + 4 \div 2 \quad \boxed{48}$$

دەکرێ ژمارەیکە پێژەیی و ناپێژەیی بێت لەھەمان کاتدا؟ \boxed{51}

ئایا دەتوانیت ژمارەی  $\pi$  لەسەر تەویری ژمارەکان بنوێنیت؟ پروونیکیکەو. \boxed{52}

**نامار** پۆژان دەیهوێت ناوەندی ئەم ژمارانە 8، 10، 14، 16، ئەژمێرکات کە لە بژمێرکەیدا \boxed{53}

دایناو بەم شیوەیە:  $\boxed{8} + \boxed{10} + \boxed{14} + \boxed{16} \div \boxed{4} = \boxed{\phantom{00}}$  و لە ئەنجامدا 36 ی دەستکەوت. ئایا پۆژان راستی کردوو؟ پێویست بوو لە بژمێرکەیدا چی دابنێ باسیکە؟

**دەروازەیکە لەسەر شارستانییهتی میزۆپۆتامیا (عێراق)** بابلییەکان ژمارە پێژەییەکانیان بۆ نزیککردنەوە لە ژمارە ناپێژەییەکان بەکارھێناو. و زانیویانە کە تیرە ی چوارگۆشە دەکاتە  $\sqrt{2}$  لیکبدرێت لە درێژی لایەکی، و ژمارە 1.4142 یان بەکارھێناو وەک بەھای  $\sqrt{2}$  بەکارھێناو و وایان داناو کە ژمارە 1.4142 نزیکە لە  $\sqrt{2}$  بۆ کاری پێداویستیە ھەژمارکردنەکانیان. \boxed{54}

بژمیر بەکارھێنە بۆ دۆزینەوێ بەھای  $\sqrt{2}$ .

ئایا ئەم بەھایی دەستکەوتوو لە بژمێرکەو لەسەرکاغەز بینوسە، پاشان سەرلەنوێ \boxed{55}

بیخە ناو بژمێرکە و ھەژماری دووجاکە بکە. ئایا ژمارە 2 دەردەچێت؟ پروونیکیکەو. یەکیک لە دەزگاگان مانگانە 2000 دینار بۆ ھەر فەرمانبەرێک دەیات بە سیستمی دڵنایای تەندروستی. ئەمەش نیوێ ئەو پرە دەنوێنێت کە فەرمانبەرەکان بۆ ھەمان مەبەست مانگانە دەیدن، بری پارە دراو لە سالیکیدا بۆ دڵنایای تەندروستی ئەو فەرمانبەرە چەندە لەلایەن فەرمانبەرەکەو؟

## روانین بۆ دواو

ھەژماری ئەم برانە بکە و وەلامەکان بە سادەترین شیۆ ئەگەر کرا بنوسە.

$$10 \div \frac{5}{6} \quad \boxed{59}$$

$$21 \div \frac{7}{8} \quad \boxed{58}$$

$$\frac{6}{11} \times \frac{2}{3} \quad \boxed{57}$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{1}{2} \quad \boxed{56}$$

نەم ھاوکیشانە شیکاریکە.

$$\frac{x}{3} + 9 = 2 \quad \boxed{61}$$

$$3(x-5) = 4 \quad \boxed{60}$$

$$\frac{1}{5}x - 4 = 3(x-5) \quad \boxed{63}$$

$$3x - 5 = x + 12 \quad \boxed{62}$$

## روانین بۆ پیشەو

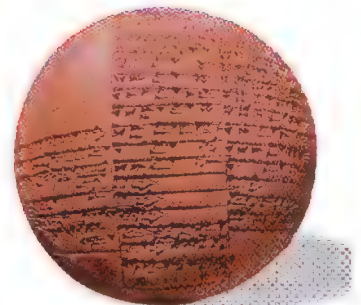
شیکارکردنی ھاوکیشەکان وا دەکات کە پێویستی بەبەکارھێنانی ھەموو جوړە ژمارەکان بیت. شیکاری ھاوکیشە 5 = x + 7 ژمارەیکە سالبە سەرپرای ئەوێ ھاوکیشەکە تەنھا ژمارە مۆجەبی تێدایە، و شیکاری 5 = 2x ژمارەیکە پێژەییە سەرپرای ئەوێ ھاوکیشەکە تەنھا ژمارە تەواوی تێدایە.

ئایا نموونەیکە نوێ بۆ ھاوکیشەیک بەھێنەرەو جگە لە ژمارە ناسالب ژمارەیکە تری تێدانەبێت و بەلام شیکارەیکە ژمارە سالب بێت.

ب) نموونەیکە نوێ بۆ ھاوکیشەیک بەھێنەرەو جگە لە ژمارە تەواو ژمارەیکە تری تیانەبێ و بەلام شیکارەیکە ژمارە ناتەواو بێت.

بەرەنگاری

بەستنهو



جێبەجێکردن

دەروازەیکە لەسەر میزۆپۆتامیا

دۆلی میزۆپۆتامیا دەکەوێتە نیوان ھەردوو پرووباری دیجلە و فوراتەو، لەو شوێنە کە ھەردوو پرووبارەکە سەرچاوە دەگرن تا یەک دەگرنەو و دەپێژنە ناو دەریای کەنداوی عەرەبی. بەو شوێنە و تراو میزۆپۆتامیا کە لەم دوایدا عەرەبەکان ئەو دۆلەیان ناونا (وادی الرافیدی) واتە دۆلی ھەردوو پرووبارە.





وانەى  
2

## هاوكيشهكان Equations



بۆچى  
دەتوانىن شىكارى زۆر تە  
بىر سيارەكانى زىانى پۇزاتە  
بەپەكارهيتانى هاوكيشهكان  
تەنجام يەدەين كەلە ئەرازوو  
تەجىت و هاوتايى وادەكات  
پىردارى يەكسانى ئەكەل ھەردوو  
ئاي ئەرازووگە تەنجام يەدەين  
(يان ھەر لايەكى هاوكيشهكە)

### نامانجەكان

- سىفەتەكانى يەكسانى
- دەتاسىت و بەكار ياندېت
- هاوكيشە ھېلىيەكان
- دەنوسىت و بەجەپى و
- بەروونكردنەوھى شىكارىان
- دەكات
- هاوكيشە زۆر گۇراوھكان
- شىكار دەكات بە
- ھەژماركردنى يەككىيان
- بەپىئى ئەوانى تر.

هاوكيشە Equation برىتييە لە يەكسانبوونى نىوان دوو بر گۇراوئىك يان زياترى تىدايە پىي دەوترىت نەزانراو Unknown .

$$12x = 10 \text{ هاوكيشە يەكى يەك گۇراوھ كە ئەوئىش } x \text{ ە.}$$

$$2x + 3y = 12 \text{ هاوكيشە يەكى دوو گۇراوھ كە برىتين لە } x \text{ و } y .$$

ھەر ژمارەيەك پاسادانى هاوكيشەكە بكات بەلەجياتيدانان (واتە بىگۇرپىت بۆ يەكسانبوونىكى راست پاش دانانى ژمارەكە لەجياتى نەزانراوھكە) پىي دەوترىت پەكى Root هاوكيشەكە. ژمارەى  $\frac{5}{6}$  بۆ نمونە پەگە بۆ هاوكيشەى  $12x = 10$  چونكە بەدانانى ئەو ژمارەيە لەجياتى نەزانراوھكە وادەكات يەكسانەكە تەواوبىت:  $12 \times \frac{5}{6} = 10$

شىكاركردنى هاوكيشە برىتييە لە دۆزىنەوھى كۆمەلە ژمارەيەك كە پەگەكانى هاوكيشەكەن، ئەو كۆمەلەيە پىي دەوترىت كۆمەلە شىكارى هاوكيشەكە Solution Set of equation . دەشيت ئەو كۆمەلەيە تەنھا يەك دانەى تىدابىت و ھەر وھە دەشيت لە يەك دانە زياترى تىدايى و يانىش دەكرى ناكوتا دانەى تىدايى. و دەشيت كۆمەلەى شىكار ھىچ دانەيەكى تىدانەبىت، واتە كۆمەلەكە بەتال Empty Set  $\emptyset$  بىت.

سىفەتەكانى يەكسانبوون لە نىوان ژمارە راستىيەكان و سىفەتى لە جياتيدانان بەكاربەپنە لە كاتى شىكاركردنى هاوكيشەكان.

### سىفەتى يەكسانبوون Properties of Equality

$a = a$	سىفەتى وپنەدانەوھ
$a = b$ ئەگەر $b = a$ ئەوا	سىفەتى هاوجىبوون
$a = b$ ئەگەر $a = c$ ئەوا $b = c$ وھ	سىفەتى تىپەپوون
$a = b$ ئەگەر $a + c = b + c$ ئەوا	سىفەتى كۆكردنەوھ
$a = b$ ئەگەر $a - c = b - c$ ئەوا	سىفەتى لىدەركردن
$a = b$ ئەگەر $ac = bc$ ئەوا	سىفەتى لىكدان
$a = b$ ئەگەر $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ ئەوا كاتىك $c \neq 0$	سىفەتى دابەشكردن
$a = b$ ئەگەر $a = b$ بە لەجياتيدانانى $b$ لە $a$ .	سىفەتى لەجياتيدانان
لە ھەر دەستەواژەيەكى بىركارى دروستدا ھەر بە دروستى دەمىننەوھ.	

شىكاركردنى هاوكيشەكان بە سادەكردنى پەكان و كۆكردنەوھى ژمارەكان دەستپىدەكات.

## نمونہ

### جینہ جیکرڈن

### پلہکانی گھرما

1

دو جوڑہ پڑھ رہے ہیں پڑھائی پلہکانی گھرما: پڑھائی سہی (Celsius) و پڑھائی فہرہنہایت (Fahrenheit) و پڑھائی نیوان ہردو پڑھ رہے برتیبہ لہ  $F = \frac{9}{5}C + 32$  ہما  $F$  پلہ گھرما بہ فہرہنہایت و  $C$  ہما پلہ گھرما بہ پلہ سہی. لہ راگہ یاندنی کیش و ہوادا ہاتوہ کہ پلہ گھرما ئہمڑ 86 پلہ لہ سہر پڑھائی فہرہنہایتی. پلہ گھرما بہ پڑھائی سہی چہندہ؟

شیکار

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{پڑسا کہ}$$

$$86 = \frac{9}{5}C + 32 \quad \text{بہ دانانی 86 لہ جیاتی } F$$

$$86 - 32 = \frac{9}{5}C + 32 - 32 \quad \text{بہ دہرکردنی 32 لہ ہردوولای هاوکیٹشہ کہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$54 = \frac{9}{5}C \quad \text{سادہ کردن}$$

$$\frac{5}{9} \times 54 = \frac{5}{9} \times \frac{9}{5}C \quad \text{بہ لیکداننی ہردوولای هاوکیٹشہ کہ لہ } \frac{5}{9} \text{ بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیکدان}$$

$$30 = C \quad \text{سادہ بکہ}$$

$$C = 30 \quad \text{سیفہتی هاو جیبوون بہ کارہینہ}$$

## نمونہ

2

هاوکیٹشہی  $2x + 7 = 5x - 9$  شیکار بکہ.

شیکار

$$2x + 7 = 5x - 9 \quad \text{هاوکیٹشہ کہ}$$

$$2x + 7 - 7 = 5x - 9 - 7 \quad \text{بہ دہرکردنی 7 لہ ہردوولا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$2x = 5x - 16 \quad \text{سادہ بکہ}$$

$$2x - 5x = 5x - 16 - 5x \quad \text{بہ دہرکردنی } 5x \text{ لہ ہردوولا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی لیدہرکردن}$$

$$-3x = -16 \quad \text{سادہ بکہ}$$

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-16}{-3} \quad \text{بہ دابہ شکردنی ہردوولا بہ سہر 3- دا}$$

$$\text{بہ بہ کارہینانی سیفہتی دابہ ش}$$

$$x = \frac{16}{3} \quad \text{سادہ بکہ}$$

$$2 \times \frac{16}{3} + 7 = 5 \times \frac{16}{3} - 9 \quad \text{ساغبکہوہ:}$$

$$\frac{32 + 21}{3} = \frac{80 - 27}{3}$$

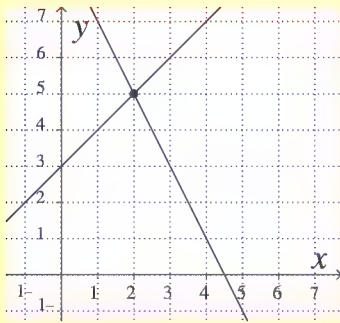
$$\frac{53}{3} = \frac{53}{3} \quad \text{راستہ}$$

$$x = \frac{16}{3} \quad \text{کہواتہ } x \text{ رگی هاوکیٹشہ کہیہ}$$

شیکاری هاوکیٹشہی  $3x + 12 = -5x + 24$  بکہ و ساگردنہوی شیکارہ کہش بکہ بہ لہ جیاتیدانان. **ہولبدہ**



## دوژینه وې شیکاری هاوکیشه کان به روونکردنه وېی Exploring Graphic Solution Method



1. ټو دوو بره په کسانه کامانه که ټم هاوکیشه یان

$$x + 3 = 9 - 2x$$

2. له هه مان پروتختی پوتانه کاند وینه ی هردوو راسته

$$y = x + 3 \text{ و } y = 9 - 2x \text{ بکیشه.}$$

3. بهای پوتانی سینی بۆ خالی په کترپرینی هردوو

راسته هیله که چنده؟

4. به له جیاتیدانان پاسادانی به هایه که بکه، ئایا ده بیته

شیکاری هاوکیشه که؟

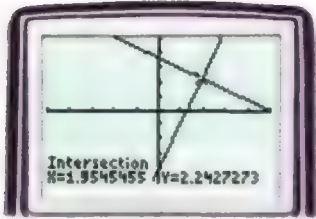
5. روونیکه وه چوڼ هاوکیشه ی  $2x + 1 = 2 - x$  به روونکردنه وېی شیکار ده که یت.

✓ خالی چاودیږی

### نورونه

3

هاوکیشه ی  $y = 3.24x - 4.09$  ،  $y = 0.72x + 3.65$  به روونکردنه وېی شیکار که.



شیکار

وینه ی راسته هیله ی  $y = 3.24x - 4.09$  و راسته هیله ی

$y = 0.72x + 3.65$  بکیشه به به کاره یانانی بژمیری روونکردنه وېی

یان کاغزی روونکردنه وېی و خالی په کترپرینی هردوو

راسته هیله که دیار که، پوتانی سینی خالی په کترپرینه که زور نژیکه

له ژماره 3 و له وانه یه 3.07 بیت. که واته شیکار که به نژیکه یی ده کاته 3.07.

هه ولېده هاوکیشه ی  $2.24x - 6.24 = 4.26x - 8.76$  به روونکردنه وېی شیکار که.

## Literal Equations

## هاوکیشه پیتییه کان

هاوکیشه ی پیتی ټو هاوکیشه یه که دوو گوراو یان زیاتری تیدایه. ټو هاوکیشانه یاساکانی

هه ژمیرکردنی روو بهر و قه باره کان ده گریته وه.

پزیشکه کان یاسایه که به کار ده یان بډه ستنیشانکردنی بری ټو دهرمانه ی که دهریته منداله کان

به پیی ټو وه ی دهریته گه وره کان، ټم یاسایه ش بریتییه له  $c = \frac{a}{a+12} \times d$  که بری ټو دهرمانه یه

که به مندالیک دهریته،  $a$  تمه نی منداله که بیت،  $d$  بری ټو دهرمانه یه که دهریته گه وره یه که.

شیکاری ټم هاوکیشه یه که به پیی گوراوی  $d$  (واته ټم گوراوه به پیی گوراوه کانی تر بدوژنه وه).

هاوکیشه که

$$c = \frac{a}{a+12} \times d$$

سیفه تی لیکدان به کار به یینه

$$c(a+12) = (a+12) \frac{a}{a+12} \times d$$

ساده که

$$c(a+12) = ad$$

سیفه تی به شینه وه به کار به یینه

$$\frac{c(a+12)}{a} = \frac{ad}{a}$$

ساده که

$$d = \frac{c(a+12)}{a}$$

### نورونه

4

## جیبه جیکردن

پزیشکی



بیرکردنەوێ پەخنەگرانە

هاوکێشەى نموونە ٤ بەپێى گۆراوى  $a$  شیکار بکە.

✓ خالى چاودیڤى

دوو هاوکێشە هاوتە **Equivalent** دەبن ئەگەر هەمان شیکاریان هەبێت. لەجیاتیدا نان بەکاربهێنە بۆ ئەوێ ساغبکەیتەوێ دوو هاوکێشەى  $86 = \frac{9}{5}x + 32$  ، و  $54 = \frac{9}{5}x$  هاوتان.

## راھێنان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

سێفەتى بەکارهێنراو بۆ شیکارى ئەم هاوکێشانە دیاریکە.

$$3x - 5 = 2x - 2 \quad \text{3} \quad x + 2.2 = \frac{x}{5} \quad \text{2} \quad 52 = -2.7x - 3 \quad \text{1}$$

$$4x - 7 = 4 \quad \text{4} \quad \text{باسیکە چۆن هاوکێشەیهکی هاوتای } 4x - 7 = 4 \text{ دەستدەکەوێت.}$$

$$\frac{2(x+3)}{7} = \frac{9(x-3)}{7} \quad \text{5} \quad \text{باسیکە چۆن هاوکێشەى } \frac{2(x+3)}{7} = \frac{9(x-3)}{7} \text{ شیکاردەکەیت بە پروونکردنەوێ.}$$

### راھێنانى ئاراستە کراو

ئەم هاوکێشانە شیکار بکەو شیکارەکانیش پاسادانبکە.

$$\frac{x}{5} + 3 = 4 \quad \text{7} \quad 4x + 12 = 20 \quad \text{6}$$

$$7 - 6x = 2x - 9 \quad \text{9} \quad -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} = 2 - 3x \quad \text{8}$$

$$Ax + By = C \quad \text{10} \quad \text{هاوکێشەى } Ax + By = C \text{ شیکار بکە، کاتیک } B \neq 0 \text{ بۆ هەژمێرکردنى } y \text{ بەپێى گۆراوەکانى ترهوه.}$$

### راھێنان و جێبەجێکردن

ئەم هاوکێشانە شیکار بکە.

$$-2x - 7 = 9 \quad \text{12} \quad 2x - 5 = 1 \quad \text{11}$$

$$20 = 6x - 10 \quad \text{14} \quad 5x - 3 = 12 \quad \text{13}$$

$$3x + 1 = \frac{1}{2} \quad \text{16} \quad 4 - 5x = 19 \quad \text{15}$$

$$7x = -2x + 5 \quad \text{18} \quad 4x + 80 = -6x \quad \text{17}$$

$$4x - 3 = x + 7 \quad \text{20} \quad 5x + 3 = 2x + 18 \quad \text{19}$$

$$\frac{1}{4}x - \frac{5}{2} = -2 \quad \text{22} \quad \frac{1}{5}x + 3 = 2 \quad \text{21}$$

$$\frac{1}{3}x = -x + 4 \quad \text{24} \quad \frac{1}{2}x + 2 = 0 \quad \text{23}$$

$$-\frac{1}{3}x + 1 = \frac{3}{2}x - 1 \quad \text{26} \quad x - 5 = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2} \quad \text{25}$$

$$\frac{1}{4}x - 3 = 6x \quad \text{28} \quad \frac{2}{3}x + 9 = \frac{1}{2}x + 4 \quad \text{27}$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{6}{5} = x - 3 \quad 30$$

$$\frac{1}{3}x - \frac{4}{3} = \frac{1}{6}x - 1 \quad 29$$

نەم ھاوکیڭشانە شیکار بکە و شیکارەکە بۆ نزیکتەین بەش لەسەد نزیکەکەو.

$$0.24x + 1.1 = 2.56x - 1.5 \quad 31$$

$$1.05x - 4.28 = +2.65x + 4.1 \quad 32$$

$$0.67x - 8.75 = -0.48x + 3.99 \quad 33$$

$$5.9(0.33x - 1.33) = -1.03x - 5.72 \quad 34$$

شیکاری نەم ھاوکیڭشانە بکە بە ھەژمارکردنی نەزانراوی دانراو لە نیوان دوو کەوانەیی بەرامبەردا بەپێی نەزانراوەکانی تر.

$$(b) \quad \frac{1}{2}bh = A \quad 35$$

$$(w) \quad P = 2l + 2w \quad 36$$

$$(r_2) \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad 37$$

$$(b_2) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 + b_2) \quad 38$$

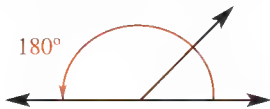
$$(h) \quad A = \frac{1}{2}h(b_1 - b_2) \quad 39$$

$$(u) \quad Y = \frac{u+1}{u+2} \quad 40$$

$$(x) \quad ax + b = cx + d \quad 41$$

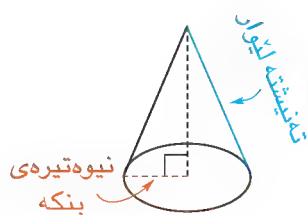
$$(d) \quad ax + b = cx + d \quad 42$$

نەگەر  $y = 4x + 7$  ھەبێت، لەجیاتیدانان بەکاربھێنە بۆئەوھێ ھاوکیڭشەیی  $-2x + y = 19$  شیکاریکەیی.



نەندازە پێوانەیی یەکیک لە دوو گۆشەیی یەکتەر پرکەر دەکاتە دوو ئەوئەندەیی گۆشەکەیی تر کە  $45^\circ$  ی بۆ زیادکرا بێت. ھاوکیڭشەییەک بنووسە و بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوھێ پێوانەیی ھەردوو گۆشەکە.

بەستەو



نەندازە یاسای  $A = \pi rs + \pi r^2$  پێدەدات بۆ ھەژمێرکردنی پووبەری قووجەک کاتی،  $A$  ھێمای پووبەری قووجەکە بێت،  $r$  نیوئەتیرەیی بنگەکە بێت و  $s$  درێژی تەنیشتە لیوارەکە بێت، یاساکە بنووسە بە ھەژمێرکردنی تەنیشتە لیوارەکە  $s$  بەپێی پووبەر  $A$  و نیوئەتیرەیی بنگەکە  $r$ .

بەرەنگاری



## روانیتیک بۆدواوه



نهم برانه ههژمير بکه بهبهکارهيتانی پزیهندی کردارهکان.

$$3(2 - (5 - 3) - 7) + 2 \quad 46$$

$$-(-5^2)^3 \quad 47$$

## روانیتیک بۆپیشهوه



نهم دهستهواژه بیرکاریانه چی دهگهیهنیت باسبکه.

$$y > -5 \quad 48$$

$$-3 < x < 3 \quad 49$$

$$-1 \leq y \leq 1 \quad 50$$

$$x \geq -3 \quad 51$$

# لاسهنگهكان Inequalities



## نامانجهكان

- لاسهنگهئى هئلى به يهك گۆپراو دهنوسئت و به جهبرى وبه پوونكردهوهيى شيكارى دهكات.
- لاسهنگه هئليه ئاوئتهكان به يهك گۆپراودا به جهبرى وبه پوونكردهوهيى شيكاردهكات.



## جيئهجيكردن خواردن

يهك له ليكۆلئنهوهكان دهريخستوه كه ئهوه كهسانهئى بېرى چهورى له خواردنهكانياندا كهمدكهنهوه بۆ كه متر له 20% له بههائى ئهوه گهرمۆكه گهرميهئى دهيوخۆن كه متر تووشى سهرئيشان دهبن، ئهگهرهئىماى  $c$  بۆ گهرمۆكهئى گهرمى خواردنى تاكيك دابنرئت، پئويسته ژمارهئى گهرمۆكهئى چهورى  $F$  زياتر نهبيت له 20% ئى  $c$  ئهوه بهرپىگاي رستهئى بيركارى  $F \leq 0.2c$  دهردهبردرئن. نمونهئى ئهم جوړه رستهئى پئيدهورئيت لاسهنگه Inequality. به شئوهيهكى گشتى ههر رستهئى بيركارى ئهم هئىمايانهئى  $(> ; < ; \geq ; \leq)$  تئىدابئت برىتييه له لاسهنگه. بۆ شيكارى لاسهنگهكان، سيفتهكانى لاسهنگه له نيوان ژماره راستييهكاندا بهكاربهئنه.

## سيفتهكانى لاسهنگه Properties of inequality

ئهگهر $a \leq b$ ، ئهوا $a + c \leq b + c$	سيفتهئى كۆكردهوه Addition Property
ئهگهر $a \leq b$ ، ئهوا $a - c \leq b - c$	سيفتهئى لئدهركردن Substraction Property
ئهگهر $a \leq b$ ، ئهوا $ac \leq bc$ كاتئىك $c > 0$	سيفتهئى ليكدان Multiplications Property
ئهوا $ac \geq bc$ كاتئىك $c < 0$	
ئهگهر $a \leq b$ ، ئهوا $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ كاتئىك $c > 0$	سيفتهئى دابهشكردن Division Property
ئهوا $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ كاتئىك $c < 0$	

ئهم سيفتهانهئى سهرهوه به راستى دهمئنهوه به بهكارهئنانى هئىماكانى ترى لاسهنگه.

كۆمهلهئى شيكارى Solution Set لاسهنگه برىتييه له كۆمهلهئى ژماره راستييهكانى كه به لهجياتيدانانى له لاسهنگهكهدا لاسهنگهكه راست دهبيت.

بۇ نموونه دوو ژماره راستى  $\frac{1}{2}$ ،  $-1$  دوو شىكارن بۇ لاسهنگه  $6x+1 < 13$ ، چونكه به لهجاتيدانانى هر يهكك له دوو ژماره به لهجاتى نه زانراوى  $x$  دوو لاسهنگه ژماره يى راستمان ده داتى.

$$\begin{array}{ll} 6x+1 < 13 & 6x+1 < 13 \\ 6(-1)+1 < 13 & 6\left(\frac{1}{2}\right)+1 < 13 \\ -6+1 < 13 & 3+1 < 13 \\ -5 < 13 & 4 < 13 \end{array}$$

راسته      راسته

ئايا ده توانيت هه ندئ شىكارى تر بۇ لاسهنگه كه ي پيشوو بدوزيته وه؟ به لهجاتى دانان ساغبه وه.

✓ خالى چاوديرى

## نومونه

1

لاسهنگه  $4x-5 \geq 13$  شىكاربه .

شىكار

$$\begin{array}{ll} 4x-5 \geq 13 & \text{لاسهنگه كه يه} \\ 4x-5+5 \geq 13+5 & \text{سيفه تى كوكرده وه به كاربه يته} \\ 4x \geq 18 & \text{ساده كردن} \\ x \geq \frac{18}{4} = 4.5 & \text{سيفه تى دابه شكردن به كاربه يته} \end{array}$$

كۆمهله شىكارى لاسهنگه كه ي پيشوو بريتييه له كۆمهله له ژماره راستمانه ي بچووكترين له 4.5.

هه ولبده لاسهنگه  $4 < 7-3x$  شىكاربه .

بازنه بچووكه پر كه نيشانه ي  
ئه وه يه كه 4.5 سهر به كۆمهله ي  
شىكاره كه يه .

ده توانى كۆمهله شىكارى لاسهنگه ي يه ك گؤراو له سهر  
ته وه ره ي ژماره كان بنويى . ئهم وي نه ي خواره وه كۆمهله ي  
شىكارى لاسهنگه ي  $4x-5 \geq 13$  ده نوينيت .



لاسهنگه  $4-3x > 16-x$  شىكاربه و كۆمهله ي شىكاره كه له سهر ته وه ره ي ژماره كان بنويى .

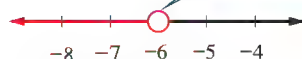
شىكار

## نومونه

2

$$\begin{array}{ll} 4-3x > 16-x & \text{لاسهنگه كه يه} \\ 4-3x+x > 16-x+x & \text{سيفه تى كوكرده وه به كاربه يته} \\ 4-2x > 16 & \text{ساده كردن} \\ 4-2x-4 > 16-4 & \text{سيفه تى ده ركردن به كاربه يته} \\ -2x > 12 & \text{ساده كردن} \\ \frac{-2x}{-2} < \frac{12}{-2} & \text{سيفه تى دابه شه كردن به سهر ژماره يه كى سالب به كاربه يته} \\ x < -6 & \text{ساده كردن} \end{array}$$

بازنه به تاله كه نيشانه ي  
ئه وه يه كه -6 سهر به  
كۆمهله ي شىكار نييه .



هه ولبده لاسهنگه  $5-7b > 8-4b$  شىكاربه .



## نمونە

### جىيە جىيەردىن

ئەزمۇنەكان

3

نمرى كۆتايى خويندكار ديارىدەكرىت بە دوو نمرى تاقىكردنەو بە پىژەى دووسىيەك و ئەركى مالىو بە پىژەى سىيەك لە يەككەك لە خويندگاكاندا. نمرى سالار لە تاقىكردنەو مىژوودا 90 لە 100 بوو. كەمترىن نمرى ئەركى مالىو كە پىويستە سالار وەرىبگرىت چەندە بۆ ئەو نمرى كۆتايى لە 93 لە 100 كەمتر نەبىت؟

شىكار

دەتوانىت پىدراوكانى پرسىارەكە بەم شىوئەى خوارو وە بنوسىت.

$$\left( \begin{array}{c} \text{نمرى} \\ \text{كۆتايى} \end{array} \right) \frac{2}{3} = \left( \begin{array}{c} \text{نمرى} \\ \text{تاقىكردنەو} \end{array} \right) \frac{1}{3} + \left( \begin{array}{c} \text{نمرى} \\ \text{ئەركى مالىو} \end{array} \right)$$

يان  $f = \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$  كە  $f$  نمرى كۆتايى،  $h$  نمرى ئەركى مالىو بە بۆ ئەو نمرى  $f$  لە 93 كەمتر نەبىت پىويستە  $h$  شىكارى لاسەنگەى  $93 \leq \frac{2}{3}(90) + \frac{1}{3}h$  پىكېنىت.

شىكارى ئەم لاسەنگەى:

$$93 \leq \frac{1}{3}h + 60$$

سادەبەكە

$$93 - 60 \leq \frac{1}{3}h + 60 - 60$$

سيفەتى لىدەركردن بەكابهېنە

$$33 \leq \frac{1}{3}h$$

سادەبەكە

$$3 \times 33 \leq 3 \times \frac{1}{3}h$$

سيفەتى لىكدان بەكابهېنە

$$99 \leq h$$

سادەبەكە

كەواتە، پىويستە نمرى ئەركى مالىو لە 99 كەمتر نەبىت بۆ ئەو نمرى كۆتايى لە 93 كەمتر نەبىت.

## جالاكي

دۆزىنەو نمرى شىكارى لاسەنگەكان بە پوونكردنەوئەى

Exploring Inequalities Graphically

1. لاسەنگەى  $2x - 3 < 3$  شىكارىكە.

2. وئەى دوو راستەھىلى  $y = 2x - 3$  و  $y = 3$  لە ھەمان پووتەختى پۇتان بکېشە.

3. بەھاكانى گۇراوى  $x$  دىارىكە كەوا دەكات ئەو خالەى سەر بە راستەھىلى  $y = 3$  بەرزتر بىت

لەو خالەى كە دەكەوئتە سەر راستەھىلى  $y = 2x - 3$ .

4. پوونىبەكەرەو چۆن وەلامى پرسىارەكەى پىشوو يارمەتيت دەدات بۆ شىكارى لاسەنگەكە.

5. لاسەنگەى  $3x + 2 > 5$  بە پوونكردنەوئەى شىكارىكە. ھەنگاوەكان پوونىكەو كە پىيان دەگەيتە

شىكار.

ئایا پىگاكەى پىشوو بۆ شىكارى لاسەنگەى  $2x - 3 > x + 4$  ؟ و ھەرەھا بۆ لاسەنگەى

$4 \geq 3x + 1$  دەشیت ؟ ئەمە پوونىبەكەرەو.

✓ خالى جاودىرى

سەرنجىكى پخنەگرانە

## Compound Inequalities

## لاسەنگە ئاويئەكان

ژوان ئەنجامى پىشكىنى پىژەى شەكرى لە خويندەكەى خۇيدا خويندەو، لەسەرى نوسرابوو كە

ئەم ھىندە ( $s$ ) پىويستە كەمتر نەبىت لە 750 ملېگرام لە لىترىكدا و زياتر نەبىت لە 1100

ملېگرام لە لىترىكدا. كەواتە پىويستە  $s$  پاسادانى ھەردوو مەرجى  $s \geq 750$  و  $s \leq 1100$

بكات. واتە دەبىت شىكارى ھاوبەش بۆ ھەردوو لاسەنگەى  $x \geq 750$  و  $x \leq 1100$  بىت.

كاتيك دوو لاسهنگه به ئامرازى به يه كبه ستن «و» به يه كتر ده به سترينه وه يا ۸ لاسهنگه يه كى ناويته مان Compound Inequality ده سته كه ويته.

بو شىكار كردنى لاسهنگه يه كى ناويته به ئامرازى «۸» به يه كبه ستراون، ده سته كه به شىكار كردنى ههريه كه له دوو لاسهنگه كه به جيا و شىكاره هاوبه شه كه يان وه ريگره. واته كو مه له شىكارى دوو لاسهنگه ناويته به ئامرازى به كتر به ستنى «و» بريتييه له كو مه له يه كتر برينى ههردوو كو مه له شىكارى دوو لاسهنگه كه ههريه كيان به جيا.

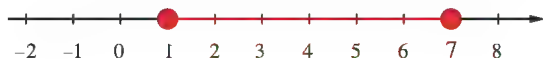
شىكارى  $(3x-4 \leq 17)$  وه  $(2x+1 \geq 3)$  بكه و كو مه له شىكاره كه له سهه ته وه رى ژماره كان بنويته. شىكار

$$2x+1 \geq 3 \quad \text{و} \quad 3x-4 \leq 17$$

$$2x \geq 2 \quad \text{و} \quad 3x \leq 21$$

$$x \geq 1 \quad \text{و} \quad x \leq 7$$

كو مه له شىكارى ئه م لاسهنگه ناويته به بريتييه له كو مه له يه به هاكانى  $x$  كه پاسادانى  $1 \leq x \leq 7$  دهكات. و له سهه ته وه رى ژماره كان به م شيوه ده نوينرته.



به شيوه يه كى گشتى ده توانى  $(x > a) \wedge (x < b)$  به شيوه  $a < x < b$  ده ربيرته.

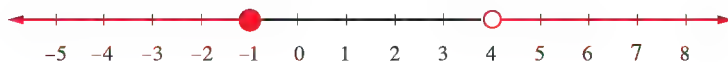
شىكارى  $(-12 > x-5) \wedge (-2x+5 \geq 3)$  بكه و كو مه له شىكاره كه له سهه ته وه رى ژماره كان بنويته. جوړيكى ترى لاسهنگه ناويته كان كه به ئامرازى «يان» دوو لاسهنگه كه ده به سترينه وه. كو مه له شىكارى لاسهنگه ناويته كه به ئامرازى «۷» به ستراون ته وه بريتييه له يه كترنى ههردوو كو مه له شىكارى لاسهنگه كان ههريه كيان به جيا.

شىكارى  $(3x+2 \leq -1)$  يان  $(5x+1 > 21)$  بكه و كو مه له شىكاره كه له سهه ته وه رى ژماره كان بنويته.

$$5x+1 > 21 \quad \text{يان} \quad 3x+2 \leq -1$$

$$5x > 20 \quad \text{يان} \quad 3x \leq -3$$

$$x > 4 \quad \text{يان} \quad x \leq -1$$



شىكارى  $(7x+1 > 36) \vee (2x \leq 5)$  و كو مه له شىكاره كه له سهه ته وه رى ژماره كان بنويته.

## راهيان

### به رده و امبوون له بير كاريدا

ههنگاهه كانى نواندى كو مه له شىكارى لاسهنگه  $7x-7 > 0$  له سهه ته وه رى ژماره كان روونكه وه.

2 کۆمەلە شیکاری لاسەنگە  $7x-7 > 0$  و کۆمەلە شیکاری لاسەنگە  $7x-7 \geq 0$  به چی جیاوازن؟ کۆمەلە شیکاری لاسەنگە  $7x-7 > 0$  و کۆمەلە شیکاری لاسەنگە  $7x-7 < 0$  به چی جیاوازن.

3 نایا هەردوو لاسەنگە  $x < 16$  و  $-x < -16$  هاوتان؟ پرونیبکەوه.

4 چۆن دەستەواژە  $x$  ژمارەیهکی سالب نییە» بەبەکارهێنانی ئامرازەکانی لاسەنگە دەنوسیت.

## راھێنانی ئاراستە کراو

5 لاسەنگە  $3x+1 < 13$  شیکاریکە و کۆمەلە شیکارەکە لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

6 لاسەنگە  $a+4 < 4a-11$  شیکاریکە و کۆمەلە شیکارەکە لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

7 ئەزموونەکان نمرە  $\frac{3}{4}$  و نمرە  $\frac{1}{4}$  دیاردەکریت. ئەگەر نمرە کارزان لە کۆششی پۆژانەدا 92 لە 100 بێت ئەوا بەکەمترین نمرە کارزان پێویستە وەریبگریت لە ئەزموونەکاندا بۆ ئەوەی نمرە  $\frac{3}{4}$  کۆتایی لە 80 لە 100 کەمتر نەبێت چەندە؟

8 شیکاری لاسەنگە ناویتهی  $(2x+3 < 15) \wedge (3x-7 \geq -13)$  بکە و کۆمەلە شیکارەکە لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

9 شیکاری لاسەنگە ناویتهی  $(4x-6 < 14) \vee (2x+4 \leq -10)$  بکە و کۆمەلە شیکارەکە لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

## راھێنان و جێبەجێکردن

لاسەنگەیهك بنووسە بکونجیت لەگەڵ ئەو شیکارەمی لەسەر تەوهری ژمارەکان نوێنراوه.



نەم لاسەنگانە شیکاریکە و کۆمەلە شیکارەکان لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

14  $5x < 10$

16  $-5x < -10$

18  $\frac{1}{2}a - 1 \geq -15$

20  $-x + 8 < 41$

22  $\frac{y}{2} \leq 10$

24  $-6(b+4) < 12$

26  $4y - 12 > 7y - 15$

28  $-4x - 3 < -6x - 17$

15  $-5x > 10$

17  $a + 4 < 10$

19  $\frac{1}{5}b - 2 \leq 28$

21  $-5x - 15 \leq 60$

23  $-\frac{y}{32} < 2$

25  $6 - (4a - 3) \geq 8$

27  $3(4y - 5) < 8y + 3$

29  $-5(3x + 2) \geq 4(x - 1)$

شیکاری نەم لاسەنگە ناویتانه بکە و کۆمەلە شیکارەکان لەسەر تەوهری ژمارەکان بنوێنە.

30  $(x < 2)$  و  $(x > -4)$

32  $(x > 2)$  یان  $(x > -4)$

31  $(x > 2)$  و  $(x > -4)$

33  $(x < 2)$  یان  $(x > -4)$



$$x < -4 \quad \text{و} \quad x < 2 \quad \boxed{35} \qquad x < -4 \quad \text{و} \quad x > 2 \quad \boxed{34}$$

$$x < -4 \quad \text{يان} \quad x > 2 \quad \boxed{37} \qquad x < -4 \quad \text{يان} \quad x < 2 \quad \boxed{36}$$

شىكارى ئەم لاسەنگە ئاويتانە بىكە، كۆمەلەمى شىكارەكان لەسەر تەودى ژمارەكان بنوینە.

$$n+4 < 16 \quad \text{و} \quad n-3 > 12 \quad \boxed{38}$$

$$y-2 < 4 \quad \text{و} \quad y+4 > 7 \quad \boxed{39}$$

$$x+7 > 4 \quad \text{يان} \quad x-2 < 2 \quad \boxed{40}$$

$$x+8 < 5 \quad \text{يان} \quad x-1 > 3 \quad \boxed{41}$$

$$-9x \geq -81 \quad \text{و} \quad 2(x+6) > -4 \quad \boxed{42}$$

$$-5y < 40 \quad \text{و} \quad 4(y-3) \leq -8 \quad \boxed{43}$$

شىكارى ئەم لاسەنگە ئاويتانە بىكە، كۆمەلەمى شىكارەكان لەسەر تەودى ژمارەكان بنوینە.

$$20-3x \geq 11 \quad \text{يان} \quad -4x \leq -20 \quad \boxed{44}$$

$$14-3x \leq 2 \quad \text{يان} \quad 5-4x \geq 17 \quad \boxed{45}$$

$$2x > 7x-10 \quad \text{يان} \quad 8x \leq 3x-15 \quad \boxed{46}$$

$$2x-7 < 5x+8 \quad \text{يان} \quad \frac{1}{2}(16-4x) \geq 0 \quad \boxed{47}$$

شىكارى لاسەنگە  $-2a \leq 3x+a < 10$  بىكە بە ھەژمارى بەھای نەزانراوى  $x$  بەپېى گۆراوەكانى تر. **بەرەنگارى**

**كارى خېرخوازی** يەككە لە دامەزراوە خېرخوازەكان بېياریدا كە پاكىشانىكى خېرخوازی ئەنجامبەدات لەسەر ئوتومبېلەك كە يەككە لە كۆمپانىياكان بەخشىبووى. پېشبینى دامەزراوە خېرخوازەكە 1250 بلیت بە لایەنى كەمەووە بفرۆشیتەووە بە هیواى دەستكەوتنى 210 000 000 دینار.

كەمترین نرخ بۆ بلیتەك چەندە ئەگەر بزانیت تېچوونى پاكەياندن 15 000 000 دینار بێت.

تېچووى بەرھەمھێنانى كالا يەكى دیاریكراو بریتییە لە  $C = 40x + 868$  و داھاتی فروشتن بریتییە لە  $R = 54x$ ، ھىماى  $x$  بریتییە لە ژمارەى يەكەكانى بەرھەمھێنراو،  $C$  ھىماى تېچوونى بەرھەمى ئەم يەكەكانیە.

ا) لاسەنگەيەك بنووسە دەستكەوتى قازانج دەربېرېت.

ب) بەلایەنى كەمەووە دامەزراوەكە پېویستە چەند يەكە بفرۆشیت بۆ ئەوێ زەرەر نەكات؟

ج) لاسەنگەكەى پېشوو بىكە بە پروونكرنەوھى شىكارىكە.

**جێبەجێکردنەكان**



## روانىيەك بۆدواوہ

شىكارى ئەم ھاوكېشە پېتيانە بىكە بە ھەژمىركردنى نەزانراوى ناو دوو كەوانەكە بەپېى نەزانراوەكانى تر.

$$(t) \qquad A = p + prt \quad \boxed{51}$$

$$(a) \qquad SA = 2ab + 2ac + 2bc \quad \boxed{52}$$

## روانىيەك بۆپېشەوہ

دوو ژمارە دیارىكە كە بەھای پووتى ھەريەكەيان بكاكە 4. **3-1 وانی**

# هیزهكان و رهگهكان

## Powers and Radicals



### نامانجهكان

- بههای برېك ههژمېر دهكات كه هېزى تېدا بېت.
- ئه برانهى هېزىان تېدا به ساده دهكات به به كار هېنانى ياساكانى هېز.



### بۇجى

زۇرجار هېزهكان له جېبه جېكر نه جياوازهكاندا به بېنېن وەك چۇن له فېزىادا لهو چهقه هېزهى ئووشى سوار بوويهك ده بېت له سهىر چهرخىكى خېرا له شارى بارى دهكرېت نه مه ده ربېرىن به به كار هېنانى هېزهكان

لهو ياريانهى كه زياتر خهك پىي خوشه له شارى ياريدا، ئهو چهرخهيه كه دهسورېته وه به خېرايهكى زۇر به دهورى ته وه ريه كدا، كه ده بېته هوى دروست بوونى چهقه هېز. دهكرېت ئهو هېزه ده ربېرېت بهم رېسايهى خواره وه.

### جېبه جېكر نهكان

### فيزيا

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ هېماى چهقه هېز بېت} \\ r \text{ نيوه تيرهى چهرخهكه بېت.} \\ T \text{ كاتى پېويست بېت بۇ تهواوكردى خولېكى تهواو} \end{array} \right\} A = 4\pi^2 r T^{-2}$$

پېشتر مامهلهت كرووه له گهله هېماى  $a^n$  و پىي دهوترېت هېزى ژمارهى  $a$  به توانى  $n$ ، واته  $a$  بنچينهيه Base، و  $n$  توانه Exponent و  $a^n$  دهخوېنرېته وه  $a$  توان  $n$ .

### هېزى ژمارهيهكى راستى Power of a Real Number

ئەگەر  $a$  ژمارهيهكى راستى بېت ئهوا:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \text{ (} n \text{ جار) كاتېك } n \text{ ژمارهيهكى تهواوى موجهب بېت.}$$

$$a^n = 1 \text{ كاتېك } n = 0 \text{ كه واته } a \neq 0; a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ كاتېك } n \text{ ژمارهيهكى تهواوى موجهب بېت و } a \neq 0$$

ناكرېت ژمارهى  $a$  بكا ته سفر له برى  $a^0$  چونكه  $0^0$  پېناسه نه كراوه. نمونهى 1 بۇمان پرونده كاته وه كه چۇن پېناسهى  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  به كاردېت.

## نمونہ

بہ گہرائی 6m بیٹ بہ خیرابی یهك خول له دوو چرکهدا. دهسورپتهوه نیوهتیرهکهی 6m بیٹ به خیرابی یهك خول له دوو چرکهدا.

شیکار

بههای بری  $A = 4\pi^2 r T^{-2}$  ههژمیر بکه کاتیک  $T = 2, r = 6$ ، ئهههت دهستهدهکهویت.

$$A = 4\pi^2 r T^{-2} = 4\pi^2 (6)(2)^{-2} = \frac{24\pi^2}{2^2} = \frac{24\pi^2}{4} = 6\pi^2 \approx 59.2$$

ههژماری تاودانی ئهه هیزه بکه که سواربوویهک بو یهك خول له 5 چرکهدا دهسورپتهوه له چهرخیکدا نیوهتیرهکهی 6 مهتره.

## چالاکي

### Exploring Properties of Exponents

### دۆزینهوهی سیفهتهکانی هیز

1. دووباره  $a^3 \times a^5$  بنووسه وه به شیوهی هیز به ریگای ههلهوشاندنهوهی ههریهك له ههردوو هیزهکه و دووباره کۆکردنهوهی کۆلکهکان. ئهه کرداره کامهیه که دهتوانیت بیکهیت لهسهه ههردوو توانهکه بو ئهوهی ههمان ئههجامت دهستیکهویت؟
2. دووباره بری  $(a^3)^5$  به شیوهی هیز بنووسه وه به ریگای ههلهوشاندنی ههردوو هیزهکه و دووباره کۆکردنهوهی کۆلکهکان. ئهه کرداره کامهیه که دهتوانیت بیکهیت لهسهه ههردوو توانهکه بو ئهوهی ههمان ئههجامت دهستیکهویت؟
3. چۆن بری  $(a^3 \times a^7)^2$  به سادهترین شیوه دنووسیت به شیوهی هیز، بی ههلهوشاندنهوهی هیزهکان. ئههه پروونیکهوه.

✓ خالی چاودیتری

ئهه چالاکیهی سهروهه یارمهتیت دههات بو بهدهستهیئانی ئهه سیفهتانهی خوارهوه بو هیزهکان کاتیک  $b \neq 0, a \neq 0$

### Properties Exponents $b \neq 0, a \neq 0$ سیفهتهکانی هیز

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

لیکدانی هیزهکان Product of Powers

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

دابهشبوونی هیزهکان Divide of Powers

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

هیزی هیزهکان Power of a Power

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

هیزی نههجامی لیکدان Power of a Product

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \left(\frac{b}{a}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}$$

هیزی نههجامی دابهشکردن Power of a Quotient

لهه وانهیهدا وای دادهننن هههه ژماره بهکارهینراوهکان بو بنچینهی هیزی توان سالب بریتیه له ژمارهی جیاواز له «سفر».

بری  $3x^2y^{-2}(-2x^3y^{-4})$  سادهبکه. ئههجام بهبهکارهینانی هیزهکانی توانی موجهب بنووسه.

شیکار

برهکهیه

سیفهتی ئالوگۆر له لیکدان بهکاربهیننه

سیفهتی لیکدانی هیزهکان بهکاربهیننه

سادهکردن و بهکارهینانی  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\begin{aligned} & 3x^2y^{-2}(-2x^3y^{-4}) \\ &= 3(-2)x^2x^3y^{-2}y^{-4} \\ &= -6x^{3+2}y^{-2+(-4)} \\ &= -6\frac{x^5}{y^6} \end{aligned}$$

ههولبده بری  $2z(3x^2)(5z^{-3})$  سادهبکه پاشان ئههجامهکه به بهکارهینانی هیزهکانی توان موجهب بنووسه.



بەدوای شیوازیکدا بگه‌پێ سەرنج بدە لەوێ لە هێزی ژمارەى سالب پوودەدات.

$$(-2)^2 = (-2)(-2) = 4$$

$$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$$

$$(-2)^4 = (-2)(-2)(-2)(-2) = 16$$

$$(-2)^5 = (-2)(-2)(-2)(-2)(-2) = -32$$

تێبینی بکە هێزی ژمارەى سالب بریتییه لە ژمارەیهکی مۆجەب کاتیگ تۆانەکە جۆوت بێت و دەکاتە ژمارەیهکی سالب کاتیگ تۆانەکە تاک بێت. پێویستە ئاگاداری ئەو بێت کە بنچینهی سالب و تۆانی سالب تێکەڵ نەکەیت.

تۆانی تاک	تۆانی جۆوت
$(-2x)^{-3}$	$(-2x)^{-2}$
$= \frac{1}{(-2x)^3}$	$= \frac{1}{(-2x)^2}$
$= \frac{1}{(-2)^3 x^3}$	$= \frac{1}{(-2)^2 x^2}$
$= \frac{1}{-8x^3} = -\frac{1}{8x^3}$	$= \frac{1}{4x^2}$

بەپێ  $\left(\frac{-y^7}{2x^{12}y^3}\right)^4$  سادەبکە. ئەنجامەکە بە تۆانی مۆجەب بنووسە. شیکار

سێفەتی هێزەکانی ئەنجامی بەشکردن بەکاربهێنە

$$\left(\frac{-y^7}{2x^{12}y^3}\right)^4 = \frac{(-y^7)^4}{(2x^{12}y^3)^4}$$

سێفەتی هێزی هێز بەکاربهێنە

$$= \frac{y^{28}}{16x^{48}y^{12}}$$

سێفەتی دابەشبوونی هێز بەکاربهێنە

$$= \frac{y^{28-12}}{16x^{48}}$$

سادەبکە

$$= \frac{y^{16}}{16x^{48}}$$

نموونه

3

•

هەولبەدە بەپێ  $\left(\frac{-3x^2y^5}{2y^2x^7}\right)^3$  سادەبکە و ئەنجامەکە بە تۆانی مۆجەب بنووسە.

بیرکردنەوێ پەخنەگرانە هەریەکە لە  $a$ ،  $b$ ،  $c$  بدۆزەوه کاتیگ  $(x^{-2}y^3z^2)(y^a z^b x^c) = x^{-3}y^4$ .

## Radicals

## زەگەکان

دەتوانیت ئەو هێزانەى تۆانەکانیان پێژەیین بە شیۆیهکی تر بنووسیت کە پەگەکان لەخۆبگرێت. بەپێ  $a^{\frac{1}{3}}$  دەکاتە  $\sqrt[3]{a}$  چونکە  $a^{\frac{1}{3} \times 3} = a^1 = a$ . ئەم پەیهۆندییه راست دەبێت بۆ هەموو هێزێک کە تۆانی پێژەیی هەبێت.

واتە دەتوانیت بەپێ  $a^{\frac{2}{3}}$  بە چەند شیۆیهک وەک لە خوارەوه دێت بنووسیت.

$$a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3} \times 2} = \left(a^{\frac{1}{3}}\right)^2 = \left(\sqrt[3]{a}\right)^2$$

## Powers With Rational Exponents ئەو ھېزانهى كه توانى پېژەييان ھەيە

ئەگەر  $a$  ژمارەيەكى راستى مۇجەب بىت ئەوا :

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} \text{ كاتىك } n \text{ ژمارەيەكى تەواوى مۇجەبە و گەرەترە لە } 1.$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} \text{ كه } m, n \text{ دوو ژمارەى تەواوين و } n \text{ مۇجەب بىت.}$$

ئەم نمونەيەى خوارەو پېناسەكەى سەرەو پوونەكەتەو.

ھەژمىرى بەھاي ھەريەكە لەم دوو بېرەيە  $16^{\frac{1}{4}}$  و  $27^{\frac{4}{3}}$  بکە.

شیکار

$$\begin{aligned} 27^{\frac{4}{3}} &= (3^3)^{\frac{4}{3}} \\ &= 3^{3 \times \frac{4}{3}} \\ &= 3^4 \\ &= 81 \end{aligned} \quad \begin{aligned} 16^{\frac{1}{4}} &= (2^4)^{\frac{1}{4}} \\ &= 2^{4 \times \frac{1}{4}} \\ &= 2^1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

وئەلامەكەت بەبەكارھېنانى بژمىر پاسەدانېكە.

نمونە

4

ھەولبە

ھەژمىرى بەھاي ھەريەكە لەم دوو بېرەيە  $36^{\frac{3}{2}}$  و  $64^{\frac{1}{3}}$  بکە.

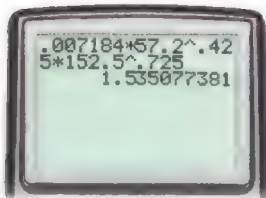
پزىشەكەكان بۇ خەملاڭدىنى پووبەرى گشتى مۇقۇپ پېسايەك بەكاردەھيىنن بە پىشتەستىن بە

درېژى و كېش، ئەوئەش بۇ ھەژمىرى بېرى ھەندىك دەرمان كە دەيدىرىتى و پېساکە ئەمەيە  
 $S = 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725}$  كە  $S$  پووبەرى گشتىيە بە مەتر دووجا،  $W$  كېشە بە كىلوگرام و  
 $H$  درېژىيە بە سانتىمەتر.

ھەژمىرى پووبەرى گشتى مۇقۇپكە بکە كېشەكەى  $57.2\text{kg}$  و درېژىيەكەى  $152.5\text{cm}$  بىت.

وئەلامەكەت بنووسە بۇ نىزىكتىن بەشى دەيى لە مەتر دووجا.

شیکار



$$\begin{aligned} S &= 0.007184 \times W^{0.425} \times H^{0.725} \\ &= 0.007184 \times (57.2)^{0.425} \times (152.5)^{0.725} \\ &\approx 1.54 \end{aligned}$$

بەم پېيە پووبەرى گشتى ئەو مۇقۇفە بە نىزىكەيى دەكاتە  $1.5\text{m}^2$ .

نمونە

5

ھەولبە

ھەژمىرى پووبەرى گشتى مۇقۇپكە بکە كە كېشەكەى  $62.3\text{kg}$  و درېژى  $180\text{cm}$  بىت. وئەلامەكە

بنووسە بۇ نىزىكتىن بەشى دەيى لە مەتر دووجا.

پاھىيان

بەردەوامبون لە بىر كاريدا

1 پوونىكەو بۇچى ئەم دوو بېرە يەكسان نىن  $a^5$  و  $(a^5)^3$ .

2 پوونىكەو بۇچى ئەم دوو بېرە يەكسان نىن  $ab^3$  و  $(ab)^3$ .

3 پوونىكەو چۆن ھەژمىرى  $5^{-2}$  دەكەيت.

4 پوونىكەو چۆن  $4^{\frac{3}{2}}$  ھەژمار دەكەيت بەبەكارھېنانى پېناسەى ھېزەكان كە توانى

پېژەييان ھەيە.

## راهبانی ناراسته کراو

### جیبہ جیکردنه کان



**5 فیزیا** هه ژمیری تاودانی چهقه هیزی نمونهی (سامیل)

فرۆکه یهك بکه که دهسورپته وه به خیرایی یهك خول له چرکه و نیوێکدا به دهوری تهوهره یه کدا که 3m لیوهی دووره.

ئه مانه ساده بکه. وه لامه کان ته نهها به به کاره یانی توانی موجب بنووسه.

$a^4 \times a^2$	<b>6</b>	$\frac{x^9}{x^3}$	<b>7</b>
$(y^3)^6$	<b>8</b>	$(a^3 b^7)^4$	<b>9</b>
$(y^5 y^{-2})^4$	<b>10</b>	$\left(\frac{-2x^3 y}{5x^7}\right)^2$	<b>11</b>
$\left(\frac{a^3 b^{-1}}{a^{-2} b^2}\right)^{-2}$	<b>12</b>	$\left(\frac{1}{x^{-1} y^3 z^0}\right)^{-1}$	<b>13</b>

هه ژماری ئهم برانه بکه.

$(100)^{\frac{1}{2}}$	<b>14</b>	$(9)^{\frac{3}{2}}$	<b>15</b>	$(27)^{\frac{1}{3}}$	<b>16</b>	$(64)^{\frac{2}{3}}$	<b>17</b>
-----------------------	-----------	---------------------	-----------	----------------------	-----------	----------------------	-----------

**18 پزشکی** به به کاره یانی بژمیر هه ژمیری پووبه ری که سیک بکه کیشه که ی 53.64kg و

دریژییه که ی 167.64cm بیت، وه لامه که ت نزیکه وه بو نزیکترین بهش له سه.

## راهبان و جیبه جیکردن

ئه مانه هه ژمار بکه.

$3^0$	<b>19</b>	$9^0$	<b>20</b>	$(5a)^0$	<b>21</b>	$(2^5 2^3)^0$	<b>22</b>
$6^{-1}$	<b>23</b>	$4^{-2}$	<b>24</b>	$\left(\frac{3}{5}\right)^4$	<b>25</b>	$\left(\frac{4}{5}\right)^2$	<b>26</b>
$\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$	<b>27</b>	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	<b>28</b>	$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$	<b>29</b>	$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$	<b>30</b>
$(49)^{\frac{1}{2}}$	<b>31</b>	$(27)^{\frac{2}{3}}$	<b>32</b>	$(64)^{\frac{4}{3}}$	<b>33</b>	$(25)^{\frac{3}{2}}$	<b>34</b>
$(36)^{\frac{6}{4}}$	<b>35</b>	$8^{\frac{2}{6}}$	<b>36</b>	$-(64)^{\frac{2}{3}}$	<b>37</b>	$(81)^{-\frac{3}{2}}$	<b>38</b>

ئه مانه برانه ساده بکه. وه لامه کان ته نهها به توانی موجب بنووسه.

$y^5 y^2$	<b>39</b>	$-2b^3 b^5$	<b>40</b>	$\frac{m^9}{m^5}$	<b>41</b>	$\frac{bb^4}{b^2}$	<b>42</b>
$\frac{x^2 y^{-5}}{x^4}$	<b>43</b>	$\frac{x^5 m^2}{xm^{-4}}$	<b>44</b>	$\left(\frac{-2y^2}{x^3}\right)^7$	<b>45</b>	$\left(\frac{2b^4}{a^2}\right)^3$	<b>46</b>
$\left(\frac{3x^4}{y^{-2}}\right)^{-1}$	<b>47</b>	$\left(\frac{15xy^3}{3y^2}\right)^{-1}$	<b>48</b>	$\left(\frac{-7y^{-2}}{x^5}\right)^6$	<b>50</b>	$(6x^5)(3x^5)(x^0)$	<b>52</b>
$\left(\frac{2x^{-3}}{(2x)^3}\right)^{-1}$	<b>49</b>	$-2y^3(5xy^4)$	<b>51</b>				



$$(-3x^2y^7)^3 \quad 54$$

$$(-5m^4m^5)^2 \quad 53$$

$$\left(\frac{3b^2y^3}{b^{-1}}\right)^{-5} \quad 56$$

$$\left(\frac{-2b^5y^{-1}}{m^3}\right)^3 \quad 55$$

$$\left(\frac{x^{-2}y}{b^{-1}}\right)^5 \quad 58$$

$$\left(\frac{5b^2x^{-2}}{x^{-3}}\right)^{-1} \quad 57$$

$$\left(\frac{15b^2x^{-2}}{-3bx^{-3}}\right)^{-2} \quad 60$$

$$\left(\frac{4b^2y^{-3}}{b^{-1}y^2}\right)^2 \quad 59$$

$$(3xb^{12})^3 \quad 62$$

$$(2x^4y)^3 \quad 61$$

$$(x^{-3}y^2)(-2x^3y^7)^{-3} \quad 64$$

$$(x^{-3}y^{-1})(x^{-3}y^0)^2 \quad 63$$

$$\left[\frac{(x^3y^5)^2}{x^5y^2}\right]^{-1} (x^{-3}y^0)^2 \quad 65$$

بۆ ھەژمارکردنی بەھای ئەم برانە بژمێر بەکاربھێنە.

$$3.3^{2.7} - 5^{1.9} + 0.63^{0.95} \quad 67$$

$$12^{6.05} + 8.8^{3.24} \quad 66$$

$$71.33^{0.44} + 478.2^{0.4} \quad 69$$

$$0.005^{21.53} + 9.05^{0.034} \quad 68$$

$$89^{3.5} - 5.25^{9.25} + 324^{0.05} \quad 71$$

$$11.7^6 + 29.3^{1.23} - 6^{-2.2} \quad 70$$

$$y \neq 0, y^{a-b} = \frac{1}{y^{b-a}} \quad 72$$

بەرهنگاری

$$\frac{x^{-1}y^{-1}}{x-y} = -\frac{1}{xy} \quad 73$$

پوونبیکەو

74 ئەندازە  $h = \frac{3}{\pi} V r^{-2}$  کە  $h$  بەرزى قووجەکیکمان بەپێى قەبارەکەى  $V$  و نیوەتیرەى بنکەکەى  $r$  دەدات.

بەستنهوه

ا) ھەژماری بەرزى قووجەکێک بکە قەبارەکەى  $200\text{cm}^3$  و نیوەتیرەى بنکەکەى  $4\text{cm}$ .  
و ئەلامەکەت بۆ نزیکتەین بەش لە دە بنووسە.

ب) پێساکەى سەرەو بنووسە بەبەکارھێنانى تەنها توانى مۆجەب.

75 ئەندازەى بىناسازى ھاوکێشەى  $F = 5 \times 10^{-3} r^4 l^{-2}$  ئەوپەرى بارى ئەستوونى بىناکەمان بە تەن دەداتى کاتێک  $F$  ئەوپەرى بار بێت بەتەن و  $l$  بەرزى ئەستوونە کەبێت بە مەتر و  $r$  نیوەتیرەى بنکەى ئەستوونەکە بێت بە سانتیمەتر.

جێبەجێکردنەکان

ا) ھەژمیری ئەوپەرى بارى ئەستوونێک بکە بەرزىکەى  $2\text{m}$  و نیوەتیرەى بنکەکەى  $50\text{cm}$ .

ب) پێساکەى پێشو بەبەکارھێنانى توانى مۆجەب بنووسە.

کیمیا تیشکدانەوێ پلوتۆنیۆم  $Plutonium$  زۆر بە ھێواشی کەم دەکات. پێژەى سەدى پلوتۆنیۆمى ماوہ (A) پاش  $x$  ساڵ دیاریدەکرێت بەم پێسایەى خواروہ.  
 $A = 100 \times \left(0.5^{\frac{x}{24360}}\right)$  پێژەى سەدى پلوتۆنیۆمى ماوہ دیاریکە پاش.

$$100 \text{ ساڵ} \quad 76$$

$$500 \text{ ساڵ} \quad 77$$

$$1000 \text{ ساڵ} \quad 78$$

$$5000 \text{ ساڵ} \quad 79$$

**فیزیا** پهستانی هوا کم دهېټه وه به بهرزیوونه وه له پووی ئاستی دهریا. ئهم پهستانه دیاریده کړی به پپی ریښای  $P = 14.7(10)^{-0.000064a}$  که  $a$  بهرزییه له پووی دهریا به مېتر و  $p$  پهستانی هوا یه به ملیمه تری جیوه.

**80** پهستانی هوا له شاریکدا دهکاته چهند که 1610m له پووی ئاستی دهریا بهرزه

**81** پهستانی هوا له چای ئیقه ریست چهند دهېټ که بهرزیه که ی له پووی دهریا وه 8848m څه؟

## روانیټیک بۆ دواوه

شیکاری ئهم لاسهنگه ناویټانه بکه. کۆمهله شیکاره که له سهه ته وهری ژماره کان بنوینه.

**83**  $x > -3$  و  $x < 1$  و  $x > \frac{1}{2}$  و  $x > -\frac{1}{4}$

**84**  $x < 1$  یان  $x > -3$  **85**  $x > \frac{1}{2}$  یان  $x > -\frac{1}{4}$

ههژمیری ئهم برانه بکه به به کاره یانی ریزه ندی کرداره کان.

**86**  $2(3-1)+6 \div 3+2$  **87**  $3(9-12)-2(7-3)-1$

**88**  $3 \times 5^2 - 4(5-8)^2 \div 3$  **89**  $(5-3)^{\frac{10-8}{13-12}}$

## روانیټیک بۆ پېشه وه

**90** **وهچه کان** دایک و باوکت نه وه ی یه که من له وهچه کانت (باوانت)، ئهو کاته ههردوو باپیرو و

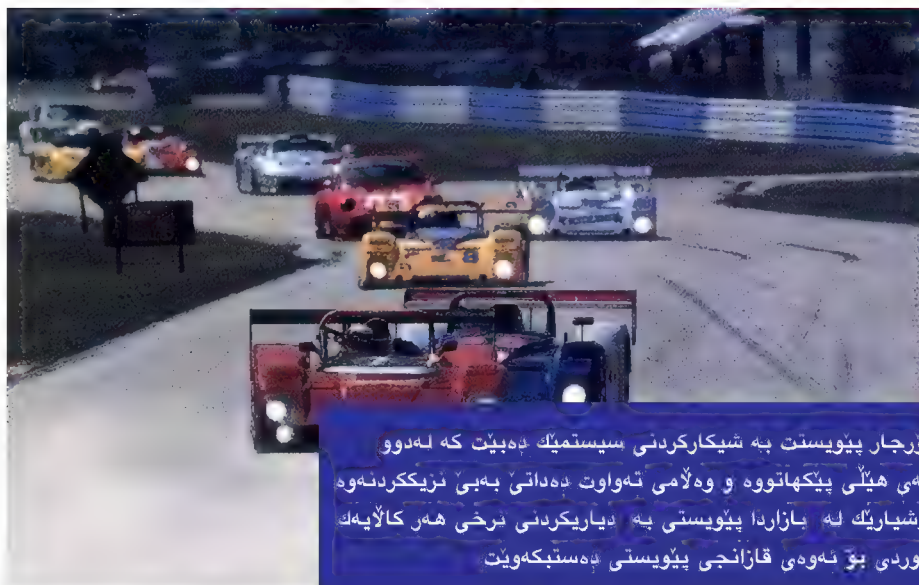
ههردوو داپیره (نهک) دهبنه نه وه ی دووهم. به لام نه وه ی سییه م 4 باپیر و 4 داپیر دهگریته وه

و ههروهها. ریښایه ک بنووسه که ریگات پیده دات به ههژماری وهچه کان له  $n$  نه وه.

هیژه کان به کاریه ینه له نووسینی ئهم ریښایه.

# شىكارىكرىنى سىستىمى ھىلىيەكان بەلەجىياتىدانان

## Solving Linear Systems by Substitution



بۇجى

زۇرچار پىۋىستى بە شىكارىكرىنى سىستىمىك دەپىت كە لەدوۋ  
ھاۋكىشەي ھىلى پىكەتوۋە و دەلامى تەۋات دەداتى بەيى نىكەردەۋە  
ۋەك فرۇشيارىك لە بازاردا پىۋىستى بە دىيارىكرىنى درخى ھەر كالاپەك  
ھەيە بەوردى بۇ ئەۋەي قازانجى پىۋىستى دەستىكەۋىت

لە بۇلى نۆھەمدا فىرى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بوۋىت و ھەلسايت بە شىكارىكرىنى  
ھەندىكىان. و لەم بۇلەدا فىرى چەند پىگايەك دەپىت بۇ شىكارىكرىنى ئەم جۇرە سىستمانە. و  
ھەروھە لەسەرەتادا فىرى پىگاي لەجىياتىدانان دەپىت.

چالاقى

### Exploring Substitution

### دۆزىنەۋەي پىگاي لەجىياتىدانان

پىشپىركى ئوتومبىلەكان لەشارى سېرنىغ لە ۋولاتە يەكگرتوۋەكانى ئەمىرىكا ئەنجامدەدرىت  
يەككە لە گرنگرتىن پىشپىركى ئوتومبىلەكان. لەم پىشپىركىيەدا ھەر ئوتومبىلەك دوو شوفىرى  
لئىدەخورىت و ھەريەك لەو شوفىرانە چەند خولىك ئەنجام دەدەن. تىپى ستىف و مايكل 157  
خولىان ئەنجامدا، ئەگەر مايكل 21 خولى لە ستىف كەمتر ئەنجام دابىت، ئايا ھەريەكەيان  
چەند خولى ئەنجامداۋە؟

1. بە نووسىنى ھاۋكىشەكان دەستىپكە بۇ ئەۋەي نمونەيەكى بىركارى بۇ شىكارى  
پرسىارەكە بدۆزىتەۋە. نەزانراۋى  $x$  ھەلبىزىرە بۇ نواندى ئمارەي خولەكانى كە ستىف  
ئەنجامىداۋە و نەزانراۋى  $y$  ھەلبىزىرە بۇ نواندى ئمارەي خولەكان كە مايكل ئەنجامىداۋە.

$$\begin{cases} x + y = 157 \\ y = x - 21 \end{cases}$$

2. پىگاي خەملىنە و ساغىكەۋە بۇ دۆزىنەۋەي بەھاي  $x$ ،  $y$  بەكاربەننە كە دەبنە شىكارى  
سىستەمى دوو ھاۋكىشە.

3. سەيرى ھاۋكىشەي دوۋەم بىكە  $y = x - 21$ ، ئەم زانىارىيە دەربارەي  $y$  چۆن بەكاردەھىنىت لە  
ھاۋكىشەي يەكەمدا؟

4. لەبەر ئەۋەي  $y = x - 21$ ، پىۋىستە لە ھاۋكىشەي يەكەمدا لە جىياتى  $y$  بەھاي  $x - 21$  دابىنىت  
پاشان ھاۋكىشەي دەستكەۋت بۇ دۆزىنەۋەي بەھاي  $y$  شىكارىكە.

5. لە ھاۋكىشەي دوۋەمدا بەھاي نەزانراۋى  $x$  دابىنى بۇ ھەژمارى بەھاي  $y$ .

6. بەھاي  $x$  و  $y$  بەراۋردىكە لەگەل ئەو دوو بەھايەي لە پىگەي بخەملىنەۋە ساغىكەۋە  
دەستكەۋتوۋە. ئايا ئەم دوو ئەنجامە جوتەن؟ پرونىبىكەۋە.

ۋانەي

5

نامانچەكان

- سىستىمىك كە لە دوو  
ھاۋكىشەي ھىلى پىكەتوۋە  
بە پىگاي لەجىياتىدانان  
شىكارىدەكات.

جىيەجىكرىدەكان

پىشپىركى ئوتومبىل

شىكارى پرسىار

✓ خال چاۋدىرى



## نمونە

1

سیستەمی  
شیکار

$$\begin{cases} 8x + 2y = 19 \\ x = 3 \end{cases}$$

به پێگای له جیاتیدانان شیکاریکه.

له بهر ئهوهی  $x = 3$ ، دهتوانیت له جیاتی  $x$  له هاوکیشه یهکه مدا به هاکی دابنێ.

$$8(3) + 2y = 19$$

$$24 + 2y = 19$$

$$2y = -5$$

$$y = -2.5$$

جووته پێکخراوی  $(3, -2.5)$  شیکاری سسته مه که یه.

$$8(3) + 2(-2.5) = 19$$

$$24 + (-5) = 19$$

پاسته

$$19 = 19$$

هاوکیشه دهستکه وتوو شیکاریکه

بو دۆزینه وهی به های نه زانراوی  $y$ .

پاستی شیکاره که ساغبه که وه به له جیاتیدانانی

$x$  و  $y$  له هاوکیشه یه که مدا:

## نمونە

2

سیستەمی  
شیکار

$$\begin{cases} 15x - 5y = 30 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$

به پێگای له جیاتیدانان.

له جیاتی  $y$  به های  $2x + 3$  له هاوکیشه یه که مدا دابنێ پاشان هاوکیشه دهستکه وتوو که

$$15x - 5(2x + 3) = 30$$

$$15x - 10x - 15 = 30$$

$$5x - 15 = 30$$

$$5x = 45$$

$$x = 9$$

به های 9 له جیاتی  $x$  له هاوکیشه یه دوو مدا دابنێ پاشان هاوکیشه ده چوو که شیکاریکه.

$$y = 2(9) + 3$$

$$= 18 + 3$$

$$= 21$$

شیکاره که بریتیه له جووته پێکخراوی  $(9, 21)$ .

پاستی شیکاره که ساغبه که وه به له جیاتیدانانی به های  $x$  و  $y$  له دوو هاوکیشه سه ره کییه که دا.

$$21 = 2(9) + 3$$

$$21 = 18 + 3$$

$$21 = 21$$

پاسته

$$15(9) - 5(21) = 30$$

$$135 - 105 = 30$$

$$30 = 30$$

پاسته

هه ولیده ئەم سسته مانه به پێگای له جیاتیدانان شیکاریکه.

$$\begin{cases} -3x + 2y = 31 \\ x = 0.5y + 6 \end{cases} \quad \boxed{ب}$$

$$\begin{cases} 2x + 5y = 14 \\ y = 5 \end{cases} \quad \boxed{ا}$$

## نمونە

3

سستەمى  $\begin{cases} 3x + y = 4 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases}$  بە پىگاي لەجياتيدانان شىكارىكە.

شىكار

بۆ ئەو پىگاي لەجياتيدانان بەكاربەھىنيت، شىكارى ھاوگىشەى يەكەم بکە بۆ ھەژمارکردنى

بە ھاى  $y$  بەپىي  $x$ .

$$3x + y = 4$$

$$3x + y - 3x = 4 - 3x$$

$$y = 4 - 3x$$

لەجياتى  $x$  بە ھاى 1.5 لە ھاوگىشەى يەكەمدا

دابىي پاشان ھاوگىشەى شىكارىكە.

$$3(1.5) + y = 4$$

$$4.5 + y = 4$$

$$y = -0.5$$

ئاسانتىن ھاوگىشە  
بۆشىكارەكە ھەلبرىرە.

لەجياتى  $y$  لە ھاوگىشەى دوو ھەمدا بە ھاكەى

$4 - 3x$  دابىي پاشان ھاوگىشەى شىكارىكە.

$$5x - 7y = 11$$

$$5x - 7(4 - 3x) = 11$$

$$5x - 28 + 21x = 11$$

$$26x - 28 = 11$$

$$26x = 39$$

$$x = 1.5$$

شىكار برىتتە لە جووتە پىكراوى  $(1.5, -0.5)$ .

پاستى شىكارەكە ساغىكەو بە لەجياتيدانانى بە ھاى  $x$  و  $y$  لە ھەردوو ھاوگىشە بىرەتتەكەدا.

بىرکردنەو پەخەنگرانە

بۆچى لە نمونەى 3 دا ھەستائىت بە ھەژمارکردنى نەزانراوى  $y$  بەپىي  $x$  لە ھاوگىشەى يەكەمدا لە

جياتى ھەژمارکردنى  $x$  بەپىي  $y$  ؟

سستەمى  $\begin{cases} 6x - 2y = 11 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$  بە پىگاي لەجياتيدانان شىكارىكە.

ھەلبدە

## نمونە

4

سۆران لە يارىەكانى كۆتايى تۆپى پىدا كلاًو دەرۆشيت، 100 كلاًو وەرزى پىشوو لاماو و 300 كلاًو تازەى ھەيە. سۆران لەم وەرزە دەيەويت ھەموو كلاًوكان بە 5 300 000 دىنار بفرۆشيت. دەبى نرخی چەند بۆ كلاًو تازە و كلاًو كۆن دابىت بۆ گەيشتن بەو ئامانجە، ئەگەر بزائيت نرخی كلاًوئىكى تازە 7000 دىنارى لە نرخی كلاًوئىكى كۆن زياترە.

شىكار

بە ھەلبراردنى دوو نەزانراو دەستپىدەكەم. با نەزانراوى  $d$  بۆ ھىماى نرخی كلاًو كۆنەكە

$$300n + 100d = 5\,300\,000$$

$$n = d + 7\,000$$

ھەلەبژىرم و ھىماى  $n$  نرخی كلاًوئىكى تازە بىت.

سستەمى دوو ھاوگىشەكە بنووسە بۆ شىكاي پرسىارەكە

لەجياتى  $n$  لە ھاوگىشەى يەكەمدا نرخی

لەجياتى  $d$  نرخی 8 000 لە ھاوگىشەى

دوو ھەمدا دابىي پاشان ھاوگىشەكە

شىكارىكە.

$$n = 8\,000 + 7\,000$$

$$n = 15\,000$$

$d + 7000$  دابىي پاشان ھاوگىشەكە شىكارىكە.

$$300(d + 7000) + 100d = 5\,300\,000$$

$$300d + 2\,100\,000 + 100d = 5\,300\,000$$

$$400d + 2\,100\,000 = 5\,300\,000$$

$$400d = 3\,200\,000$$

$$d = 8\,000$$

شىكارەكە برىتتە لە  $(8000, 15\,000)$  سۆران پىويستە كلاًو تازەكان بە نرخی 15 000 دىنار

بفرۆشيت و كلاًو كۆنەكان بە 8 000 دىنار بفرۆشيت.

جىبەجىكرىدەكان

بازرگانى

## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەگەر بزانی  $y = 42$ ، ئەوا چۆن لە جیاتیدانان بەکار دێنیت بۆ شیکاری ھاوکیشی  $y = x + 8$ ؟

2 دوو ھاوکیشی  $-4x + y = 2$  و  $2x + 3y = 34$  ھەبێت، ئاسانترین نەزانراو و ئاسانترین

ھاوکیشی ھەلبژێرە بۆ دەستپێکردنی شیکار و ھۆی ھەلبژاردنەکەت دیاریکە پاشان شیکاریان بکە.

3 پوونیکەوێ چۆن لە جیاتیدانان بە کار دەھێنێ بۆ شیکارکردنی سیستمی  $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + 3y = 23 \end{cases}$

## راھینانی ئاراستە کراو

نەم سیستمەمانە بە لە جیاتیدانان شیکار بکە. پاشان پاسادانی شیکارەکە ساغیکەوێ.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ y = 2x + 8 \end{cases} \quad 5$$

$$\begin{cases} 5x = 3y + 12 \\ x = 5 \end{cases} \quad 4$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 10x = 4y + 2 \end{cases} \quad 7$$

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \quad 6$$

## راھینان و جێبەجێکردن

8 سەرچەمی دوو ژمارە دەکاتە 27، گەرەکیان 3 ی زیاترە لەوێ تریان نەم دوو ژمارەییە کامانەن.

نەم سیستمەمانە شیکاریکە.

$$\begin{cases} x = 7 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad 10$$

$$\begin{cases} 2x + 8y = 1 \\ x = 2y \end{cases} \quad 9$$

$$\begin{cases} y = 5 - x \\ 1 = 4x + 3y \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - y = 10 \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 13 \\ x + y = 4 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = -92 \\ 2x + 2y = -98 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 10x = 4y - 2 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 6y = x + 18 \\ 2y - x = 6 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} 4y - x = 15 \\ y + x = 6 \end{cases} \quad 18$$

$$\begin{cases} 2y + x = 4 \\ y - x = -7 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \\ -3x - 6y = -24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} 3x + y = 21 \\ 10x + 5y = 65 \end{cases} \quad 22$$

$$\begin{cases} 5x - 7y = 31 \\ -4x + 2y = -14 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 12x + 4y = 22 \\ 3x - 8y = -10 \end{cases} \quad 24$$

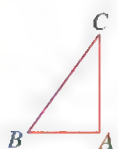
$$\begin{cases} -3y = 9x + 24 \\ 6y + 2x = 32 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} -5x + 7y = -41 \\ 7x + y = 25 \end{cases} \quad 26$$

$$\begin{cases} 11x + 4y = -17 \\ -6x + y = 22 \end{cases} \quad 25$$



27 ئەندازە درېژى و پانى لايىشەيەك بدۆزەۋە ئەگەر زانېت چۆۋەكەي يەكسانە بە 208m و درېژىيەكەي دوو ئەۋەندەي پانىيەكەيەتى.



28 ئەندازە سەرجمى پىۋانەي دوو گۆشەي B و C لە سىگۆشەي بەرامبەردا دەكاته  $90^\circ$ . ھەژمارى پىۋانەي ھەريەكە لە گۆشەكانى سىگۆشەكە بدۆزەۋە ئەگەر بزىنېت پىۋانەي گۆشەي B  $30^\circ$  كەمتەرە لە دوو ئەۋەندەي پىۋانەي گۆشەي C.

29 بىردۆزى ژمارەكان ژمارەي x چوارى كەمتەرە لە سى ئەۋەندەي ژمارەي y، ئەگەر دوو ئەۋەندەي y كەم بىرئەۋە لە كۆي 3 لەگەل دوو ئەۋەندەي x دەكاته 11. ئەو دوو ژمارەيە چەندن؟

سىستەمى دوو ھاۋكىشەي ھىلى بۆھەر پىرسىيارىك بنووسە پاشان شىكارىيانىكە.

30 بۆخۆشى بالۆنىك لە زەۋىيەۋە بەرزىۋەۋە بە خىرايى 4m لە خولەككەدا، و لە ھەمان كاتدا بالۆنىكى تر لە بەرزى 756m دەستىكرد بە ھاتنە خوارەۋە بەخىرايى 3m لە خولەككەدا پاش چەند خولەك دوو پەرەشوتەكە بەيەكتەرەگەن.

31 كارى خىرخوازي كۆمەلەي چاۋدېرى خىرخوازي ئاھەنگىكى سازكرد و تەنيا دىارى پېشكەشكرا بۆگەوران و مندالان كرد كە ژمارەيان 210 كەس بون بەمە 935 ھەزار دىنارى تېچوو. ئەگەر نرخى دىارى بۆگەۋرە 6 ھەزار دىنارى بېت و بۆ مندالان 3.5 ھەزار دىنارى بېت ئەۋا:

ا ھاۋكىشەيەك بنووسە كە كۆي ھەردوۋى بىرى پارەكە بە تەۋاۋى دەرېخات.

ب ھاۋكىشەيەك بنووسە كە ژمارەي تەۋاۋى كەسەكان دىارىكات.

ج ھەردوۋى ھاۋكىشەي دەستكەۋتوۋە شىكارىكە. ژمارەي گەۋرەكان چەندن؟ ژمارەي مندالكان چەندن؟

32 دەروازەيەك لەسەر پۆشەنبىرى چىنى ژمارەيەك لە جوتيارانى چىنى ھاۋبەشيان كرد لە دابىنكردنى نرخى ئامېرىكى كشتوكالېدا، ئەگەر ھەريەككىيان 8 پارچە پارە بدات، بىرى پارەكە 3 پارچە زىاتر دەبېت لە بىرى پىۋىست، و ئەگەر ھەر يەككىيان 7 پارچە پارە بدات، بىرى پارەكە 4 پارچە كەمتەردەبېت لە بىرى پىۋىست. ئايا ژمارەي جوتيارەكان چەندە؟ و نرخى ئامېرەكەش چەندە؟

## روانىيەك بۆدواۋە

33 بۆخۆشى لە پېشبركىيەكى پاكردندا نەسرېن 20 مەتر پېش شىۋ كەۋت، و شىۋ 5 مەتر لە دواي ژيان، و ژيان بە 10 مەتر لە دواي بەھارە، بەلام شىرېن بە 15 مەتر لە پېش بەھارەۋەيە. پىزىبەندى پاكەرەكان چۆنە؟

نەم ھاۋكىشانە شىكارىكە.

$$\frac{3}{x} = 15$$

35

$$\frac{x}{15} = 3$$

34

$$\frac{x}{3} = 15$$

37

$$\frac{15}{x} = 3$$

36

38 42% ي ژمارەيەك دەكاته 12.6، ژمارەكە كامەيە؟

## روانىيەك بۆپېشەۋە

لەجىياتىدانان بەكاربېئەنە بۆشىكاركردنى ھەريەك لەم سىستىمانە ( تېبىنىيەكە سىستەمەكە لە 3

ھاۋكىشە 3 نەزانراۋەكانە.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 44 \\ 2y - 6z = 4 \\ z = 4 \end{cases}$$

40

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ y + 3z = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

39

# شىكار كىردى سىستىمە ھېلىيەكان بەلابىردىن

## Solving Linear Systems by Cancellation



نامانجەكان

- سىستىمىك لە دوو ھاوكىشەى ھېلى پىكھاتوۋە بە پىگى لايىردىن شىكار دەكات.

بۇجى

لايىردىن پىگىيەكى نوپىيە كە شىكارىكى خىرا دەدا بەدەستەۋە بۇ سىستىمى دوو ھاوكىشەى ھېلى ئالۇز كە لەم وانەيەدا دىتە پىشت

جىيەجىكردنەكان  
بەكردانى ئوتومبىل

نوسىنگەى ھەۋار ھەلدەستىت بە بەكردانى ئوتومبىل. گەشتىارىك بىر پىك پارە دەدا بەرامبەر ھەر پۇژىك بۇ بەكردانى ئوتومبىلنى ۋە بىر پىك تر پارە دەدا بۇ ھەر كىلومەترىك ئوتومبىلەكە دەبىرپىت. پىزگار ۋە زانا ھەريەكەيان ئوتومبىلنىك دەگىن لە نوسىنگەى ھەۋار بەكردى بۇ گەشتىك. گەشتى پىزگار 2 پۇژى خاياند ۋە 125 كىلومەترى بىر ۋە گەشتەكەى زانا 4 پۇژى خاياند ۋە 350 كىلومەترى بىر، پىزگار 287.25 ھەزار دىنارى دا، ۋە زانا 697.50 ھەزار دىنارى دا. كىرى پۇژىكى ئوتومبىلەكە دىارىكە ۋە تىچوۋى كىلومەترىك.

دەتوانىت سىستەمىكى دوو ھاوكىشەى ھېلى بنوسىت، پاشان بۇ دىارىكىردى ھەردوۋ كىرىكە شىكارىان بەكەيت.

شىكارى پىسپارەكە

بە پىناسەكردى ھەردوۋ نەزانراۋى پىسپارەكە دەستپىكە.

نەزانراۋى  $d$ : ھىماى كىرى ئوتومبىلەكە بىت لە پۇژىكدا

نەزانراۋى  $k$ : ھىماى پارەى كىرى يەك كىلومەتر بىت .

لە زانىارىيەكانى سەرەۋەدا دەتوانىت سىستەمى ھەردوۋ ھاوكىشە بنوسىت.

$$\begin{cases} 2d + 125k = 287.250 \\ 4d + 350k = 679.500 \end{cases}$$

بىگومان دەتوانىت ئەم سىستەمە بە پىگى لەجىياتىدانان شىكارىكەيت بەلام ئەمە كارىكى ئاسان نىيە. لەم وانەيەدا فىرى پىگىيەكى تازە دەبىت بۇشىكار كىردى سىستەمە ئالۇزەكان.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - 2y = 9 \end{cases}$$

سىستەمى ئەم دوو ھاوكېشەيە شىكار دەكەيت.

1. ئەم دوو ھاوكېشەيە دوو رادەى دژ بەيەكتى تېدايە. كامانەن؟
2. سيفەتى كۆكردنەو لە يەكسان بووندا بەكاربەينە بۆ ئەو ھاوكېشەيەكت دەستبەويەت لە ھەردوو ھاوكېشەكەو (  $3x + 2y$  و  $5x - 2y$  و 7 لەگەل 9 كۆبەكەو ). ھاوكېشە تازەكە چەنە نەزانراوى تېدايە.
3. ھاوكېشە تازەكە شىكاربە بۆ دياركردنى بەھاي نەزانراوئەكە. پاشان بەھاي نەزانراوئەكە لە يەككە لە دوو ھاوكېشە سەرەكپەكاندا دابنى. ھاوكېشە دەرچووئەكە شىكاربە بۆ دياركردنى بەھاي نەزانراوى دووئەم.
4. پاسادانى ئەو بەكە ھەردوو بەھاي دەستكەوتوو بۆ دوو نەزانراوى  $x$  و  $y$  دەبنە شىكارى سىستەمى دوو ھاوكېشەكە.
5. پوونبەكەو چۆن دژەكان بەكاردەھينىت بۆ شىكارى سىستەمى ھاوكېشەكان.

خالى چاودېرى ✓

## Cancellation Method

## پېگاي لا بردن

لە چالاكپەكەي پېشودا پېگاي لا بردن بەكارهينى بۆ شىكاركردنى سىستەمى دوو ھاوكېشە. ئەم پېگايە بەكاردەھينىت بۆ لا بردنى دژەكانى يەككە لە دوو نەزانراوئەكە.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 7 \\ 2x - 4y = 13 \end{cases}$$

پېگاي لا بردن بەكاربەينە بۆ شىكارى ئەم سىستەمە

شىكار

سيفەتى كۆكردنەو لە يەكسانيدا بەكاربەينە بۆ بۆ دياركردنى بەھاي  $y$  لەجياتى بەھاي  $x$  دەستكەوتنى ھاوكېشەيەك تەنھا  $x$  ي تېدايى كە لە ھەردوو ھاوكېشەكەو دەرەچيەت و ھاوكېشەكە شىكاربە.

$$3x + 4y = 7$$

$$3(4) + 4y = 7$$

$$12 + 4y = 7$$

$$4y = -5$$

$$y = -1.25$$

تېبينىكە  $4y$  و $-4y$  دژى يەكترن

$$3x + 4y = 7$$

$$2x - 4y = 13$$

$$5x + 0 = 20$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

شىكارى سىستەمەكە دەپتە  $(4, -1.25)$ 

بەھاي  $x$  بە 4 و بەھاي  $y$  بە  $-1.25$  لە ھەردوو ھاوكېشە سەرەكپەكاندا دابنى بۆ پاسادانكردنى شىكارەكە:

$$2(4) - 4(-1.25) \stackrel{?}{=} 13$$

$$8 - (-5) \stackrel{?}{=} 13$$

$$13 = 13$$

راستە

$$3(4) + 4(-1.25) \stackrel{?}{=} 7$$

$$12 + (-5) \stackrel{?}{=} 7$$

$$7 = 7$$

راستە

تېبينى ئەو بەكە ھاوكۆلكەي  $y$  لە ھەردوو ھاوكېشەكەدا دژى يەكترن. ئەمەش وا دەكات كە شىكارى ئەم جۆرە سىستەمانە ئاسان بێت.



جاری واهیه هردوولای یهکیک له هاوکیشهکان یان هردوویان له ژمارهیهک بدریت بۆ بهدستهپنانی دوو دژهکه ولابردنی یهکیک له دوو نهزانراوهکه. ئهگەر هاوکۆلکهی یهکیک له دوو نهزانراوهکه 1 بیئت کارهکه ئاسانه، بهلام دهکریت ئهم بیروکهیه جیبهجیبرکریت لهسهر ئه سیستمانهی زیاتر ئالۆزن وهک سیستمی نمونه 2.

## نموونه

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 5x+7y=3 \end{cases} \quad \text{پێگای لابردن بهکاربهێنه بۆشیکارکردنی سیستمی}$$

شیکار

هردوولای هاوکیشهی یهکهه له ژماره 5 بده و ههروهها هردوولای هاوکیشهی دووهم له 2- بده بۆ ئهوهی دوو ژمارهی دژت دهستکهوێت.

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 10x+15y=5 \\ -10x-14y=-6 \end{cases} \quad \text{یان} \quad \begin{cases} (5)2x+(5)3y=(5)1 \\ (-2)5x+(-2)7y=(-2)3 \end{cases} \\ 10x+15y=5 \\ -10x-14y=-6 \\ \hline y=-1 \\ 2x+3y=1 \\ 2x+3(-1)=1 \\ 2x-3=1 \\ 2x=4 \\ x=2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{سيفهتی کۆکردنهوه له یهکسانیدا بهکاربهێنه بۆ ئهوهی} \\ \text{هاوکیشهیهکی تازوت دهستکهوێت تهنها یهک نهزانراوی تێدا بیئت} \\ \text{ئەویش بریتیه له } y, \text{ پاشان ئهم هاوکیشهیه شیکاریکه. لهجیاتى } y \\ \text{بههاکهی له هاوکیشهی یهکههدا دابنێ بۆ دیاریکردنی بههای } x. \\ \text{شیکارهکه دهبیته } (2, -1). \\ \text{پاسادانی شیکارهکه بکه به دانانی بههای هردوو} \\ \text{نهزانراوهکان له هردوو هاوکیشهکهدا.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5(2)+7(-1)=3 \\ 10+(-7)=3 \\ \text{پاسته} \quad 3=3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2(2)+3(-1)=1 \\ 4+(-3)=1 \\ \text{پاسته} \quad 1=1 \end{array}$$

## نموونه

$$\begin{cases} 2d+125k=287.25 \\ 4d+350k=679.50 \end{cases} \quad \text{پێگای لابردن بهکاربهێنه بۆشیکارکردنی ئه پرسپارهی له سههرتهای وانکهه باسکرا}$$

شیکار

$$\begin{array}{l} \begin{cases} (-2)2d+(-2)125k=(-2)287.25 \\ 4d+350k=679.50 \end{cases} \quad \text{هردوولای هاوکیشهی یهکهه} \\ \text{له 2- بده.} \\ \text{سيفهتی کۆکردنهوه له یهکسانیدا بهکاربهێنه بۆ} \\ \text{لهجیاتى } k \text{ بههاکهی دابنێ له هاوکیشهی} \\ \text{بهدهستهکوتنی هاوکیشهیهکی نوێ که یهک} \\ \text{نهزانراوی تێدا بیئت ئەویش } k, \text{ پاشان هاوکیشهیه} \\ \text{شیکاریکه.} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2d+125(1.05)=287.25 \\ 2d+131.25=287.25 \\ 2d=156 \\ d=78 \end{array} \quad \begin{array}{l} -4d+(-250k)=-574.50 \\ 4d+350k=679.50 \\ \hline 100k=105 \\ k=1.05 \end{array}$$

شیکاری سیستمی هاوکیشهکانی پێشوو بریتیه (78; 1.05) دهتوانیت پاسادانی راستیهکهی به لهجیاتیدانان بکهیت، کریی ئوتومبیل له پۆژیکدا 78 ههزار دینار و بری تێچوو یهک کیلومهتر 1.05 ههزار دیناره.

ههولبده ههریهکه لهم سستهمانه به پێگای لابردن شیکاریکه.

$$\begin{array}{l} \text{ب) } \begin{cases} 3x-2y=6 \\ 5x+7y=41 \end{cases} \quad \text{أ) } \begin{cases} 2x-y=7 \\ 5x+4y=11 \end{cases} \end{array}$$

## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

ھەردوو پادە دژەكە لە ھەریەك لەم سیستمە دەستنیشانكە و پوونییكەرەووە چۆن شیکاری دەكەیت.

$$\begin{cases} 2a+b=6 \\ -2a-3b=8 \end{cases}$$

3

$$\begin{cases} 2x-3y=8 \\ 5x+3y=20 \end{cases}$$

2

$$\begin{cases} x+7y=13 \\ x-7y=5 \end{cases}$$

1

نەو ھەنگاوانەمی پۆیستەن بۆ شیکارکردنی ھەریەك لەم سیستمە بە ڕیگی لایەردن باسبکە.

$$\begin{cases} 9a+2b=2 \\ 21a+6b=4 \end{cases}$$

6

$$\begin{cases} 2x-5y=1 \\ 3x-4y=-2 \end{cases}$$

5

$$\begin{cases} 2x+3y=9 \\ 3x+6y=7 \end{cases}$$

4

جێبەجێکردنەکان

## راھینانی ئاراستە کراو

شیکاری سستەمەکان بە لایەردن بکە، پاشان پاسادانی شیکارەكە بکە.

$$\begin{cases} 4x+3y=13 \\ 2x-4y=1 \end{cases}$$

8

$$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 5x-2y=7 \end{cases}$$

7

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ -3x-4y=0 \end{cases}$$

10

$$\begin{cases} 2x-2y=4 \\ 3x+5y=-10 \end{cases}$$

9

## راھینان و جێبەجێکردن

سیستمەکان بە لایەردن شیکاربکە و پاسادانی راستی شیکارەكە بکە.

$$\begin{cases} 2a+3b=18 \\ 5a-b=11 \end{cases}$$

12

$$\begin{cases} -x+2y=12 \\ x+6y=20 \end{cases}$$

11

$$\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 5x-3y=11 \end{cases}$$

14

$$\begin{cases} -4x+3y=-1 \\ 8x+6y=10 \end{cases}$$

13

$$\begin{cases} -x-7=3y \\ 6y=2x-14 \end{cases}$$

16

$$\begin{cases} 2x=2-9y \\ 21y=4-6x \end{cases}$$

15

$$\begin{cases} 0.6x=3.2y+4.6 \\ 2.9y=0.3x+4.8 \end{cases}$$

18

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x=\frac{2}{3}-\frac{1}{6}y \\ y=3x-12 \end{cases}$$

17

$$\begin{cases} 2x=3y-12 \\ \frac{1}{3}x=4y+5 \end{cases}$$

20

$$\begin{cases} b=1.5k+4 \\ 0.8b+0.4k=0 \end{cases}$$

19

$$\begin{cases} 2x-5y=-14 \\ -7x+4y=-5 \end{cases}$$

22

$$\begin{cases} 2x-7y=20 \\ 5x+8y=-1 \end{cases}$$

21

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x-\frac{3}{5}y=-\frac{17}{15} \\ \frac{8}{5}x-\frac{7}{6}y=-\frac{3}{10} \end{cases}$$

24

$$\begin{cases} 3x-2y=-26 \\ 5x+3y=9 \end{cases}$$

23

سىستىمى دوو ھاۋكىشە بۆھەر پىرسىيارىك بىنوووسە. باشتىرىن رېگا ھەلبىزىرە بۆشىكارى سىستىمەكە. سىستىمەكە شىكارىكە و پاسادانى پاستى شىكارەكە بىكە.

## جىيەجىكرىدەكان

**25** **بىركارى بۆ بەكاربەر** مامۇستاي بىركارى بىرارىدا ئاھەنگىك بۆ خويىندىكارانى خۇى بەبۇنەى جەژنى نەورۇزەوۋە سازىدات، 3 كارتۇن كىك و 3 شوشە شەرىبەتى بۆ خويىندىكارانى ھۆبەى «أ» كرى بە 54 ھەزار دىنار. و 4 كارتۇن كىك و 6 شوشە شەرىبەتى بۆ خويىندىكارانى ھۆبەى «ب» كرى بە 78 ھەزار دىنار. نرخی ھەرىكە لە كارتۇننىك كىك و شوشەىكە شەرىبەت چەندە؟

**26** **داھات** بارام پاسەوانە لە يەككىك لە گۆرپەپانەكانى وەستانى ئۆتۆمبىل. داھاتىكى نەگۆرى ھەيە بەرامبەر 15 پۆژ كاركرىد لە مانگىكدا و بۆ ھەر پۆژىكى زىاد كارىكات كرىيەكى زىادەى ھەيە. بارام 25 پۆژ لە مانگى يەكەم كارىكرىد بەمە 720 ھەزار دىنارى وەرگرت و 22.5 پۆژ لە مانگى دووھم كارىكرىد بەمەش 641.25 ھەزار دىنارى وەرگرت. كرىيە نەگۆرەكەى وكرى پۆژانەكەى چەندە؟

**27** **بازرگانى** يەككىك لە تۆمارگاكان دوو جۆر شرىتى مۇسقىقا دەرۇشىت يەككىيان شرىتى ھەلپەركى و ئەوى ترىان شرىتى مۇسقىقا كلاسكىيە. نرخی شرىتىكى ھەلپەركى دەكاتە 21 پارچەپارە و نرخی شرىتى مۇسقىقا كلاسكىكى 33 پارچەپارەيە. تۆمارگاكة لە يەككىك لە پۆژەكاندا 25 شرىتى لە ھەردوو جۆر فرۇشت و بەمەش دەستكەوتەكەى 693 پارچەپارە بوو، تۆمارگاكة چەند شرىتى ھەلپەركى و چەند شرىتى مۇسقىقا كلاسكىكى فرۇشتوۋە؟

**28** **بەكرىدانى خانوو** كرىچىيەك لەگەل كرى مانگى يەكەمدا بارمەتىكە دادەنى. جوامىر لە مانگى يەكەمدا 270 000 دىنارىدا و بە درىژاى سالىكە 2 085 000 دىنارى دا. ئەوا بەھاي ھەرىكە لە بارمەتە وكرى خانووۋەكەى لە مانگىكدا چەندە؟

**29** **گەشتىارى** ئوتلىك دوو جۆر پىشاندانى خستەروو يەكەمىيان 2 شو 4 ژەمە خوارىد دەرگىتەۋە بەنرخی 61 500 دىنار و دووۋەمىيان 3 شو 8 ژەمە خوارىد دەرگىتەۋە بە نرخی 102 750 دىنار، ئايا تىچوۋى شەۋىك چەندە؟ تىچوۋى ژەمە خوارىدنىك چەندە؟

## روانىنىك بۆ دواۋە

شىكارى ئەم ھاۋكىشانە بىكە.

$$\frac{1}{2}x + 3 = 2 \quad \text{32}$$

$$3x - 2 = 2x + 1 \quad \text{31}$$

$$-5 = -x + 7 \quad \text{30}$$

## روانىنىك بۆ پىشەۋە

**33** **تەكنەلۇجىا** وىنەى دوو راستەھىلى  $2x - 3y = 6$  و  $4x - 6y = 18$  بكىشە لە ھەمان پوۋتەختى پۆتانەكاندا. باسى ئەۋە بىكە كە دەستكەوتوۋە.





## بره رهگيهكان Radical Expressions

بۆچی

به زۆری رهگهكان له ههژميرکردنی  
نامار و فيزیدا بهرهكهون، ههروهه له  
جالاکیه پۆژانهكانی پهیدادهین ههروهه  
ریزیهندی



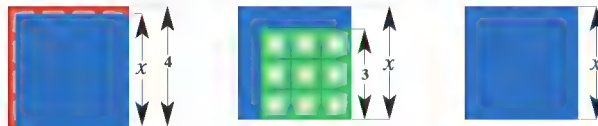
ئامانجهكان

- بههای بریک ههژمار دهکات
- رهگهكانی تیدابیت.
- ئهه برانهی که رهگیان
- تیدابیت سادهدهکات

### Estimating Square Root

### خهملاندنی رهگی دووجا

پروبهی چوارگۆشه شینهکی سانا 12 یهکه دووجایه. چۆن درێژی لایهکی چوارگۆشه  
دیاردهکیت؟ بیرت بێت که پێسای ههژمیری پروبهی چوارگۆشهیه که بهشیوهی  $x^2 = 12$  دهییت  
کاتی که گۆپای  $x$  درێژی لایهکی چوارگۆشه شینهکه بێت. کهواته درێژی لایهکی چوارگۆشه که  
بریتییه له رهگی دووجای ژماره 12. چونکه 12 دووجای تهواو نییه. کهواته دهی درێژی لایهکی  
 $x$  بخهملێنی. تییینی بکه که 12 دهکهوێته نیوان دوو دووجای تهواوی 9، 16.



پروبهی چوارگۆشه که له 9 نزیکتره وه که له 16، لهمهوه بهرهدهچیت که درێژی لایهکی  
چوارگۆشه که دهکهوێته نیوان 3.4 و 3.5 ههژمیری دووجای ژماره دهیهههکانی بکه که له دوو  
پهنوس پیکدین پاش فارزه که دهکهونه نیوان 3.4 و 3.5.

$3.42^2 = 11.6964$	$3.41^2 = 11.6281$	$3.4^2 = 11.56$
$3.45^2 = 11.9025$	$3.44^2 = 11.8336$	$3.43^2 = 11.7649$
$3.48^2 = 12.1104$	$3.47^2 = 12.0409$	$3.46^2 = 11.9716$
	$3.5^2 = 12.25$	$3.49^2 = 12.1801$

کهواته، باشتترین خهملاندن بۆ رهگی دووجای ژماره 12 بریتییه له 3.46. واته،  $\sqrt{12} \approx 3.46$ .

### Square Root رهگی دووجا

ئهگهر  $a$  ژمارهیهکی راستی سالب نهییت، ئهوا دوو رهگی دووجای ههیه یهکیکیان مووجهبه و  
دهنووسریت  $\sqrt{a}$  وئهوێ تریان سالبه و دهنووسریت  $-\sqrt{a}$  و ههریه که لهو دوو ژمارهیه پاسادانی  
ئهم سیفته دهکهن:  $(\sqrt{a})(\sqrt{a}) = a$  و  $(-\sqrt{a})(-\sqrt{a}) = a$

برە ڤهگييهكان Radical Expressions ئەو برانەن ڤهگيان تىدايه و کاتيک دتهوئت برە ڤهگييهكان کۆيکهيتهوه يان ليکيان دهریکهيت دلنياه ئەو ژمارانەى دهکەونه ژيەر هيماى ڤهگهکه يهکسانن. بۆ نموونه، دتهوانيت دوو برە  $2\sqrt{5}$  و  $4\sqrt{5}$  کۆيکهيتهوه و لهمهوه  $6\sqrt{5} = 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$  دهستکهوئت.

نەم برانە سادەبکە.

نمونه

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 \quad \text{ج}$$

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} \quad \text{ا}$$

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} \quad \text{د}$$

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} \quad \text{ب}$$

شیکار

ا سېفهتې بهشینهوه بۆ کۆکردنهوهى راده ليکچوووهکان بهکاربهئنه پاشان ههژمىرى بکه.

$$5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = (5 - 2)\sqrt{6} = 3\sqrt{6} \quad \text{کۆلکەى هاوبەش بریتییە لە } \sqrt{6}.$$

ب ڤیزبهندى رادهکان بکه بۆ ئاسانکردنى سادەکردنهوهکه.

$$5 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 3 = 5 - 3 + 6\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 2 + 4\sqrt{7}$$

ج ڤیزبهندى رادهکان بکه بۆ ئاسانکردنى سادەکردنهوهکه.

$$8\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - \sqrt{3} + 2\sqrt{2} = 8\sqrt{3} - \sqrt{3} + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 7\sqrt{3} + 8\sqrt{2}$$

د مامەلە لهگەل گۆڤاوهکان بکه وهک ئەوهى ژمارهبن.

$$b\sqrt{x} + y\sqrt{x} = (b + y)\sqrt{x}$$

$$y + 2\sqrt{x} - 2y - 3\sqrt{x} \quad \text{ب}$$

$$4\sqrt{6} - \sqrt{6} \quad \text{ا}$$

ههولیده نەم برانە سادەبکە

جالاکی

### Operations with Radical Expressions

### برە ڤهگييهكان و کردارهکان

بۆ نهجامدانى کردارهکان پهيوهندى نتيوان ڤهگهکان و هيزهکان و توانه ڤيژهيهکان بهکاربهئنه.

1. به دوو ڤيگا  $\sqrt{9 \times 16}$  ههژمىرى بکه.

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16} = ? \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{144} = ? \quad \text{ا}$$

2. سى نموونه بهئنهروهو بۆ دلنياهوون له راستى پهيوهندى  $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

3. ههژمىرى  $\sqrt{9+16}$  و  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  بکه و نهجامهکانيان بهراوردبکه.

4. سى نموونه بهئنهروهو ڤوونى بکاتهوه  $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$  ههموو کات راست نيه.

خالى چاودىرى ✓

### Multiplying Square Roots

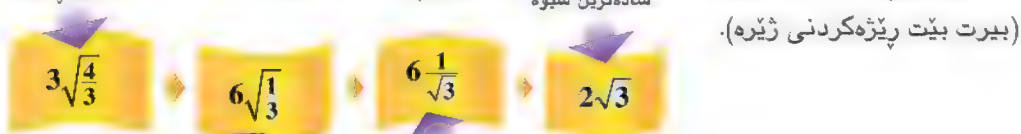
### سېفهتې ليکدانى ڤهگه دووجاكان

ئهگەر دوو ژمارهى راستى  $a$ ،  $b$  سالب نهبن ئەوا:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

پهفتارکردن له گهڼ بره پمگييه ساده کړاوه کسان ناسانتره له پهفتارکردن له گه ټ نهو برانه ی ساده نه کړاون.  
برې په گي به ساده ترين شیوه **Simplist form** ده بټ، ته گه ر ټم مه رجانه ی خواره ووی تیدابټ:  
1. نه بوونی دوو جای ته واوله نیوان کولکه کانی ژماره که له ژیر هیمای په گه که دا.

دووجای ته واوله  
له ژیر په گه که دا



له ژیر په گه که که رت  
همیه

له ژیره دا په گه  
همیه

ټم برانه به ساده ترين شیوه بنووسه.

د  $\sqrt{a^5 b^{10}}$

ج  $\sqrt{a^2}$

ب  $\sqrt{400}$

ا  $\sqrt{12}$

شیکار

به دوا ی دوو جا ته واوله کاند ا بگه پړ له نیوان هاوکولکه کاند ا. سیفه تی لیکدانی په گه دوو جا کان به کار به ټنه، په گي دوو جای ټو دوو جایه ساده بکه. کولکه کانی تر به جی به ټله.

ا  $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

ب  $\sqrt{400} = \sqrt{4 \times 100} = 2 \times 10 = 20$

له بهر ټه ووی هیمای په گي دوو جا په گيکی سالب نیبه له مه وه  $\sqrt{a^2}$  سالب نیبه. هیمای پروت به کار به ټنه بؤ نیشانی ټو، کاتی که توانی گؤړاوه که له ژیر هیمای په گه که دا جوت بټ، و توانی گؤړاوه که له دمه ووی هیمای په گه که دا بټ، پاش ساده کړدن تا که بټ.

ج  $\sqrt{a^2} = |a^1| = |a|$

د  $\sqrt{a^5 b^{10}} = \sqrt{a(a^2)^2 (b^5)^2} = a^2 |b^5| \sqrt{a}$

هه ولې ده  $\sqrt{72m^2n^5}$  ساده بکه.

بیر کړدنه ووی په خنه گرانه بیر کړدنه ووی به های پروت له مانه ی خواره وه به پیویست نازانر ټ.

ب  $\sqrt{b^4} = b^2$

ا  $\sqrt{b^3} = b\sqrt{b}$

ټم برانه ساده بکه.

ب  $\sqrt{3} \times \sqrt{6}$

ا  $(5\sqrt{3})^2$

د  $(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})$

ج  $\sqrt{2}(6+\sqrt{12})$

شیکار

ا بیرت بی که دوو جای هر ژماره یه که ده کاته لیکدانی ژماره که له خو ی. ټم بیر وکه یه

جی به جی بکه. پاشان کولکه کان پیش لیکدان ریزه ند بکه.

$(5\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})(5\sqrt{3}) = (5 \times 5)(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 25 \times 3 = 75$

ب سیفه تی لیکدانی په گه کان به کار به ټنه. ټه نجامی لیکدانه که که له ژیر هیمای په گه که دا یه

شیته لیکه پاشان ساده بیکه.  $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 6} = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$



ج سیفەتی بەشینهوه بەکاربهێنە بۆ ئەوەی لێکدان و شیکردنەوه و سادەکردن ئەنجامبەدەیت.

$$\sqrt{2}(6 + \sqrt{12}) = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{12} = 6\sqrt{2} + \sqrt{2 \times 12}$$

$$= 6\sqrt{2} + \sqrt{24} = 6\sqrt{2} + \sqrt{6 \times 4} = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

$$(3 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2}) = 12 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2} - 2 = 10 - \sqrt{2} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{2}(4 - \sqrt{8}) \quad \text{ب}$$

$$(2\sqrt{7})^2 \quad \text{ا}$$

ئەمانە کورتبکەرەوه. هەولێدە

### Dividing Square Roots سیفەتی دابەشکردنی ڕەگە دووجاگان

ئەگەر  $a, b$  دوو ژمارەى راستى مۆجەب بن ئەوا:

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

ئەم بڕانە سادەبکە.

$$\sqrt{\frac{9}{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} \quad \text{ج}$$

$$\sqrt{\frac{7}{16}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} \quad \text{ا}$$

شیکار

پاش بەکارهێنانی سیفەتی دابەشکردنی ڕەگەگان، ڕەگی دووجای هەریەکە لەمانەى خوارەوه بنووسە. سەرە و ژێرەى هەریەکیان بە جیا سادەبکە.

$$\sqrt{\frac{7}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} \quad \text{ا}$$

$$\sqrt{\frac{9}{5}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{a^2 b^3}{c^2}} = \frac{|a|b\sqrt{b}}{|c|} \quad \text{ج}$$

ژێرەى دوا وەلام ڕەگی تێدايە. ئەگەر دەتەوێت خۆتى لى رزگاربکەى، بڕەکە لە بړى  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$  بدە کە یەکسانە بە 1.

$$\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

بەم کردارەش دەوتریت پێژەکردنی ژێرە.

$$\sqrt{\frac{ab^2}{c}} \quad \text{د}$$

$$\sqrt{\frac{4}{3}} \quad \text{ب}$$

$$\sqrt{\frac{4}{24}} \quad \text{ا}$$

ئەم بڕانە سادەبکە. هەولێدە

## پاشان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 پوونبیکەرەوه چۆن پەرەى هێلە پوونکردنەوهیەکان بەکاردينیت بۆ دیاریکردنی ڕەگی دووجای ژمارەى 16 (دووجای تەواو).

2 پوونبیکەرەوه چۆن پەرەى هێلە پوونکردنەوهیەکان بەکاردينیت بۆ دیاریکردنی ڕەگی دووجای ژمارەى 19 (دووجای تەواو نییە).

3 پوونبیکەرەوه  $\sqrt{7}$  چۆن دەخەملێنى بەبى بەکارهێنانى بژمێرە یان پەرەى هێلە پوونکردنەوهیەکان.

4 چۆن شیتەلکردن بەکاردهيێنیت بۆ سادەکردنی بړیکى ڕەگی وەك بړى  $5\sqrt{90x^3y^4}$ .

5 سادەترین شیوه بۆ بړیکى ڕەگی چیه؟

## راهبانی ناراسه کراو

ههژمارى ئەم رەگه دووجایانه بکه.

$$\sqrt{36} \quad 6 \quad -\sqrt{64} \quad 7 \quad \pm\sqrt{81} \quad 8 \quad -\sqrt{121} \quad 9$$

ئەم برانه ساده بکه.

$$8\sqrt{3} - 6\sqrt{3} \quad 10 \quad 9 + 3\sqrt{7} - 5\sqrt{7} + 4 \quad 11$$

ئەم بره رەگیانه به سادهترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{32} \quad 12 \quad \sqrt{x^2 y^7} \quad 13 \quad \sqrt{27x^6} \quad 14 \quad \sqrt{a^7 b^3} \quad 15$$

ئەم برانه ساده بکه.

$$(7\sqrt{11})^2 \quad 16 \quad \sqrt{2} \times \sqrt{10} \quad 17 \quad (5 - \sqrt{3})(5 + \sqrt{3}) \quad 18 \quad \sqrt{\frac{6}{49}} \quad 20 \quad \sqrt{\frac{225}{18}} \quad 21 \quad \sqrt{\frac{x^7 y^{14}}{z^3}} \quad 22$$

## راهبان و جیه جیکردن

ئەم رەگه دووجایانه ههژمار که. ئەگەر رەگه دوووجاکان پێژەیی نەبوون ئەوا بۆ نزیکترین بهش له سهه نزیکبکهوه.

$$\sqrt{225} \quad 23 \quad -\sqrt{169} \quad 24 \quad -\sqrt{11} \quad 25 \quad \sqrt{\frac{4}{9}} \quad 26 \quad -\sqrt{40} \quad 27 \quad -\sqrt{27} \quad 28 \quad \sqrt{1000} \quad 29 \quad \sqrt{10000} \quad 30 \quad -\sqrt{0.04} \quad 31 \quad \sqrt{0.059} \quad 32$$

به به کارهێنانی شیتەلکردن ئەمانه ساده بکه.

$$\sqrt{49} \quad 33 \quad \sqrt{196} \quad 34 \quad \sqrt{576} \quad 35 \quad \sqrt{3600} \quad 36 \quad \sqrt{192} \quad 37 \quad \sqrt{75} \quad 38 \quad \sqrt{98} \quad 39 \quad \sqrt{1620} \quad 40 \quad \sqrt{264} \quad 41 \quad \sqrt{648} \quad 42$$

وادابنێ  $a$ ،  $b$  ژمارهێ موجهب بن، و دیاریکه رسته که راسته یان نا.

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad 43 \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad 44 \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad 45$$

ئەم برانه به سادهترین شیوه بنووسه.

$$\sqrt{3} \times \sqrt{12} \quad 46 \quad \sqrt{8} \times \sqrt{18} \quad 47 \quad \sqrt{48} \times \sqrt{3} \quad 48 \quad \sqrt{54} \times \sqrt{6} \quad 49 \quad \sqrt{\frac{64}{16}} \quad 50 \quad \sqrt{\frac{96}{2}} \quad 51 \quad \sqrt{\frac{50}{8}} \quad 52 \quad \sqrt{\frac{150}{6}} \quad 53 \quad \sqrt{5} \times \sqrt{15} \quad 54 \quad \sqrt{98} \times \sqrt{14} \quad 55 \quad \sqrt{\frac{56}{8}} \quad 56 \quad \sqrt{\frac{96}{8}} \quad 57$$

ئەم برانه ساده بکه و وایدابنێ ههموو گۆراوهکان سالب نین و ههموو ژێرهکان جیاوازن له سفر.

$$\sqrt{a^4 b^6} \quad 58 \quad \sqrt{x^8 y^9} \quad 59 \quad \sqrt{\frac{a^6}{b^{10}}} \quad 60 \quad \sqrt{\frac{x^3}{y^6}} \quad 61$$

ئەو كرادارنەى لە توانات دا ھەيە ئەنجاميان بدە و دەلامەكەت بە سادەترين شيۆە بنووسە.

$$\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - \sqrt{6} \quad \boxed{64} \quad 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{5} \quad \boxed{63} \quad 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} \quad \boxed{62}$$

$$\frac{\sqrt{15} + \sqrt{10}}{\sqrt{5}} \quad \boxed{67} \quad \frac{6 + \sqrt{18}}{3} \quad \boxed{66} \quad (4 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{2}) \quad \boxed{65}$$

ئەمانە سادەبکە.

$$\sqrt{12} \times \sqrt{6} \quad \boxed{70} \quad (4\sqrt{25})^2 \quad \boxed{69} \quad (3\sqrt{5})^2 \quad \boxed{68}$$

$$\sqrt{5}(6 - \sqrt{15}) \quad \boxed{73} \quad 3(9 + \sqrt{5}) \quad \boxed{72} \quad \sqrt{72} \times \sqrt{32} \quad \boxed{71}$$

$$(\sqrt{3} - 4)(\sqrt{3} + 2) \quad \boxed{76} \quad (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) \quad \boxed{75} \quad \sqrt{6}(6 + \sqrt{18}) \quad \boxed{74}$$

$$\sqrt{5}(\sqrt{5} - 4)^2 \quad \boxed{79} \quad \sqrt{12}(\sqrt{3} + 8)^2 \quad \boxed{78} \quad \sqrt{3}(\sqrt{3} + 2)^2 \quad \boxed{77}$$

بەرەنگارى

ئەندازە دريژى لايەكى ئەو چوارگۆشەيە دياربکە كە پووبەرەكەى دەكاتە:

$$28m^2 \quad \boxed{82} \quad 144m^2 \quad \boxed{81} \quad 250m^2 \quad \boxed{80}$$

83 **باخچەكان** لەبەر دەرگای مالى شيرين باخچەيەكى چوارگۆشەيى ھەيە پووبەرەكەى دەكاتە  $676m^2$  دريژى لايەكى چەندە؟

جيبە جيكرەنەكان

## روانىتيك بۆ دواو

ئەمانە سادەبکە.

$$\left(\frac{20x^3}{-4x^2}\right)^3 \quad \boxed{86} \quad \frac{x^5 y^7}{x^2 y^3} \quad \boxed{85} \quad (-a^2 b^2)^3 (a^4 b^2)^3 \quad \boxed{84}$$

ئەمانە ليکبەدە.

$$(6b+1)(3b-1) \quad \boxed{89} \quad (3d+5)(2d-6) \quad \boxed{88} \quad (2x-4)(2x-4) \quad \boxed{87}$$

## روانىتيك بۆ پيشەو

ئەو ھىزانەى توانيان پيژەيە بۆ دەرپرېنى رەگەكان بەكاردين. بەشيۆەى  $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$  دەنوسرين كاتيک  $a$  ژمارەيەكى سالب نييە،  $n$  ژمارەيەكى تەواوە كە لە 2 كەمتر نييە، بۆ نمونە:  $\sqrt[3]{27} = 3$  چونكە  $3^3 = 27$  و  $\sqrt[4]{16} = 2$  چونكە  $2^4 = 16$  ياساى ھيژەكان بۆسادەكردى برەكان بەكاربھيئە. نمونەش بۆ ئەمە:

$$\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^5 \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = \left(x^{\frac{5}{2}}\right) \left(x^{\frac{3}{2}}\right) = x^{\frac{8}{2}} = x^4$$

ئەمانە سادەبکە.

$$(xy)^{\frac{1}{2}} \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^6 \left(y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \quad \boxed{91} \quad \left(x^{\frac{1}{3}}\right)^4 \left(x^5\right)^{\frac{1}{3}} \quad \boxed{90}$$

$$\left(x^3 y^{\frac{3}{2}}\right)^6 (xy)^{\frac{1}{2}} \quad \boxed{92}$$



# سۆزەکان لە بیدراوەکاندا

مروڤ شۆزەکانی بەکارهێناوە بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە سەرەتاکانی بێرکردنەوهی بێرکاریانەدا. لەم پرۆژەدا شۆزەکان بەکاردهێنرێن بۆ شیکارکردنی پرسیارە جۆراوجۆرەکان و بۆ قوول بوونەوهی زیاتر لە جیهانی جەبردا.

## چالاکى 1

زانا گریگییەکان بایەخیان بە بنیاتنانی لاکیشەکان داوە و وایان داناوە کە ئاسوودەن بۆ سەیرکردن. ئەم لاکیشانەیان جیاکردۆتەو بەپێی رێژیان بۆیان (بە نزیکەى 1.618) و ناویان لێناون لاکیشە زێڕینەکان **Golden Rectangles** و ئەم رێژیان ناوناوە بە رێژی **Golden Ratio**. دواى ئەو زانایانى دەروونناسى گەشتوونەتە ئەوێ کە مروڤ بەبێ هەستکردن ئەو شۆو لاکیشانەیان لا پەسندترە کە نزیکن لە لاکیشە زێڕینەکان. لەلایەکی ترەو زانای بێرکاری ئیتالی فیبوناتشى ژمارەى یەک لەدوایەکی پیکهیناوە کە بە ناوی خۆیەو ناسراون. ژمارەى یەكەمیان 1 و دووەمیان 2 بەلام ژمارەکانی تر هەریەکیان دەکاتە سەرجمی دوو ژمارەى پێش خۆی.

1 دە ژمارەى یەكەم لە ژمارەکانی فیبوناتشى بنوسە.

2 بزمیر بۆ تەواوکردنی خشتەکەى خوارەو بەکاربهێنە، بۆ هەژمێرکردنی رێژی هەر ژمارەیهک بۆ ژمارەکەى پێش خۆی.

ژمارەى فیبوناتشى	ژمارەى دواى ئەو	رێژی ژمارەى دوا بۆ ژمارەکە
3	5	1.667
5	8	?
8	13	?
?	?	?
?	?	?
?	?	?

3 وێنەى لاکیشەکان بکێشە کە درێژی و پانیان بریتین لە دوو ژمارەى یەك دواى یەکی فیبوناتشى. سانتیمەتر یان ملیمەتر بەکاربهێنە بۆ یەكەى درێژی.

4 بەراوردی رێژی درێژی بۆ پانی لە هەر جاریکدا لەگەڵ رێژی زێڕین بکە.

5 کام لەم لاکیشانەى خوارەو لە لاکیشەى زێڕین نزیکە.

ا) پسوولەى  $3 \times 5$  ب) وێنەى  $5 \times 7$

ج) وێنەى  $5 \times 8$  د) وێنەى  $8 \times 10$

6 نایا لەگەڵ ئەو کەسانەدا یەک دەلێن چاوە بە سەیرکردنی لاکیشە زێڕینەکان ئاسوودە دەبێت.

## چالاقى 2

1 | لهگەل ھاۋىر پىكانتا 20 شىۋەى بازىنەىى ھەلبرىرە.  
چىۋە (c) و تىرە (d) بۇ ھەرىكەيان بېيۋە. خىشەىەك  
بۇ پىدراۋەكان دروستىكە.

2 | پىژەى چىۋە بۇ تىرە  $\frac{c}{d}$  لە ھەر بازىنەىەك ھەژمارىكە.

3 | جووتە پىكخراۋى (d, c) لە پروتەختى پۇتاندا بنوئىنە.

4 | راستەىەكى پوون بەكارىبھىنە بۇ وئىنەكىشانى ئەو راستە  
ھىلەى گەۋرەترىن ژمارەى خالدا يان بەنزىكىانداپروات.

5 | لارى ئەو راستەھىلە ھەژمىرىكە.

6 | پەىوھندى نىۋان ئەو لارىيەى ھەژمىرت كىردوۋە و ژمارەى  $\pi$  چىيە؟

لەمەۋە پىسايەك پوختە بكە كە پىت پىدەدات بە ھەژمىركردنى چىۋەى

بازىنە بە زانىنى تىرەكەى. ئەو پىسايە چىيە؟

# پیداچوونهوه

له پرسياري 1 تا 5 پهكساني سيفهتيك له سيفهتهكاني  
كردارهكاني سهر ژماره راستييهكان دهردهپرېت. كامانه؟

$$a(2b) = (2b)a \quad 1$$

$$2 \times 1 = 2 \quad 2$$

$$b\left(\frac{1}{b}\right) = 1 \quad 3$$

$$3x + 0 = 3x \quad 4$$

$$5(2-x) = 5 \times 2 + 5(-x) \quad 5$$

بههاي برهكان له پرسياري 6 تا 9 ههژميريكه

$$(-1) \times (5+3)^2 - 11 \quad 6$$

$$\frac{(11-5)^2}{3 \times 2} \quad 7$$

$$\frac{(6-12)^5}{-3^2} \quad 8$$

$$\frac{32-(13+4)}{(-3)^2} \quad 9$$

**نابووي** نرخی پېوېست لهسهر سارا گهيشته 88 هزار

دينار له بهكارهيناني نينتهرنيتدا. و نهم بره پاره بو

هاوبهشيكردن و نرخهكمي كه 55 هزار ديناره له

مانگيكا و تيچووني بهكارهيناني نينتهرنيت كه نرخی 3

هزار ديناره بو ههر كاتژميريك.

10 هاوكيشهيك بنووسه كه بری پارهی پېوېست لهسهر

سارا بنوینیت کاتیک  $x$  هیماي کاتژميرهكان بیت.

11 هاوكيشهيك شيكاريكه ژماره ی کاتژميرهكان

دياريكه كه سارا نينتهرنيتي بهكارهيناوه.

12 هاوكيشه ی  $F = \frac{9}{5}C + 32$  شيكاريكه به

ههژماركردنی  $C$  بهپي  $F$ .

شيكارى نهم لاسهنگه ناويتانه بکه و کومهله

شيکارهکانيان لهسهر تهوهری ژمارهكان بنوینه.

$$-3x - 8 \leq 7 \quad \text{وه} \quad -4x > -18 \quad 13$$

$$4x - 3 < 29 \quad \text{يان} \quad -3x < -5 \quad 14$$

$$\text{ههژمیری بههای بری } \left(\frac{5^{-2} \times 5^3}{5^2}\right)^2 \text{ بکه.} \quad 15$$

برهكان له پرسياري 16 تا 18 سادهبکه.

$$x^4(3x)^2 \quad 16$$

$$\frac{(ab^2)^3}{c^2} \quad 17$$

$$\left(\frac{p^{-1}q^2}{p^{-2}}\right)^{-4} \times \left(\frac{p^{-3}q^{-3}}{p^{-3}q^{-1}}\right)^{-3} \quad 18$$

شيكارى سسته می هاوكيشهكان به لابردي بکه لهههردوو

راهینانی 19 و 20.

$$\begin{cases} 9x + 2y = 2 \\ 21x + 6y = 4 \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} 2y = 3x - 6 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 20$$

شيكارى سسته می هاوكيشهكان بکه به له جياتيدانان له

ههردوو راهینانی 21 و 22.

$$\begin{cases} y = 2x - 4 \\ 7x - 5y = 14 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 2x + 10y = -2 \\ 6x + 4y = 20 \end{cases} \quad 22$$

برهكاني ههردوو راهینانی 23 و 24 سادهبکه.

$$\sqrt{x^2 y^4} (x^5 y)^{\frac{1}{2}} \quad 23$$

$$\frac{(24m^8 n)^{\frac{1}{2}}}{(mn^2)^{\frac{1}{2}}} \quad 24$$

له پرسياري 25 تا 28 برهكان به سادهترین شیوه

بنووسه بهمهرجيک ژيرهيان پړه یی بیت.

$$\sqrt{\frac{3}{49}} \quad 26 \quad \sqrt{\frac{5}{25}} \quad 25$$

$$\sqrt{\frac{6}{14}} \quad 28 \quad \sqrt{\frac{16}{5}} \quad 27$$





# تاقىکردنەۋەى بەش

بەجىيەجىڭردنى رىزىبەندى كىدارەكان ئەم بىرەنە  
ھەژمارىكە.

$$12 - 9 \div 3 + 2 \times 5 \quad 2 \quad 5 + 2(7 - 4)^2 \quad 1$$

$$5 \times 4 \div 2 + 3^{(4-1)} \quad 4 \quad \frac{4+6}{2} + 2 \times 5 \quad 3$$

ئەو سىفەتە كامەيە كە لە ھەر جارىكدا بەكارھاتوۋە  
ئەگەر زانیت ھەموو گۆراۋەكان ژمارەى پاستىن.

$$7a - 14 = 7(a - 2) \quad 6 \quad 5x \times 1 = 5x \quad 5$$

$$4(xy) = (xy) \times 4 \quad 8 \quad \left(\frac{a}{2}\right)\left(\frac{2}{a}\right) = 1 \quad 7$$

ھەر بىرېك لەمانە سادەبەكە ئەگەر زانیت ھەموو گۆراۋەكان  
جىاۋازن لەسفر.

$$\frac{(9by)^2}{(3bxy)^3} \quad 10 \quad y^3(x^2y) \quad 9$$

$$\left(\frac{3x^4k^{-1}}{8x^{-2}k^3}\right)^{-2} \quad 12 \quad \frac{14x^{-3}a^4}{35x^5a^3} \quad 11$$

13 **فىزىيا** دەتوانىن جۈلە ووزە بېيۋىن بە بەكارھىنانى  
رېساي  $k = \frac{1}{2}mv^2$  بېيۋىن كاتىك  $m$  بارستايى بە

كىلوگرام و  $v$  خىرايى بە مەتر لە چركەيەكدا و  $k$  جۈلە  
وزىيە بەجۈل. جۈلە ووزەى تەنېك چەندە كە

بارستايىيەكەى 100 كىگم بىت وبە خىرايىيەكەى 5 م/چ  
دەجۈلېت.

ھەريەكە لەم ھاۋكىشەكانە شىكارىكە.

$$\frac{x}{3} - 2 = 16 \quad 15 \quad 4x - 3 = 17 \quad 14$$

$$8x + 4 = 2x - 32 \quad 17 \quad 2x - 0.8 = 2.4 \quad 16$$

18 **نەندازە** بە دوو گۆشە دەۋورتىت تەۋاۋكەرى يەكترن  
كاتىك كۆى پىۋانەكانىيان بىكەتە 90 پلە، ھاۋكىشەيەك

بنووسە و شىكارىيەكە بۇ ھەژمىركردنى پىۋانەى  
ھەريەك لە دوو گۆشەى يەكتر تەۋاۋكەر. ئەگەر زانیت

پىۋانەى يەككىيان 30 پلەى زىياترە لەۋى تىريان.

$$19 \quad \text{ھاۋكىشەى } m = \frac{1}{2}xk^2 \text{ شىكارىكە بە ھەژمىرى } k$$

بەپىى دوو گۆراۋەكەى تر.

ھەريەك لەم لاسەنگانە شىكارىكە و شىكارەكەيان بە  
پوونكردنەۋەى بنوئە.

$$-3x - 6 > 15 \quad 20$$

$$2(4x - 5) < 6x - 6 \quad 21$$

ھەريەكە لەم لاسەنگە ئاۋىتانه شىكارىكە و شىكارەكە بە  
پوونكردنەۋەى بنوئە.

$$(3x + 4 > 7) \wedge (2x - 3 < 5) \quad 22$$

$$(5x \geq 3) \vee (-2 + 4x \leq 10) \quad 23$$

24 **بۇخۇشى** 5 مىندال لەگەل 3 گەرەدا بۇ باخچەى

ئازەلان چوون و 80 ھەزار دىنارىيان پېيۋو. لاسەنگەيەك  
بنووسە ھەژماركردنى بەزرتىن پادەى بۇ نرخی بلىتى  
مىندالېك ئەگەر بىزانىت بلىتى گەرە بە 14 ھەزار  
دىنارە. بەزرتىن پادە چەندە؟

ھەريەك لەم سىستمانە بە لەجىياتىدانان شىكارىكە و  
پاسادانى شىكارەكانىيان بىكە.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad 26 \quad \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 25$$

27 **ژمارەكان** كۆى دوو ژمارە دەكەتە 7. چۈر ئەۋەندەى

يەكەمىيان 1 ى زىياترە لە 5 ئەۋەندەى دوۋەمىيان. ئەم  
دوو ژمارەيە دىيارىيەكە بە پىگای نووسىنى سىستىمى  
ھاۋكىشەكان و شىكارىيەكە.

ھەر سىستىمىك لەمانە بە لابرەن شىكار بىكە و پاسادانى  
شىكارەكە بىكە.

$$\begin{cases} 5x + 2y = 24 \\ 2x - 12 = 4y \end{cases} \quad 29 \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases} \quad 28$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ y - x = -7 \end{cases} \quad 31 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ 2x - 6y = 12 \end{cases} \quad 30$$

32 **بەكارداچوون** نرخی 3 تىنۋوس و 4 پەرتۈك دەكەتە

250 دىنار و نرخی 5 تىنۋوس و 2 پەرتۈك

دەكەتە 600 دىنار. ھەژمىرى نرخی ھەريەكە لە

تىنۋوس و پەرتۈك بىكە لە پىگای نووسىنى

سىستەمى ھاۋكىشەكان و شىكارەكەى.

ھەژمىرى بەھای ھەريەك لەم بىرەنە بىكە.

$$\frac{1}{5} \left( (\sqrt{9})^3 + (\sqrt{64})^2 + 2 \right) \quad 34 \quad (3\sqrt{81})^2 - 31 \quad 33$$

ھەريەك لەم بىرەنە سادەبەكە و ۋاى دابىنى كە بەھای ھەموو  
گۆراۋەكان مۇجەبىن.

$$(5 - \sqrt{12}) - (2\sqrt{27} + 8) \quad 37 \quad 5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 35$$

$$(2 + \sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) \quad 38 \quad \frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5}} \quad 36$$

# تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

1 کام لهم ژمارانه‌ی خواره‌وه پښه‌یی نییه؟

ا  $178.259\ 259...$  ب  $\sqrt{7}$

ج  $\sqrt{49}$  د  $-2315$

2 کام ژماره له‌مانه‌ی خواره‌وه ته‌واوه؟

ا  $17\overline{.259}$  ب  $\sqrt{142}$

ج  $(27)^{\frac{1}{3}}$  د  $\frac{1235}{16}$

3 دوو ژماره‌ی  $-5$  و  $3.25$  به دوو خال له‌سهر ته‌وهری

ژماره‌کان بنوینه و دوو‌ری نیوانیان هه‌ژمار بکه.

4 دوو ژماره‌ی  $3.\overline{7}$  وه  $2.\overline{4}$  به دوو خال له‌سهر ته‌وهری

ژماره‌کان بنوینه و دوو‌ری نیوانیان هه‌ژمیریکه.

5 یه‌کسانیه‌که‌ی  $3 + (5 + 7) = (3 + 5) + 7$  ؟

چ سیفه‌تیکی کرداره‌کان دهرده‌بریت.

6 یه‌کسانیه‌که‌ی  $2(a + b) = 2a + 2b$  ؟

چ سیفه‌تیکی کرداره‌کان دهرده‌بریت.

7 کرداری لیدهرکردن سیفه‌تی ئالوگوری هه‌یه؟ به

نمونه پروونیکه‌وه.

8 نمونه‌یه‌که بهینه‌ره‌وه پروونیکه‌اته‌وه دابه‌شبوون

سیفه‌تی ئالوگوری نییه.

9 هاوکیشه‌ی  $\frac{3x-15}{2} = 9 - 4x$  شیکاریکه.

10 گۆپاوی  $b$  به‌پیی گۆپاوه‌کانی تر هه‌ژماریکه له

پښای  $x = \frac{ab-1780}{q}$ .

11 ئەم هاوکیشه‌یه شیکاریکه

$\frac{3x-2.5}{5} - 123 = 5.6(2.1x - 12.4) + 3.26$ .

12 لاسه‌نگه‌ی  $-x + 4 \leq 2(1 - 2x)$  شیکار بکه و له‌سهر

ته‌وهری ژماره‌کان کۆمه‌له شیکاره‌که بنوینه.

13 کام لهم ژمارانه شیکار نییه بو لاسه‌نگه‌ی

$5x - 6(x + 9) < 1$

ا  $15$  ب  $-35$

ج  $18.25$  د  $-55$

14 به‌های بری  $27^{\frac{2}{3}}$  چه‌نده؟

ا  $3.5$  ب  $3$

ج  $9$  د  $6$

له پرسپاری 15 تا 17 به‌های بره‌که هه‌ژمیریکه.

15  $75 - \frac{3(4+12+2)^2}{3+2}$

16  $\frac{6^2 \times 6^{-3}}{6^{-1}}$

17  $[3(1+2)+3]2^2$

18 بری  $\left(\frac{2x^{-2}y^3}{x^2y^{-3}}\right)^{-1}$  ساده‌بکه.

سیستمی دوو هاوکیشه‌که‌ی خواره‌وه به له‌جیاتیدانان

پاشان به لابردن شیکاریکه.

19  $\begin{cases} 11x + 4y = -17 \\ -6x + y = 22 \end{cases}$

20  $\begin{cases} 1.5x + 2y = 9.5 \\ 2.25x - 0.5y = 5.5 \end{cases}$

21 ئایا بو سسته‌می دوو هاوکیشه‌ی  $\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ 6x - 9y = 22 \end{cases}$  شیکار هه‌یه.

22 به له‌جیاتیدانانی سیستمی دوو هاوکیشه‌ی

شیکاریکه  $\begin{cases} 3x - 3y = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$

له پرسپاره‌کانی 23 تا 26 بره‌ه‌گیه‌کان ساده‌بکه.

23  $(\sqrt{3} + 2)(-1 + \sqrt{3})$

24  $(3\sqrt{5} + 2) - (3 + 2\sqrt{20})$

25  $\frac{2}{\sqrt{15}}$

26  $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

بهشی دووهم

# نەخشەکان

## Functions

1. نەخشەکان.

2. نەخشەیی هیلی.

3. شیوهجیاوازهکانی هاوکیڤشەیی راستەهیل.

4. تەریببوون و ئەستوونبوونی راستەهیلەکان.

5. شیکارکردنی سستەمی هاوکیڤشە هیلییهکان بە پروونکردنەوهیی.

6. نەخشەیی پرووت.

7. هاوکیڤشەکان و لاسەنگەکان کە بەهای پرووتیان تێدایە.

پروژەیی بەشەکە.

پیداچوونەوه

تاقیکردنەوهی بەش

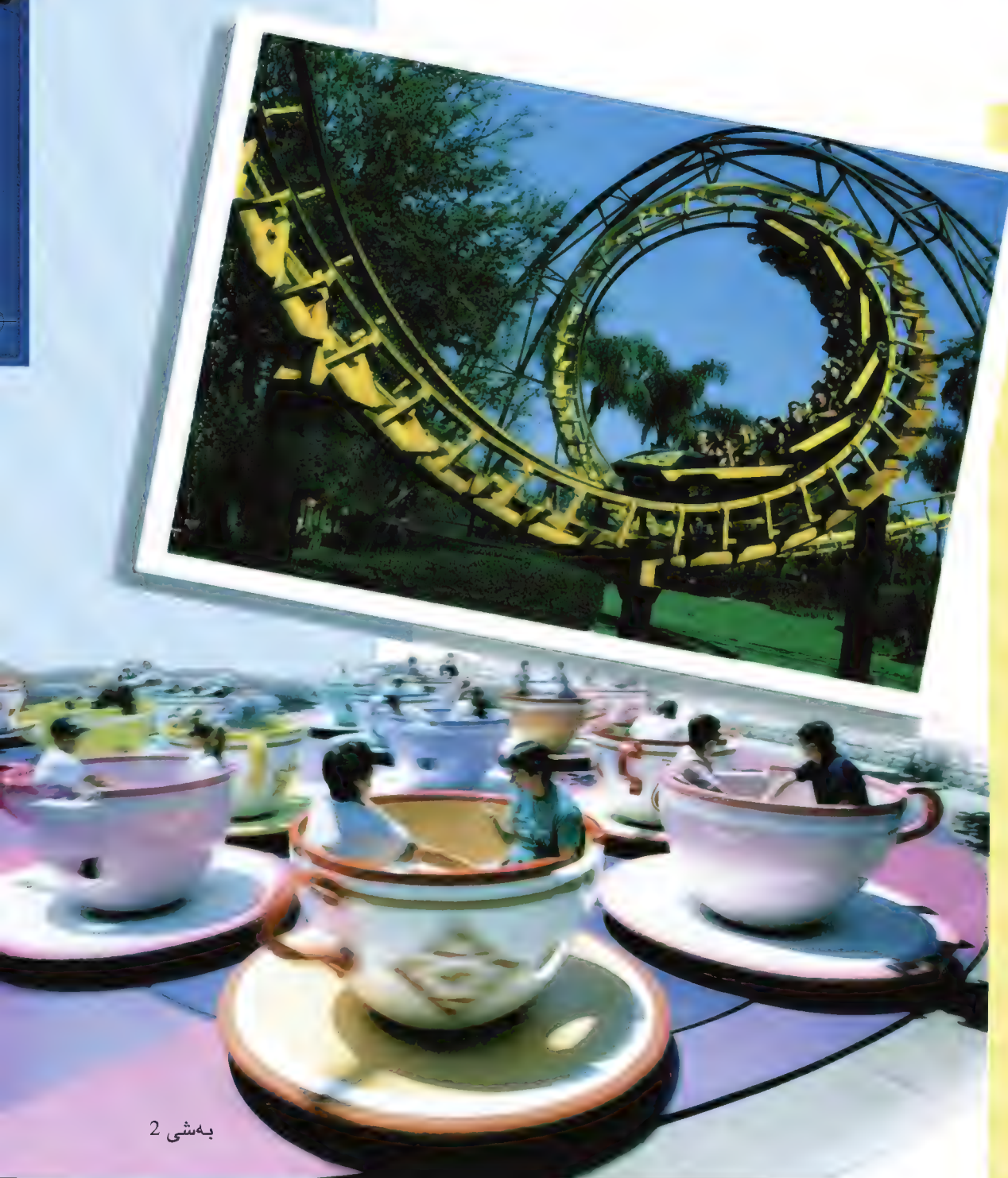
تاقیکردنەوهی کەلەکەبوو



نەخشەکان لە پرسیارەکانی ژيانی پۆژانە بەکار دێت لە میانەى بەکارهێنانى هێندەکان بۆ دەرپرینی گۆرانهکان و پەيوەندى نۆوان دوو گۆراو، نموونە لەسەر ئەو دەتوانرێ پەيوەندى نۆوان خێراى سورانهوێ شەمەندەفەر و ئەو هێزەى سەرنشینەکان لە شوێنەکانیان جێگیردەکات بەهۆى نەخشە بنوێنرێت.

### وانەکان

1. نەخشەکان.
2. نەخشەى هێلکى.
3. شۆو جیاوازەکانى
- هاوکێشەى راستەهێل.
4. تەریببۆن و ئەستوون
- بوونى راستەهێلەکان.
5. شیکارکردنى سستەمى
- هاوکێشە هێلکەکان بە
- پوونکردنەوێ.
6. نەخشەى پووت.
7. هاوکێشەکان و
- لاسەنگەکان کە بەهەى
- پووتیان تێدايە.
- پۆژەى بەشەکە.







### دەريارەى پىرۆژەى بەش

پىرسىارەكانى ژيانى پىرۆژانە زۆر جار ئالۆزن. يان ھەندى ھۆكار كە كارىيان تىدەكەن نەزانراون. لەبەرئەو ھۆيە مەرقىف  
نەمۇنە بىركارىيەكان بەكار دەھىنەت بۆ نواندى ئەو جۆرە پىرسىارانە و خەملاندى شىكارە چاوەرپوانكراوەكان دەكات.  
لەميانەى ئەنجامدانى كارەكانت نەخشە بەكار دەھىنەت بۆ دۆزىنەو ھى ئەو نەمۇنە بىركارىيانەى پەيوەستىن بەزىادبوونى  
پاشەپۆى بۆشايى (گەردون) كە بەدەورى زەوى دەخولەتەو.

پاش تەواوبوونت لە پىرۆژەى ئەم بەشە توانات دەبەت لەسەر:

• بەكارھىنانى خشتە بۆ نواندى پەيوەندى نۆوان كات (بەسالى) و ھىندى پاشەپۆى بۆشايى و ديارىكردى نەخشەى  
گونجاو كە نەمۇنەى بىركارى ئەو پەيوەندىيە پىكەھىنى.

• دۆزىنەو ھى چەند نەمۇنەيەك بۆ لىكۆلەنەو لەسەر كۆبوونەو ھى جۆرە جىاوازەكانى پاشەپۆىيەكانى بۆشايى و  
لىكۆلەنەو ھىيان.

• ديارىكردى جۆرە نەخشەيەك بۆ لىكۆلەنەو ھى پەيوەندى نۆوان بەرزى و ھىندى پاشەپۆى بۆشايى  
لەو بەرزىەدا.

## نه‌خشه‌کان

وانتهى

1



- نواندنی په یوه ندى نیوان  
دوو گډواو به  
پوونکر دنه وهی.
- دیار یکر دنی بواری  
په یوه ندی به که و مه واکه ی.
- بریار دانی ئه وهی که ئایا  
په یوه ندی به که نه خسه  
دیاری ده کات.
- هه ژمیر کردنی به های  
نه خسه کاتیک گډواو که  
به های دیار یکراو  
ومر دگر یت.

وَجِي

هه‌خشه‌كان و په‌یه‌وه‌ندییه‌كان  
به‌زۆری په‌كاردین بۆ بنیات  
نانی نموونه‌ی بیرکاری كه  
ژبانی پۆژانه یان یاسای  
زانستی دهرده‌برن

## جالاتی

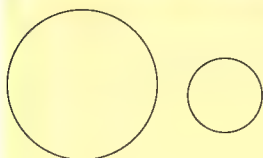
یه یوه ندییه کان و نه خشه کان

### 1. کارزان په راوی تهلەفوونی کرده وه و بیڼی:



ناو	ژماردی تەلەفۆن
شکری	235 246
هیوا	456 987
خەسرەو	852 369
شایان	369 852
قیان	741 236

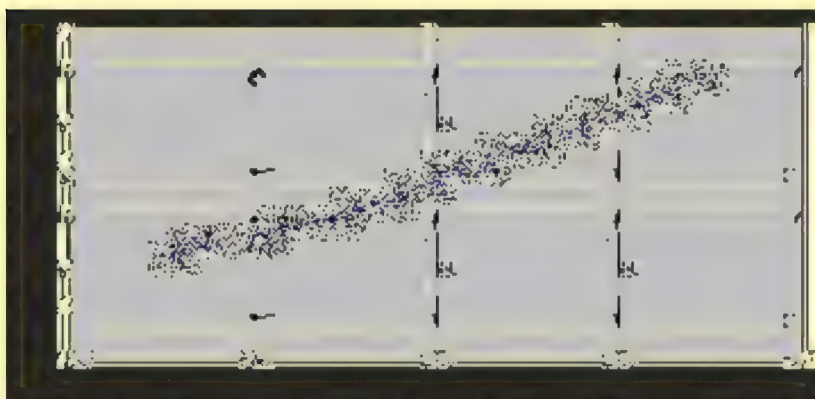
2. بژمیر به کار بیته بو ته و اوکردنی نو خسته یه ی دیت که پرو بهری بازنه ت دده تایی به پپی به ها جیا وازه کانی نیو ه تیره که ی، پاشان روونیکه وه چوڼ خسته که ت ته و اوکرد.



نیوہ تیرہ	1	1.5	4	0.5	0.75	3	0	2.5	10
رووبہر	3.14								



بهره‌مندی جهان له گه‌نځ (مليوټنه‌ها تنه‌ن)

[illegible]

هه‌ینی	پنجشهمه	چوارشهمه	سی‌شهمه	دووشهمه	یه‌کشهمه	شهمه	پۆژانی‌هه‌فته
25	24	22	20	23	24	25	تیکرای‌یه‌ی‌گهرمی

پوڙي پيئج شهممه چهندبووه؟

✓ خالی جاودیڙی

نمونه	گۆپراوی یهكهم	گۆپراوی دووهم
1		
2		
3		
4		

53



لە نموونەى يەكەم دوودل دەبیت لە وەلامى ئەو پرسیارە: نمرەى تەلەفۆنى خەسرەو چەندە؟  
چونکە گۆپاوى ئازادەكە ناو، دوو بەهای گۆپاوى پەيوەستى لە بەرامبەرە. بەلام لە  
نموونەکانى تر، تۆ توشى ئەم کێشەىە نابیت چونکە ھەر بەهایەكى گۆپاوى ئازاد بەرامبەر  
تەنھا يەك بەهای گۆپاوى پەيوەستە.

بە پەيوەندى نۆوان دوو گۆپاوى  $x$  و  $y$  دەلێت نەخشە **Function** ئەگەر ھەر بەهایەكى  $a$   
لە بەھاكانى گۆپاوى  $x$  تەنھا يەك بەهای  $b$  لە بەھاكانى گۆپاوى  $y$  بەرامبەرى بێت، ئەو  
بەھا تاكانەى  $b$  پێى دەوترێت وینەى **Image** نەخشەكە بە گۆپاوى يەكەم دەوترى گۆپاوى  
ئازاد و گۆپاوى دووھم پەيوەست.

سەر لەنوێ چوار نموونەكە شېكەو، و لەھەر بارێكدا دیاریبکە پەيوەندىەكە نەخشەىە یان نا،  
وہلامەكەت پروونبکەو.

✓ خالى جاويدىرى

## نموونە

1

نايا پیدراوہکانى ئەم خستەىە نەخشە دەنوینن؟ ئەو پروونبکەو.

A.		B.	
بەھاكانى گۆپاوى پەيوەست $y$	بەھاكانى گۆپاوى ئازاد $x$	بەھاكانى گۆپاوى پەيوەست $y$	بەھاكانى گۆپاوى ئازاد $x$
-3.6	1	7	3
-3.6	2	8	3
4.2	3	10	3
4.2	4	42	4
10.7	5	34	10
12.1	6	18	11
52	52	52	52

شېكار

A. پیدراوہکانى خستەى يەكەم نەخشە دەنوینن چونکە ھەر بەهایەك لە بەھاكانى گۆپاوى ئازاد  
 $x$  يەك بەهای گۆپاوى پەيوەستى  $y$  بەرامبەرىەتى.  
B. پیدراوہکانى خستەى دووھم نەخشە نانوینن، چونکە بەهای 3 بۆ گۆپاوى ئازاد سى بەهای  
گۆپاوى  $y$  کە 7، 8، 10 بەرامبەرىەتى واتە خستەى  $b$  تەنھا پەيوەندى دەنوینن.

## Different Ways to define a function شېوہکانى پیناسەى نەخشە

ئەگەر پروانیتە نموونەکانى پېشو دەبینیت زۆر شېوہ بۆ پیناسەى نەخشە ھەيە دەتوانین پیناسەى  
نەخشە بکەین بەھۆى:

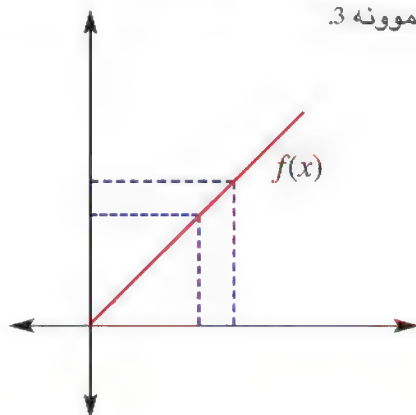
1. **خستەى بەھاكان Table of Values**: نەخشە پیناسەدەکرێت لەم بارەدا بەھۆى خستەىەكى  
دوو ستوونى، يەكەمیان بەھاكانى گۆپاوى ئازاد بگریتە خوێ، و ئەویتیریان بەھاكانى  
گۆپاوى پەيوەستى بەرامبەریان بگریتەو، بە مەرجێك بەهای گۆپاوى ئازاد و بەهای گۆپاوى  
بەرامبەرى لەھەمان ریز بنووسریت.

نموونە: نەخشەى نموونە 1

په یوه نډه کې پېناسکراو بهوې خشته وه نه خشه پیک ناهېنیت، نه گهر ستوونی گورپاوی نازاد بهایه بگریته خو له بهرامبهری دوو بهای جیاواز بؤ گورپاوی په یوه ست هېت.

لیږه په یوه نډه پېناسکراو بهوې خشته وه له نمونه یی په کم نه خشه نانوینیت، چونکه بهای گورپاوی نازاد (خسره) دوو بهای جیاوازی گورپاوی به ستر او (ژماره یی ته له فون) بهرامبهری تی. 2. رېسا Rule: نه خشه پېناسه ده کړیت بهوې رېسایه ک یان یاسایه ک، که بهای گورپاوی په یوه ست به پېی گورپاوی نازاد دهره بریت.

نمونه: نه خشه نمونه یی دووم کاتیک بهای گورپاوی په یوه ست  $A$  (پو بهری بازه) دهره بریت به پېی گورپاوی نازاد نت (نیوه تیره) هم رېسایه همیه:  $A(r) = \pi r^2$  3. وینه یی پوونکر د نه ویه یی Graph پېناسه ده کړیت بهوې وینه یی پوونکر د نه ویه یی کاتیک بهای گورپاوی نازاد له سهر ته وهره یی سینه کان و بهای گورپاوی په یوه ست له سهر ته وهره یی صاده کان  $y$  بن. بهای گورپاوی په یوه ست که بهرامبهر بهای گورپاوی  $x$  له بهاکانی گورپاوی نازاد تانی نهو خاله دیارید هکات که له سهر وینه پوونکر د نه ویه یی کاتیک پوی سینی خاله که دهکات  $x$ . نمونه: نه خشه نمونه 3.



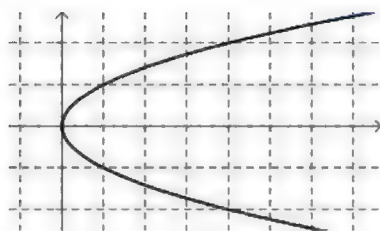
### تاقیکر د نه ویه یی راسته هیلی ستوونی Vertical Line Test

نه گهر راسته هیلیکی ستوونی وینه یی پوونکر د نه ویه یی له خالیک زیاتر بری، نهو هم وینه پوونکر د نه ویه یی نه خشه نانوینیت.

## نمونه

1 آیا وینه یی پوونکر د نه ویه یی بهرامبهر نه خشه یی؟ پوونکر ده.

شیکار



1 نه خیر نه خشه نه چونکه بؤ هر بهایه کی موجه  $x$  دوو بهای گورپاوی  $y$  بهرامبهره، هره وه راسته هیلی ستوونی وینه که له دوو خالی جیاواز دهره بریت.

بۆ لیکۆلینه وهی نهخشهیهکی وه  $f(x)$ ، پێویسته ئهم خالانه جێبهجێبکەیت:

1. دیاریکردنی کۆمهلهی ژماره راستیهکانی گۆراوی ئازاد  $x$  که دهتوانیت ههژماره ی وینهکهی  $y = f(x)$  بکەیت. ئهو کۆمهلهیه پێی دهوتری بوازی پێناسه نهخشهکه یان بهکورتی بوازی نهخشهکه **Domain**.
2. دیاریکردنی کۆمهلهی ژماره راستیهکانی گۆراوی پهیوهست دهیگریتهوه، وپێی دهوتریت مهوای نهخشهکه **Range**.
3. نواندنی نهخشهکه به پروونکردنه وهی. واته نواندنی ههموو جووته ریکخراوهکانی  $(x, y)$  کاتیگ  $x$  دانه بیت لهبوازی نهخشهکه و  $y = f(x)$  کۆمهلهی ئهو خالانه پێیان دهوتریت هیللی پروونکردنه وهی نهخشهکه **Graph**.
4. پوختهکردنی سیفهتهکانی نهخشه لهمیانی لیکۆلینه وهی هیللی پروونکردنه وهی.

چۆن هیللی پروونکردنه وهی نهخشهیهک دروستدهکەیت

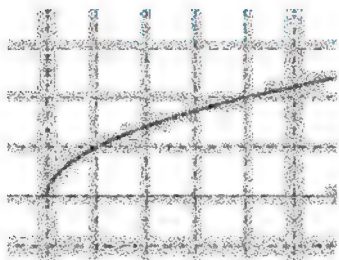
ئهگەر نهخشهکه بههۆی خشتهی بههاکان پێناسه کرابیت، ههموو خالهکانی  $(x, y)$  که له خشتهکه دا هاتوو بهنوینه، پاشان ئهو خالانه به هیللیکی گونجاو بگهیهنه.

ئهگەر نهخشهکه به رێسا پێناسه کرابیت، خشتهی بههاکانی نهخشهکه پیکبهینه و خالهکانی بنوینه و هیللی پروونکردنه وهییهکهی بکیشه بهرپگای پێشو. ههروهها دهتوانیت به بهکارهێنانی بژمیری پروونکردنه وهی یان کۆمپیوتەر هیللی پروونکردنه وهی نهخشهکه بکیشیت.

به رهنگاری

## راهیان

### به رده وامبوون له بیر کاریدا



- 1 جیاوازی نیوان نهخشه و پهیوهندی پروونیکه رهوه، نمونهیهک له سه ر وینهی پروونکردنه وهی بۆ پهیوهندییهک بهینه رهوه نهخشه نه بیت.
- 2 سی رپگا بۆ پێناسه کردنی نهخشه با سه که.
- 3 چۆن بوازی نهخشه پێناسه کراو به هیللی پروونکردنه وهی به رامبه ر دیارده کهیت، و چۆن مه ودا که ی دیاریده کهیت.

### راهیانی ئاراسته کراو

ئهو خشتانه ی دین نهخشه دهنوینن؟ ئه وه پروونیکه وه.

$x$	$y$
3	9
2	2
8	-3
2	1

7

$x$	$y$
10	7
20	11
30	9
40	7

6

$x$	$y$
0	3
1	8
2	8
3	-7

5

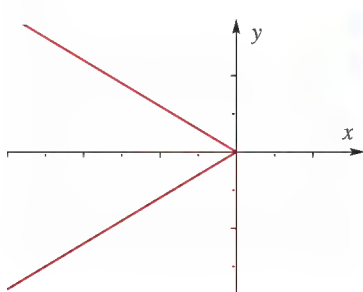
$x$	$y$
5	3
8	4
5	7
9	2

4

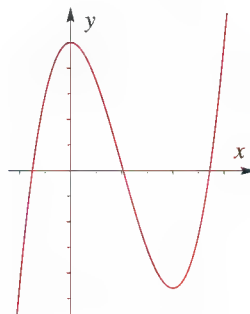
دیاریبکه ئهگەر ئهو وینه پروونکردنه و بیانه نهخشه دهنوینن یان نا، هۆی وه لامه کهت پروونیکه وه.



دیاریبکه ئەگەر ئەو وێنە پروونکردنەوییانە نەخشە دەنوینن یان نا، ھۆی وەلامەکەت پروونبکەو.



9

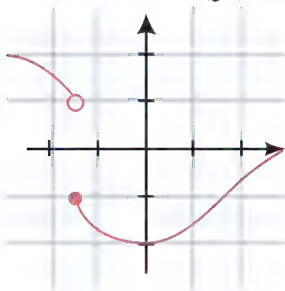


8

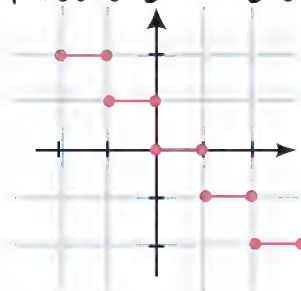
### جێبەجێکردنەکان

10 **نۆتۆمبیلەکان** گۆرپاوی  $A$  ئەو ئۆتۆمبیلانە دەنوینن کە پێگایان پێدراوێ لەشارەکتەدا رێبکەن و گۆرپاوی  $N$  تابلۆی ژمارەیی ئەو ئۆتۆمبیلانە دەنوینن. ئایا پەيوەندیەك لەنێوان  $A$  و  $N$  دا ھەیە؟ ئەگەر وەلامەکەت «بەڵێ» یە ئایا ئەو پەيوەندیە نەخشەییە؟ کام لە دوو گۆرپاوەکە و گۆرپاوی ئازادە و کامیان گۆرپاوی پەيوەستە؟ ھۆی وەلامەکەت پروونبکەو؟

بوار و مەودای نەخشەیی نوێنراو بەم وێنە پروونکردنەوییانە دیاریبکە.



12



11

13 بەھای نەخشەیی  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  ھەژمێرکە کاتی  $x = 3$  و کاتی  $x = 1.5$ .

14 **داھات** زیڕنگرێک 24 ھزار دینار لەھەر کاتژمێرێکی کاردا وەردەگرێت، سەرەرای 20 ھزار دینار بۆ پشکنین و دۆزینەوێ تێکچوونەکان.

ا نەخشەییەك بنووسە داھاتی زیڕنگرەكە  $R$  بەپێی ژمارەیی کاتژمێرەکانی کار  $x$  بنوینن.

ب داھاتی زیڕنگرەكە ھەژمێرکە ئەگەر 5.5 کاتژمێر کاربکات.

### جێبەجێکردنەکان

## راھێنان و جێبەجێکردن

ئایا ئەم خشتانەیی دێن نەخشە دەنوینن؟ ئەو پروونبکەرەو.

$x$	4	4	6	6
$y$	-2	2	-3	3

17

$x$	1	2	3	4
$y$	6	6	9	9

16

$x$	0	2	2	4
$y$	3	-5	1	7

15

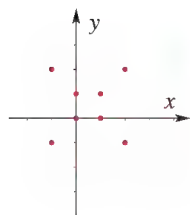
$x$	-2	-2	0	2
$y$	-5	-3	4	6

19

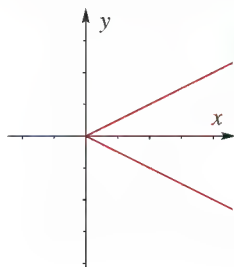
$x$	-5	-3	-1	1
$y$	8	8	-2	-2

18

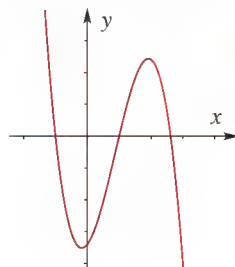
نایا نه وینه پوونکردنه وانهی خواره وه نهخشه دهنوینن؟ نهوه پوونبکهره وه.



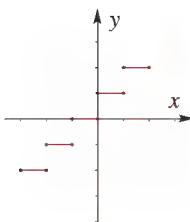
22



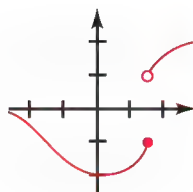
21



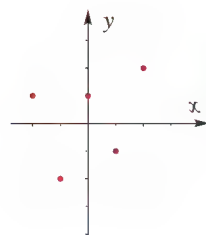
20



25



24



23

به های نهخشه که به له جیاتیدانان هه ژمیریکه.

26  $f(x) = 2x - 6$  کاتیک  $x = 1$  و کاتیک  $x = 3$

27  $f(x) = 5 - 3x$  کاتیک  $x = 1$  و کاتیک  $x = 3$

28  $f(x) = \frac{2x-1}{5}$  کاتیک  $x = -9$  و کاتیک  $x = 1$

29  $f(x) = \frac{x-4}{5}$  کاتیک  $x = -9$  و کاتیک  $x = 9$

30  $f(x) = 2x^2 - 3x$  کاتیک  $x = 3$  و کاتیک  $x = -2.5$

31  $f(x) = -x^2 + 4x - 1$  کاتیک  $x = 2$  و کاتیک  $x = 1.5$

32  $f(x) = \frac{1}{3}x^2$  کاتیک  $x = -1$  و کاتیک  $x = \frac{3}{4}$

33  $f(x) = -4x^2$  کاتیک  $x = \frac{3}{2}$  و کاتیک  $x = -2$

هیلی پوونکردنه وهی نهخشه که به به کارهینانی بژمیری پوونکردنه وهی بکیشه له پاشان بوار و مه وادی دیاریبکه.

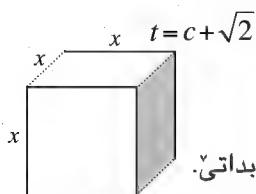
34  $y = -\frac{x}{2}$  35  $y = -\frac{2}{3}x - 5$  36  $y = -2x^2$  37  $y = \left(\frac{x}{2}\right)^2$

38  $y = 2$  39  $y = -6$  40  $y = x^2$  41  $y = x^2 + 2$

42 هیلی پوونکردنه وهی بۆ نهخشه که بکیشه بواره که  $-3 \leq x \leq 3$  و مه واده که  $-5 \leq y \leq 5$  بیت.

43 هیلی پوونکردنه وهی بۆ نهخشه که بکیشه بواره که  $-2 \leq x \leq 5$  و مه واده که  $0 \leq y \leq 4$  بیت.

به های نهخشه  $f(t) = t^2 - 3$  له هر باریکدا هه ژماریکه.



44  $t = \sqrt{2}$  45  $t = \sqrt{2} - 1$  46  $t = c + \sqrt{2}$

نه اندازه هیمای گۆراوی  $V$  بۆ قه باره ی شه شپالوی به رامهر دابنی.

47 نهخشه که بنووسه قه باره ی شه شپالوی  $V$  به پپی دریزی لایه کی  $x$  بداتی.

48 پووبه ری پوویه که له پووهکانی شه شپالوکه هه ژماریکه کاتیک قه باره که  $27m^3$  بیت.

به رنگاری

**49 بهکارچوون** به‌های بژمیره‌کان زۆر به‌خێرای دابه‌زیت، ده‌زگایه‌ک وای دانا که به‌های

بژمیر له‌هر سالتیکدا به‌تیکرای 15% له‌نرخه‌ی بنه‌په‌تی دابه‌زێ.

**ا** نه‌خشه‌یه‌ک بنووسه که به‌های بژمیریکت بدات به‌پێی ته‌مه‌نی به‌سا، ته‌گه‌ر زانیت

ده‌زگا که نرخه‌ی 200 3 دیناری نرخه‌که‌ی ده‌دات.

**ب** نرخه‌ی بژمیره‌که پاش سی سال ده‌بێته چنده؟

**50 بهکارچوون** فرۆشگایه‌کی جلوه‌به‌رگ داشکانیکی به‌پێژه‌ی

30% بو هه‌موو جلوه‌به‌رگه‌کان ئاشکراکرد.

**ا** دانا 47.25 هه‌زار دیناریدا بو

نرخه‌ی کراسیک له‌وه‌رزى داشکاندا،

نرخه‌ی کراسه‌که له‌بنه‌په‌تدا چنده

بووه؟

**ب** زانا پانتۆلیکی کپى نرخه‌که‌ی

25 هه‌زار دیناریبو پیش وه‌رزى

داشکان، نرخه‌ی نوێیه‌که‌ی چنده؟

CLEARANCE

## روانین بو دواوه

هاوکێشه‌ی راسته‌هێلیک به‌ شیوه‌ی  $y = mx + b$  بنووسه، به‌زانینی لاریه‌که‌ی  $m$  و خالیکى وه‌ک  $A$  بپایدا ده‌پوات.

<b>51</b> $m = 5$	<b>52</b> $m = -3$	<b>53</b> $m = \frac{1}{5}$	<b>54</b> $m = -\frac{2}{3}$
$A(2, 3)$	$A(4, 1)$	$A(4, -1)$	$A(-8, -3)$

هاوکێشه‌ی راسته‌هێلیک بنووسه له‌سه‌ر شیوه‌ی  $y = mx + b$ ، به‌زانینی دوو خال که پیایدا ده‌پوات.

<b>55</b> $(1, 4); (-3, 0)$	<b>56</b> $(0, 2); (-1, 1)$
<b>57</b> $(2, 3); (0, 0)$	<b>58</b> $(-2, -5); (5, -1)$

**59** بره‌ی  $3[2 - (5 - 3) - 7] + 2$  به‌ به‌کاره‌ینانی پیزه‌بندی کرداره‌کان هه‌ژمار بکه.

## روانین بو پیشه‌وه

**60** وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌یی بو په‌یوه‌ندی  $y = x^2 - 3x - 10$  پیکبه‌ینه له‌ نیوان  $x$  و  $y$ ،

پروونیکه‌ره‌وه بوچی ئەم په‌یوه‌ندیه نه‌خشه‌ ده‌نوینیت، بواری مه‌ودای ئەم نه‌خشه‌یه دیاربکه.





نەخشەى ھىلى سادەترین نەخشەى  
جەبرىيە و ھەروەھا لىنەياتنانى  
بىرکارى بىرکارى لىبارەکانى زىانى  
رۇژانەدا زۆر بەکاردين

بۇجى

### نامانجەکان

- نەخشەى ھىلى دەناسىت.
- نەخشەى ھىلى بۇ
- بنیاتنانى سامپلەکانى
- بىرکارى بەکار دەھىت.
- بواری نەخشەى ھىلى و
- مەوداکەى و خالەکانى
- يەکتىرپىنى لەگەل دوو
- تەوهرى پۇتانەکاندا
- دياريدەکات.

### چالاکى

### Exploring linear function

### دۆزىنەوهرى نەخشەى ھىلى

دەزانىت كە پلەى كولانى ئاو 100 پلەى سەدىيە. بەلام رەنگە نەزانىت كە 100 پلەى سەدى  
پلەى كولانى ئاو لە شوپىنك لەئاستى پووى دەريايىت (بەرزىيەكەى لە رووى دەريا سفر بىت)  
پلەى كولانى ئاو دەگورپىت بەگورپانى بەرزى شوپىنكە لە پووى دەرياوه. ئەو پلەيە لەسەر  
چياكانى ھىمالايا كە مترە لە 100 پلەى سەدى بەلام زياترە لە 100 پلەى سەدى لە دەريايى  
مردوو. ئەم خستەيە دىت ھەندىك شوپىنى جىھان و بەرزىيەكانى دياركردو، لەئاستى پووى  
دەريا و پلەى كولانى ئاو تىياندا.

ناو	بەرزى لەپووى دەرياوه	پلەى كولانى ئاو
بەسرە (عراق)	0	100
فرېبورغ (سوئىسرا)	586	99.68
سوفەر (لبنان)	1 250	99.315
كۆلورادۆ (ئەمريكا)	1 832	98.995
قورنە سەودا (لبنان)	3 220	98.23
دەريايى مردوو	-420	100.23

1. پىدراوھەكانى خستەكە لە پووتەختى پۇتاندا بنوپىنە كە تەوهرى يەكەم  $x$  بۇ بەرزى لەپووى  
دەريا بە مەترە، و تەوهرى دووهم  $y$  بۇ پلەكانى گەرمى بە پىوهرى سەدى دابنى.
2. نىوان خالەكان بە پارچە راستەھىل بگەيەنە، چى تىيىنى دەكەيت؟
3. ئايا پەيوەندى نىوان بەرزى لەپووى دەريا و پلەى كولانى ئاو نەخشەيە؟ ئەو پوونبەكەوه.
4. وپنە پوونكردەنەوھىيە دەستكەوتووەكەت بەكاربەپنە بۇ خەملاندنى پلەى كولانى ئاو  
لەبەرزى 3000 مەتر لەپووى دەرياوه.
5. وپنە پوونكردەنەوھىيە دەستكەوتووەكەت بەكاربەپنە، بۇ خەملاندنى بەرزى شوپىنك  
لەپووى دەريا، ئەگەر بزانىت پلەى كولانى ئاو تىايدا 97 پلە بىت.
6. لەكويدا وپنە پوونكردەنەوھەكە تەوهرى  $y$  دەپىت؟ ئەم خالە چى دەنوئىت؟

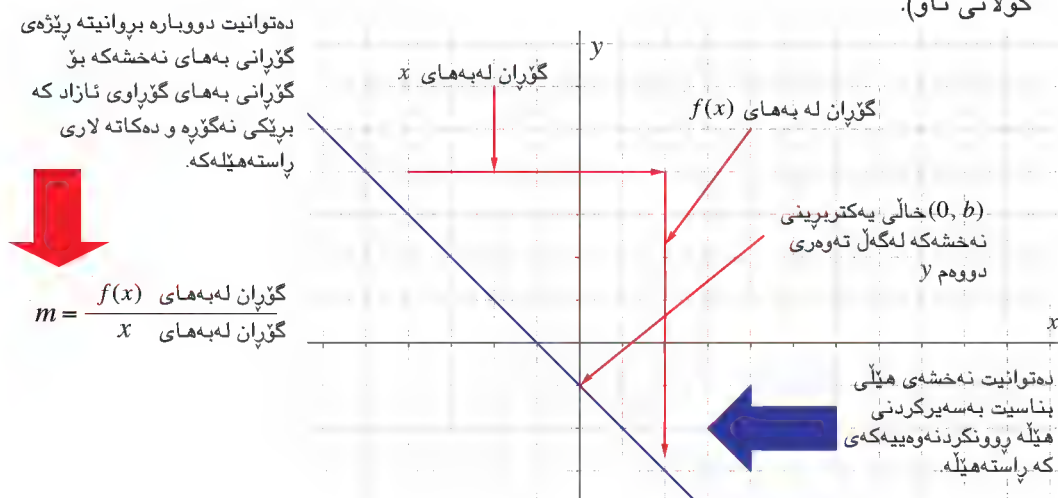
### جىبەجىكردەنەكان

### فىزىيا

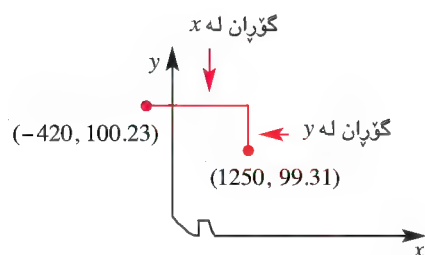
## نەخشەى ھېلى Linear Function

نەخشەى ھېلى نەخشەىكە، روونکردنەۋەبىيەكەى ھېلىكى راستە، پىساي نەخشەى ھېلى بەم شىۋەى دەنوسرىت  $f(x) = mx + b$ .

دەتوانىت نەخشە ھېلىيەكان بۇ بنىاتنانى نمونەى بىركارى بەكاربىنىت بۇ ھەندى لە پەيۋەندىيەكانى نىۋان دوو گۇپراۋ ۋەك پەيۋەندىيەكەى پىشوو (بەرزى لەپوۋى دەريا و پلەى كولانى ئاۋ).



پىژەى گۇپرانى بەھى نەخشەى ھېلى  $f(x)$  بۇ گۇپرانى بەھى  $x$  نەگۇر دەمىنىتەۋە ۋەو پىژەى پىى دەوترىت لارى Slope نەخشەى ھېلى.



۱ **ا** پىدراۋەكانى خشتەى لاپەرى پىشوو بەكاربەئە بۇ پروونکردنەۋەى چۇنىەتى گۇپرانى پلەى كولانى ئاۋ كاتىك بەرزى لەپوۋى دەريا دەگۇرپىت. **ب** پىساي نەخشەى پلەى كولانى ئاۋ بەپى بەرزى لەپوۋى دەرياۋە بنووسە.

شىكار

**ا**  $x$  بەكاربەئە بۇ بەرزى بە مەتر لەپوۋى دەريا و  $y$  بۇ پلەى كولانى ئاۋ بەپىۋەرى سەدى. دوو بەھا بۇ گۇپراۋى سەرىخۇى  $x$  بەكاربەئە و دوو بەھا بۇ نەخشەى بەرامبەريان ۋەك بەرزى سوفەر لە لوېنان و دەرياي مردوۋ لە ئوردن. پىژەى گۇپرانى پلەى كولانى ئاۋ بۇ گۇپرانى بەرزى لەپوۋى دەريا ھەژمىرىكە بۇ ۋەۋى لارىت دەستكەۋى.

$$m = \frac{\text{گۇپران لە نەخشە}}{\text{گۇپران لە } x} = \frac{99.31 - 100.23}{1250 - (-420)} = -0.00055$$

ئەمەش واتە زىادىبونى مەترىك لەبەرزى لەپوۋى دەريا دەبىتە ھۇى گۇپران لەپلەى كولانى ئاۋ بەپى  $-0.00055$  پلە.

**ب** پلەى كولانى ئاۋ = پلەى كولانى ئاۋ لە ئاستى پروۋى دەريا + پىژەى گۇپران  $\times$  بەرزى.

$$f(x) = 100 + (-0.00055)x$$

كەۋاتە پىساي نەخشەكە،  $f(x) = 100 - 0.00055x$

ئایا پلەى كولانى ئاو زیاددەكات ئەگەر بەرزى لەپووی دەریاوه زیادبكات یان كەمدەكات؟  
روونیكەرەوه چۆن خشتەكەى سەرەتای وانەكە بەكاردەهێنیت بۆ وەلامدانەوهی ئەم پرسیارە.  
پوونیكەرەوه چۆن هێلى پوونکردنەوهیى نەخشەى  $f(x) = 100 - 0.00055x$  بەكاردەهێنیت.

شارا پێسای نەخشەى هێلى هەروەك لەبەرامبەردا هاتوو دۆزیه‌وه.  
پێگاکانى شارا باسبکە.  
دوو شوینی تر لەخشتەكە بۆ دۆزینەوهی پێسای نەخشەكە بەكاربەنێنە.  
ئایا هەمان پێسات دەستدەكه‌وێت.

$$m = -0.00055$$

$$f(x) = mx + b$$

$$f(x) = -0.00055x + b$$

$$100 = -0.00055 \times 0 + b$$

$$\Rightarrow b = 100$$

كەواتە پێسای نەخشەكە بریتییه‌ له:

$$f(h) = -0.00055h + 100$$

بەرەنگاری

## نموونه

هەژمیری  $f(9)$  بکە کاتێک  $f(x) = \frac{1}{3}x + 17$  بەهەى  $x$  چەندە ئەگەر  $f(x) = -1$  ؟

شیکار

$$f(9) = \frac{1}{3} \times 9 + 17$$

$$= 3 + 17$$

$$= 20$$

لەجیاتى  $x$  بەهەى 9 دابنێ.

$$f(x) = \frac{1}{3}x + 17$$

لەجیاتى  $f(x)$  بەهەى -1 دابنێ و شیکاریبکە.

$$-1 = \frac{1}{3}x + 17$$

$$-18 = \frac{1}{3}x$$

$$-54 = x$$

پوونیكەرەوه چۆن نەخشەى نموونه 1 بەكاردەهێنێ بۆ دیاریکردنى پلەى كولانى ئاو لە شوینیك 8000 مەتر لەپووی دەریاوه بەرزبێت، ئەو پلەیه دیاریبکە.

پوونیكەرەوه چۆن نەخشەى نموونه 1 بەكاردەهێنیت بۆ دیاریکردنى بەرزى شوینیك لەپووی دەریا پلەى كولانى ئاو تێیدا 85 پلەى سەدى بێت، ئەو بەرزیه دیاریبکە.

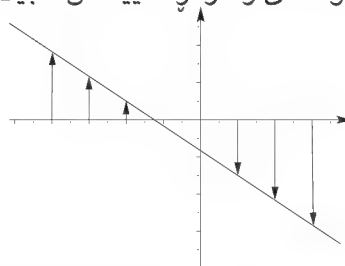
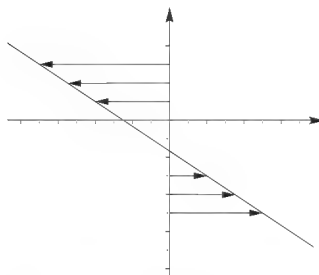
بەرەنگاری

بەرەنگاری

## Studying linear function

## خویندنى نەخشەى هێلى

پێسای نەخشەى هێلى  $f(x) = mx + b$  رێگادەدات بە هەژمیریکردنى بەهەى نەخشەكە کاتێک بەهەى گۆپراوى  $f(x)$  هەرچەند بێت. لەوهوه دەردهچێت كە نەخشەكە پێناسە دەكرێت لەهەر ژمارەیهكى راستیدا، بەم پێیه بوارەكەى دەبێتە كۆمەڵەى ژمارە راستیه‌كان. بەشیوه‌یهكى تر لەوانه‌یه‌ بۆ هەر ژمارەیه‌كى راستى بەهەیه‌كى نەخشەى هێلى هەبێت، چونكە دەتوانى هەژمیری بەهەى گۆپراوى  $x$  بكەیت، ئەگەر بەهەى نەخشەكە بزانی، لەوهوه دەردهچێت كە مەودای نەخشەى هێلى كۆمەڵەى ژمارە راستیه‌كان دەبێت.



هێله پوونکردنەوهیى نەخشە هێلییه‌كه دیارى دەكات كە بوارەكەى هەموو تەوهرى  $x$  دەگرێتەوه .  
هێلى پوونکردنەوهیى نەخشە هێلییه‌كه دیاریدەكات كە مەوداكەى هەموو تەوهرى  $y$  دەگرێتەوه .

كاتێك نەخشەكە بارێكى ژبانى پۆژانە دەنوێنێت، بوار و مەودای نەخشەكە سنووردراو دەبێت.



## نمونه

3

لوتکه‌ی ئیفرست که ده‌کەویته چیاکانی هیمالایا به‌رزیه‌که‌ی 8848m مەتره له‌پووی دەریا به به‌رزترین شوین له‌پووی زه‌وی داده‌نریت و هه‌روه‌ها ده‌ریای مردوو که 420m مەتر له‌پووی دەریا نزمه، به‌نزمترین شوینی پووی زه‌وی داده‌نریت، ئەو دوو زانیارییه‌ی پیشوو به‌کاربه‌ینه‌ی بۆ ئەوه‌ی به‌وردی بوار و مه‌ودای نمونه‌ی 1 دیاریبکه‌یت.

شیکار

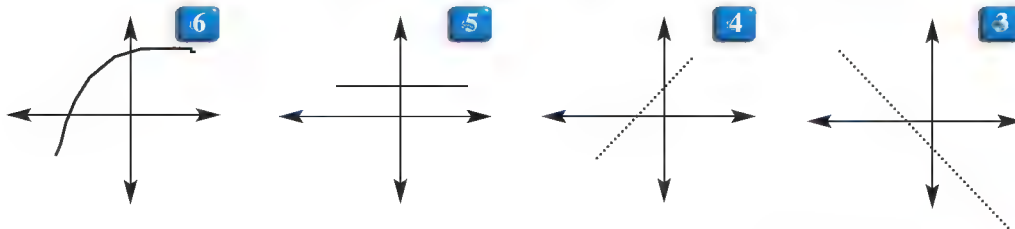
نه‌خشه‌ی نمونه‌ی 1 نمونه‌یه‌کی بیرکاری پیکدینیت، له‌پاستیدا له‌وه‌وه‌ی ده‌رده‌چیت که‌گۆرانی سه‌ربه‌خۆ سنوورداوه به‌چهند به‌هایه‌کی دیاریکراو، به‌پێی دوو زانیارییه‌که‌ی پیشوو ئەو به‌هایانه وه‌رده‌گریت که ده‌کەویته نیوان  $-420$ ،  $8848$  له‌به‌رئه‌وه‌ی بوارێ نه‌خشه‌ی نمونه‌ی 1 کۆمه‌له‌ی ژماره‌ی پاستیه‌کانی ئەو لاسه‌نگه  $-420 \leq h \leq 8848$  پاسادان ده‌کات. بۆ دیاریکردنی مه‌ودا له‌م باره‌دا ده‌بینین که به‌هایه‌که‌ی که‌مه‌ده‌کات هه‌ر چهند به‌رزێ  $h$  زیادی‌کات، ئەمه‌ش ئەوه ده‌گه‌ینیت که به‌رزترین به‌های به‌رامبه‌ر نزمترین به‌های گۆراوه‌ی ئازاده‌که‌یه  $f(-420) = 100.23$  و نزمترین به‌های به‌رامبه‌ر به‌رزترین به‌های گۆراوی  $x$  ده‌بیت واته  $f(8848) = 95.13$  وه‌روه‌ها مه‌ودای نه‌خشه‌ی نمونه‌ی 1 کۆمه‌له‌ی ئەو ژماره‌ی پاستیایانه‌یه که  $95.13 \leq y \leq 100.23$  پاسادانده‌کات.

## راهی‌نان

### به‌رده‌وامبوون له‌بیرکاریدا

1 چۆن پاسادانی ئەوه ده‌که‌یت که خالێک پۆتانه‌که‌ی زانراو بیت ده‌کەویته سه‌ر پاسته‌هێلێک هاوکێشه‌که‌ی زانراو بیت.

2 پروونیکه‌وه‌ چۆن پێسای نه‌خشه‌ی هێلی ده‌دۆزیت‌وه‌ به‌زانینی هێلی پروونکردنه‌وه‌یی. نایا ئەم وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌ییانه نه‌خشه‌ی هێلی ده‌نوین؟ ئەوه پروونیکه‌وه‌.



### راهی‌نانی ئاراسته‌کراو

نایا ئەم نه‌خشانه هێلین؟ ئەوه پروونیکه‌وه‌.

7  $f(x) = 2 - x^2$  8  $f(x) = -3x - 6$  9  $g(x) = 4 + 10x$

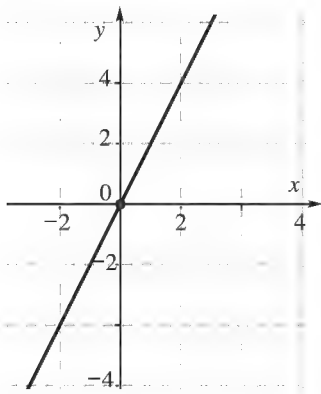
10  $f(x) = x^3 - x$  11  $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$  12  $g(x) = \frac{1}{x}$

13 خشته‌ی خواره‌وه تیجوی په‌یوه‌ندی کردنه‌کانی مۆبایل دیاریده‌کات له‌گه‌ڵ تیجونه نه‌گۆره‌که‌ی که به‌هاکه‌ی 2 سه‌نته له‌هه‌ر خوله‌کێک.

جێبه‌جێکردنه‌کان-  
بیرکاری به‌کارچوون

ژماره‌ی خوله‌ک	1	2	3	4	5	6
تیجوو به‌ سه‌نت	2.50	3.00	3.50	4.00	4.50	5.00

خشته‌که به‌کاربه‌ینه‌ی بۆ نووسینی نه‌خشه‌یه‌ک، بوار و مه‌ودای ئەو نه‌خشه‌یه دیاریک.



**14** وینەى بەرامبەر هیڤى پروونکردنەوهیى نەخشەیهکی هیڤى دیاردهکات، خشتهى بههاکانى پیکبهینه و پيساکهى بنوسه.

جووته ریکخراوهکه تهواوبکه بهمهرجیک خالهکه بکهوئته

سەر راستههیڤى  $y = -4x + 21$ .

**15**  $(5, ?)$  **16**  $(?, 9)$

**17**  $(0, ?)$  **18**  $(?, 0)$

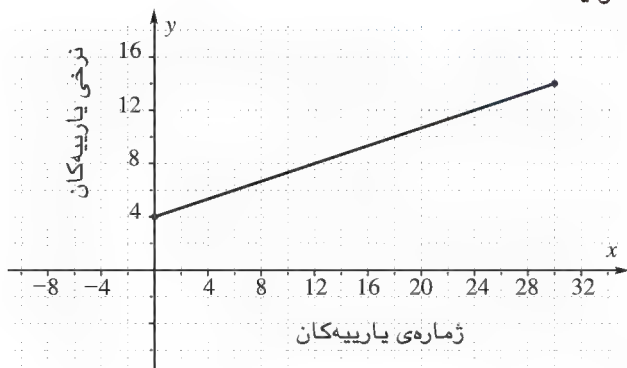
## راهیان و جیه جیکردن

جووته ریکخراوهکه تهواوبکه بهمهرجیک خالهکه بکهوئته سەر راستههیڤى  $y = 2x - 14$ .

**19**  $(8, ?)$  **20**  $(10, ?)$  **21**  $(0, ?)$  **22**  $(?, 0)$

**23**  $(5, ?)$  **24**  $(-5, ?)$  **25**  $(3, ?)$  **26**  $(?, 3)$

**27**  $(?, 6)$  **28**  $(?, -4)$  **29**  $(?, -7)$  **30**  $(?, 10)$



**31** ئەندازەى پۆتان وینەى پروونکردنەوهیهکه

پهيوەندى نۆوان ژماره یاریه

ئەلکترۆنییهکان (نۆوان 0 و 30)

ونرخهکەى دیاریدەکات،

خشتهى بههاکانى ئەم نەخشەیه

پیکبهینه و پيساکهى بنوسه.

**32** ئوتومبیلەکان کاتیک تانکی

سووتهمەنى ئوتومبیلەکەت پر

دەکەیت، برى سووتهمەنى له

تانکیهکه نەخشەیهکه، گۆراوه سەربهخۆیهکەى ژماره یاریه خولهکهکانه وای دابنى که ئەو

سووتهمەنییهى دەرژیتە ناو تانکیهکه به تیکرای 18 لیتره لههەر خولهکیکدا و فراوانی

تەنکیهکه دەگاته 35 لیتر.

**أ** رپسای نەخشەیهک بنوسه برى ئەو سووتهمەنییهى که دەرژیتە ناو تانکیهکه بهپى کات بنوینیت.

**ب** بوار و مەودای ئەم نەخشەیه دیاریبکه.

**33** **بوخوشى** یانەى گەنجان CD دەفرۆشیت وەك لهو خشتهیهى دیت دیارکراوه، لهگەل پارەى

بهشداربوونی لهیانەکه که بریتییه له 25 هزار دینار.

ژماره یاریه	CD	تیچوون
14	12	10
165	145	125
		105
		85
		65
		45
		25

نەخشەیهک بنوسه ئەمه بنوینیت؟

**34** **بوخوشى** يانەى ژيان CD دەفرۇشېت وەك لەم خشتەى خوارەوۈ ديارىكراوۈ لەگەل پارەى بەشارىبون لە يانەكەدا كە دەگاتە 35 ھەزار دىنار.

ژمارەى CD	0	2	4	6	8	10	12	14
تېچون	35	51	67	83	99	115	131	147

نەخشەيەك بنووسە ئەمە بنوئىت.

**35** **تەكنەلوژيا** بژمىرەى پروونكردنەوۈيى بەكاربەيئە بۇ كېشانى ھېلى پروونكردنەوۈى دوو نەخشەكەى دوو پراھىنانى پېشوو لەھەمان پرووتەختى پۇتاندا. بەراوردى نىوان دوو خستەپروۈكە بكة. كام يانەيان خستەپروۈى باشتىر پېش كەش دەكات؟ ئەو پرون بكەرەوۈ.

بەرەنگارى

## روانىيىك بۇ دواوۈ

خشتەى بەھاكانى ھەر نەخشەيەك پېكبەيئە بەلەجياتيدانانى بەھاكانى

1, 2, 3, 4, 5, 10 لەجياتى  $x$  و ھېلە پروونكردنەوۈيەكەى بكيئشە.

$$y = 5x - 1$$

**37**

$$y = 2x + 1$$

**36**

بەھزرى بەھاي ژمارەى ھەر بېك لەمانە ھەژمىرەكە.

$$1\,000 \times 1\,000$$

**41**

$$\frac{480}{16}$$

**40**

$$10 \times 30$$

**39**

$$300 - 196$$

**38**

## روانىيىك بۇ پېشەوۈ

$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	1	4	9	16	25	36	49	64

**42** لەخشتەى سەرەوۈ بكوۈلەوۈ ئايا نەخشەى ھېلى دەنوئىت؟

**43** رېساي پەيوەندى نىوان  $x$  و  $y$  بنووسە، پېدراوۈكانى خشتەكە بە پروونكردنەوۈيى بنوئە و لە وەلامەكەى پېشوو ساغبەكەوۈ.



# شیۆه جیاوازهکانی هاوکیښه راستههیل

## Various forms of the equation of a line



### ئامانجهكان

- شیۆه جۆراوجۆرهكانی هاوکیښه راستههیل دهناسی.
- هاوکیښه راستههیل به شیۆه جیاوازهکانی دهنوسیت.

### بۆچی

هاوکیښه راستههیل رۆلکی گرنگ لهبیرکاری دهگێری و به سادهترین نهخشه جیهی دهتوێتی و ههروهها بۆ بنیات بانی نمونهی زۆریه کیشهکانی زیان بهکار دێت

### چالاکی

#### Slope-Intercept Form هاوکیښه راستههیل به شیۆه لاری یهکتربیرین

نهزاد سهردانی کۆمپانیایهکی بهکریدانی ئوتومبیلی کرد. فهرمانبهری کۆمپانیاکه پێی راگهیاندهی 100 ههزار دینار بدات کاتیگ ئوتومبیل وهردهگری و 1.5 ههزار دینار بدات بۆ ههر کیلۆمهترێک دهیبرێت.

1. ئەم خشتهیهی دیت تهواوبکه.

ژمارهی کیلۆمهترهكان	10	20	30	
ئهوهی پێویسته بیدات	$1.5 \times 10 + 100$			

2. هاوکیښه گۆژمه ی که پێویسته بیدات به پێی ژمارهی کیلۆمهترهکانی x بنووسه.

3. ئەم هاوکیښهیه به پوونکردنهوهی بنوینه.

### جیههچیکردنهكان

#### بازرگانی

## هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - یه‌کتربرین Slope - Intercept Form

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - یه‌کتربرین بریتیه له  $y = mx + b$  کاتیک  $m$  و  $b$  دوو ژماره‌ی راستین، ژماره‌ی  $m$  لاری راسته‌هیل‌که‌یه و  $b$  تانی خالی یه‌کتربرینی راسته‌هیل‌که‌یه له‌گه‌ل ته‌وره‌ی  $y$ .

### نمونه

1

لاری راسته‌هیل و خالی یه‌کتربرین له‌گه‌ل ته‌وره‌ی  $y$  دیاربکه.

ج  $y = 5$

ب  $y = -5x + 3$

ا  $y = 3x - 4$

شیکار

ا لاری 3 و خالی یه‌کتربرین  $(0, -4)$

ج لاری 0 و خالی یه‌کتربرینی  $(0, 5)$

ب لاری -5 و خالی یه‌کتربرین  $(0, 3)$

هه‌ولبد

ئه‌و راسته‌هیل بکیشه که ئه‌و هاوكيشه‌یه  $y = 2x - 8$  ده‌نوینی.

## چالاک‌ی 2

## Slope Point Form هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک

ئه‌گه‌ر لاری راسته‌هیل  $m$  و خالیک  $(h, k)$  که پیدایا ده‌روات بزانت، ئه‌وا ده‌توانیت هاوكيشه‌که‌ی بنووسی.

1. هاوكيشه‌ی راسته‌هیل له‌سه‌ر شیوه‌ی لاری و یه‌کتربرین ته‌ویه  $y = mx + b$  په‌یوه‌ندی نیوان لاری  $m$  و هاوكو‌لکه‌ی  $x$  له‌م په‌یوه‌ندییه‌دا چیه؟ چۆن هاوكيشه‌ی راسته‌هیل ده‌نوسیت بو ده‌ربهرین له‌م په‌یوه‌ندییه؟

2. هاوكيشه‌ی  $k$  استه‌هیل‌یک به‌خالی  $(h, k)$  دا ده‌روات بنووسه به‌له‌جیاتیدانانی به‌های  $h$  له‌جیاتى  $x$  و به‌های له‌جیاتى  $y$ .

3. هاوكيشه‌که‌ی شیکاربکه و ده‌رئه‌نجامی به‌های  $b$  به‌پیی  $m, k, h$  ده‌ربخه.

4. له‌جیاتى  $b$  به‌هاکه‌ی دابنئ، هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌که‌یه به‌شیوه‌ی لاری - خالیکه بنووسه.

## Slope - Point Form هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به شیوه‌ی لاری - خالیک بریتیه له  $y - y_1 = m(x - x_1)$  کاتیک

•  $m$  لاری راسته‌هیل‌که‌یه.

•  $(x_1, y_1)$  پووتانی خالیکه‌یه که راسته‌هیل‌که‌یه پیدایا ده‌روات.

### نمونه

2

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌یک بنووسه لاریه‌که‌ی 2- و به‌خالی  $(1, -1)$  دا ده‌روات پاشان وینه‌که‌ی بکیشه.

شیکار



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-1) = -2(x - 1)$$

$$y + 1 = -2x + 2$$

$$y = -2x + 1$$

هه‌ولبد هاوكيشه‌ی راسته‌هیل‌یک بنووسه که لاریه‌که‌ی 3- و به‌خالی  $(-2, -1)$  دا ده‌روات پاشان

وینه‌که‌ی بکیشه.

### چالاکی 3

#### Two Points Form

#### هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به دوو خالدا دپروات

هاوكيشه‌ی ئه‌و راسته‌هیل به بنووسه كه به دوو خالی (5, 3) و (7, 4) دا دپروات.

1. لاری راسته‌هیل كه هه‌ژمیربكه.

2. هاوكيشه‌كه‌ی بنووسه به شیوه‌ی لاری - خال. پاشان به شیوه‌ی لاری - یه‌كتربرین.

#### Two Points Form

#### هاوكيشه‌ی ئه‌و راسته‌هیل به دوو خالدا دپروات

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به دوو خالی  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  دا دپروات.

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

ده‌بیته

هاوكيشه‌ی ئه‌و راسته‌هیل كه به دوو خالی (5, 65) و (7, 71) دا دپروات بنووسه به شیوه‌ی لاری - یه‌كتربرین.

هه‌ولبده

#### Standard Form

#### شیوه‌ی گشتی هاوكيشه‌ی راسته‌هیل

### چالاکی 4

#### Standard Form

#### هاوكيشه‌ی راسته‌هیل له‌سه‌ر شیوه‌ی گشتی

كارگێری باخچه‌ی ئازهلان پلیتی چوونه ژووره‌وه به 10 هزار دینار دیاریکردوه بو‌گه‌وره‌كان و به 5 هزار دینار بو‌ مندا لان، ده‌ستكه‌وتی پوژی چوارشه‌مه‌مه گه‌یشه 1 350 دینار.

خشته‌یه‌كه‌ی به‌ها	
y	x
	50
120	
70	
	120

1. به‌كاربه‌ینه بو‌ نیشاندانی ژماره‌ی گه‌وره‌كان و  $y$  بو‌ نیشاندانی

ژماره‌ی بچووكه‌كان. ده‌ستكه‌وتی پوژی چوارشه‌مه‌مه 1 350

دینار بو. ئه‌مه به هاوكيشه‌یه‌كه‌ی ده‌ربیره؟

2. خشته‌كه‌ ته‌واوبكه بو‌ پێكه‌ینانی خشته‌ی جووته پێكخراوه‌كان

كه هاوكيشه‌كه‌ ساغده‌كه‌نه‌وه.

3. به‌ پوونكرده‌وه‌یی هاوكيشه‌ ده‌ستكه‌وتوه‌كه‌ت بنوینه به

به‌كاره‌ینانی جووته پێكخراوه‌كان. وینه پوونكرده‌وه‌یه‌یه‌ كێشراوه‌كه‌ چونه؟

4. دلنیا به‌ له‌ وه‌لامه‌كه‌ت له‌ تایبه‌تمه‌ندی وینه پوونكرده‌وه‌كه‌ له‌ پێگای شیکارکردنی هاوكيشه‌كه‌.

#### جێبه‌جێکردنه‌كان

بو‌ خو‌شی

✓ خالی چاودێری

#### Standard Form

#### هاوكيشه‌ی راسته‌هیل له‌سه‌ر شیوه‌ی گشتی

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل له‌سه‌ر شیوه‌ی گشتی ئه‌مه‌یه  $ax + by + c = 0$  كاتیك

•  $a$  و  $b$  و  $c$  ژماره‌ی راستین.

• یه‌كه له‌ دوو ژماره‌ی  $a$  و  $b$  به‌لایه‌نی كه‌مه‌وه‌یه‌كسان نییه به 0.

### نموونه

3

هاوكيشه‌ی راسته‌هیل به‌شیوه‌ی گشتی بنووسه.

ج  $\frac{3}{4}x - 2 = 3y$

ب  $x = -13y + 4$

ا  $y = -2x + 3$

شیکار

ب  $x = -13y + 4$

ا  $y = -2x + 3$

$x + 13y = 4$

$2x + y = 3$

ج  $\frac{3}{4}x - 2 = 3y$

ئهم شیوه‌یه شیوه‌ی گشتیه

چونكه‌ ده‌نوسری

$\frac{3}{4}x + (-3)y = 2$

$\frac{3}{4}x - 2 - 3y = 0$

$\frac{3}{4}x - 3y = 2$



هەر هاوکێشهیه که به شیوهی لاری-یهکتربهرین بنووسه.

ج  $\frac{3}{4}y - 6x = 3$

ب  $6x + 4y = 4$

ا  $2y - 2x = 6$

شیکار

ب  $6x + 4y = 4$

$4y = -6x + 4$

$y = -\frac{3}{2}x + 1$

ا  $2y - 2x = 6$

$2y = 2x + 6$

$y = x + 3$

ج  $\frac{3}{4}y - 6x = 3$

$\frac{3}{4}y = 6x + 3$

$y = 8x + 4$

ههولبده هاوکێشهیه  $y - 23 = 5(x - 4)$  به شیوهی لاری-یهکتربهرین بنووسه پاشان به شیوهی گشتی بنووسه.

### Horizontal and Vertical Lines

هاوکێشهیه دوو راستههێڵی ئاسۆیی و ستوونی

هاوکێشهیه راستههێڵی ئاسۆیی بریتییه له  $y = b$  کاتی  $b$  یهکتربهرینی راستههێڵه که لهگهڵ تهوهری  $y$  دهنوینیت، لاری راستههێڵه ئاسۆیه که ههردهم دهکاته 0.

هاوکێشهیه راستههێڵی ستوونی بریتییه له  $x = b$  کاتی  $b$  یهکتربهرینی راستههێڵه که لهگهڵ تهوهری  $x$  دهنوینیت، لاری راستههێڵی ستوونی پێناسه نهکراوه.

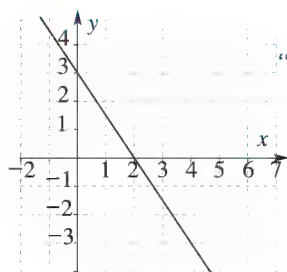
### Various Form of the Equation of a Line

شیوه جیاوازهکانی هاوکێشهیه راستههێڵ

نمونه	شیوهی هاوکێشهیه	ناوی شیوهیه
$y = 3x + 5$	$y = mx + b$	لاری - یهکتربهرین
$3x - 2y = 5$	$ax + by = c$	گشتی
$y - 2 = -3(x - 1)$	$y - y_1 = m(x - x_1)$	لاری - خال
$y - 65 = \frac{71 - 65}{7 - 5}(x - 5)$	$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$	به دوو خالدا بپروات

## راهیان

### بهردهوامبوون له بیرکاریدا



- 1 هاوکێشهیه راستههێڵیک بنووسه لارییه که  $m$  و به خالی بنه پرتدا بپروات،
- 2 چون راستههێڵی  $y = mx + b$  دهگۆریت کاتی  $b$  به گۆریت؟
- 3 چون راستههێڵی  $y = mx$  دهگۆریت کاتی  $m$  به گۆریت؟
- 4 چون شیوهی لاری - خال به کاردههینریت بۆ نووسینی هاوکێشهیه راستههێڵ به دوو خالی  $(1, 1)$ ،  $(-2, 4)$  دا بپروات؟
- 5 پرونیبکهوه چون هاوکێشهیه ئهوه راستههێڵیه وینهی بهرامبهر دهنووسیت.
- 6 چون هاوکێشهیه  $3x + 3y + 2 = 0$  دهنووسیت به شیوهی لاری - یهکتربهرین؟

## راهنای تاراسته کراو

هاوکیشی هر راسته هیلیک به شیوهی گشتی بنووسه.

$$3x = -7y - 17 \quad \text{9}$$

$$2y = 3x - 4 \quad \text{8}$$

$$y = 3x + 7 \quad \text{7}$$

هاوکیشی هر راسته هیلیک به شیوهی لاری - یه کتریرین بنووسه، نهگر لاری وئو خالی پیداده پروات زانراو پیت.

$$\text{لاری خال} \quad \text{12} \quad (3, -4) \quad \frac{1}{3}$$

$$\text{لاری خال} \quad \text{11} \quad (-3, 4) \quad -2$$

$$\text{لاری خال} \quad \text{10} \quad (3, 4) \quad 2$$

هاوکیشی هر راسته هیلیک به شیوهی لاری - یه کتریرین و به شیوهی گشتی بنووسه.

$$y = 10(-4x + 3) \quad \text{15}$$

$$3y = 9x + 15 \quad \text{14}$$

$$y - 50 = 8(x - 4) \quad \text{13}$$

هاوکیشی هر راسته هیلیک به شیوهی لاری - یه کتریرین بنووسه نهگر دوو خال زانرا که پیاندا ده پروات.

$$(-3, -2), (3, 2) \quad \text{18}$$

$$(-4, 4), (-3, 3) \quad \text{17}$$

$$(-2, 5), (5, -2) \quad \text{16}$$

## راهنای و جیه جیکردن

پوتانی خاله کانی یه کتریرینی راسته هیلیکه له گهل دوو تهوهری پوتان دیاریبکه.

$$y = -3x + 5 \quad \text{21}$$

$$y = 8x - 1 \quad \text{20}$$

$$y = 4x + 5 \quad \text{19}$$

$$y = -5x - 9 \quad \text{24}$$

$$y = 17x - 4 \quad \text{23}$$

$$y = -2x + 13 \quad \text{22}$$

$$5x + 4y = 12 \quad \text{27}$$

$$3x - 2y = 12 \quad \text{26}$$

$$y + x = 10 \quad \text{25}$$

$$9x + y = 18 \quad \text{30}$$

$$2x - 7y = 14 \quad \text{29}$$

$$4x - 5y = 20 \quad \text{28}$$

لاری راسته هیلیکه و یه کتریرینی له گهل تهوهری ستوونی دیاریبکه، به بی کیشانی ویتکه می.

$$y = 7 \quad \text{33}$$

$$y = -5x + 3 \quad \text{32}$$

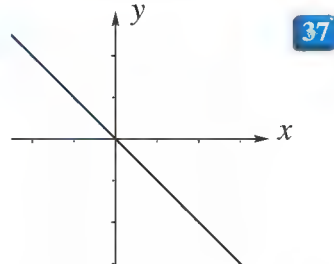
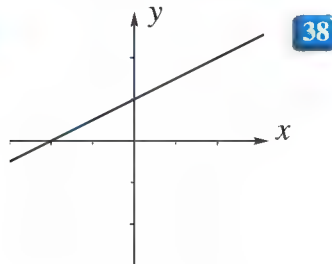
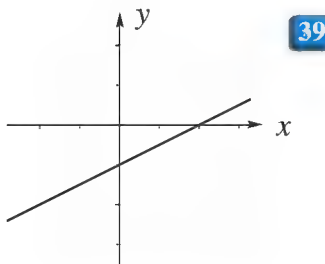
$$y = -5x \quad \text{31}$$

$$y = \frac{1}{3}x - 5 \quad \text{36}$$

$$y = 7 - x \quad \text{35}$$

$$x = 7 \quad \text{34}$$

هاوکیشی راسته هیلیک له شیوهی لاری یه کتریرینی بنووسه.



40 لاری راسته هیلیک چنده که هاوکیشه که  $6x + 2y = 40$  ؟

ناتوانی هاوکیشی راسته هیلیک  $x = 4$  بنووسریت له شیوهی لاری - یه کتریرین چونکه لاریبکه می پیناسه نه کراوه، به لام ده توانریت به شیوهی  $x + 0 \times y = 4$  بنووسریت، نه خسته یه تهوایبکه.

هاوکیشی پیدراو	شیوهی لاری - یه کتریرین	شیوهی گشتی
$x = 1$		
$y = 4$		
$x + y = 5$		
$y = 4x$		
$x = 4y$		

46 وینەى دوو راستەهێڵى  $4x + 2y = 12$  و  $2x + y = 10$  بکێشه. چى تێبینى دەکەیت؟

47 **ژینگە** وا دابنێ کە بەرزى ئاو لە پووباریک لە پووبارەکاندا 34 cm ه، و ئەو بەرزىیە زیاددەکات بەتێکرای 5cm پۆژانە، هاوکێشەیهک بنووسە بەرزى ئاوکە و ژمارەى پۆژەکان بنوینیت ئەم هاوکێشەیه بە پروونکردنەوهی بنوینە، پاش چەندپۆژ بەرزى ئاوکە دەبێتە 260cm؟

48 **پاشەکشەوت** باوکى دانا بلیتی بەشداربوونی لە یانەیهکی وەرزشی بە بەهای 40 هەزار دینار بۆ کوپەرەکی کړی. دانا بەپێى ئەم پلێتە هەر پۆژیک سەردانی یانەکە بکاتە 1 هەزار دینار دەدات لەجیاتى نابونەى ناسایی کە دەکاتە 3.5 هەزار دینار. چەند جار دانا دەتوانیت بپروات بۆ یانەکە تاوێکى باوکى زەرەرمەند نەبێت لە کرپنى بلیتەکە؟

49 **بازرگانی** نرخى بلیتی چوونە ژوورەوهى ئاھەنگ 5 هەزار دینار بۆ گەوران و 3 هەزار دینار بۆ بچووکەکان بوو، هاوکێشەیهک بنووسە دەستکەوتى ئاھەنگێک کە گەیشتە 700 هەزار دینار دیاری بکات بە بەکارهێنانى  $x$  بۆ ژمارەى گەوران و  $y$  بۆ ژمارەى بچووکەکان، لاری ئەو راستەهێڵەى ئەو هاوکێشەیه دەینوینیت چەندە؟ و بەکترپێنى لەگەڵ تەوهى  $y$  چەندە؟

## تێروانیێک بۆ دوواوه

50 پێسای  $d = vt$  دووری بەمەتر کە ئۆتۆمبیلێک دەبێرێت، کە بە خێرایى  $v$  مەتر لە چرکەیهکدا لەماوهى  $t$  چرکە دەردەبێت، ئەو پێسایە بەکاربێنە بۆ هەژمارکردنى ئەو دووریەى ئۆتۆمبیلەکە لە 4 چرکە دەبێرێت، ئەگەر زانیت بەخێرایى 50 مەتر لە چرکەیهکدا دەپروات.

51 پێسای هەژمارکردنى چۆوهى بازنەى  $P$  بەپێى نیووتیرەکەى  $r$  بنووسە. لەپاشان ئەم پێسایە بەکاربێنە بۆ هەژمارکردنى چۆوهى بازنەیهک نیووتیرەکەى 8cm بێت ژمارە 3.14 بەکاربێنە وەک بەهای نزیکراو بۆ ژمارە  $\pi$ .

خشتەکە بوونسەوه، پاشان تەواویبکە، کەرتەکان بە سادەترین شیوه بنووسە.

شیوهى کەرتى	شیوهى دەهێ	ژمارەکە وەک پێژەى سەدى
	$0.\bar{3}$	$33\frac{1}{3}\%$
	0.875	
		2%
$\frac{1}{20}$		
		$12\frac{1}{2}\%$
$\frac{2}{3}$		
$\frac{1}{6}$		
		0.01%
	0.80	
$\frac{2}{5}$		

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

## روانیێک بۆ پیشەوه

62 لە هەمان پروتەختى پۆتاندا دوو راستەهێڵى  $y = 2.12x - 3.7$  و  $y = x + 5.4$  بکێشه پۆتانى هەموو خالە بەکترپێنەکانى نۆوانیان دیاریبکە.



# تەریببوون و ستوونبوونی

## Parallel and Perpendicular Lines



### ئامانچەكان

- تەریببوونی دوو راستەھێڵ
- یان ستونیوونیان بە
- بەروردکردنی لاریەکانیان
- جیادەکاتەو.
- ھاوکیشە راستەھێڵی
- تەریب بە راستەھێڵێکی تر
- یان ستوون لەگەڵدا
- دەنوسێت.



دوای ئاساسی راستەھێڵە  
تەریبەکان پان ستوونەکان لاریگە  
بەروردکردنی لاریەکانیان بە  
هەنگاوێکی گرت دەنوسێت، بۆ  
جیاکردنەوەی پێوەندی پێوان  
راستەھێڵەکان بەبێ ئەوەی  
وێنەکانیان یەکێتیی

### جیاکردنەوەی

### فیزیا

ئاو بەشیوەی جۆراوجۆرەکانی دەردەکەوێت بەپێی پلەکانی گەرمی، دەیبەستی لەپلەکانی گەرمی زۆر نزم وەک لە چیاى بەفری وێنەکەدا دیارە، یان دەگۆرێت بۆ هەڵم لەپلەى گەرمی بەرز وەک

کۆلانی ئاو	فەرەنهایت	سەدی	کالفن
212	100	373	کۆلانی ئاو
32	0	273	بەستنی ئاو
-459	-273	0	سفری رووت

دیارە لەم هەڵمەى لەزەوى بەرز دەبێتەو.

خستەى بەرامبەر پلەکانی گەرمی بەسێ پێوەر

دیاردەکات، پێوهری فەرەنهایت و پێوهری

سەدی و پێوهری کالفن. گۆرینی پلەى گەرمی لە

پێوانی سەدی بۆ پێوانی فەرەنهایت بەپێی یاسای

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

بەپێی یاسای  $F = \frac{9}{5}K - 459.4$  دەبێت دەتوانرێت ئەم دوو

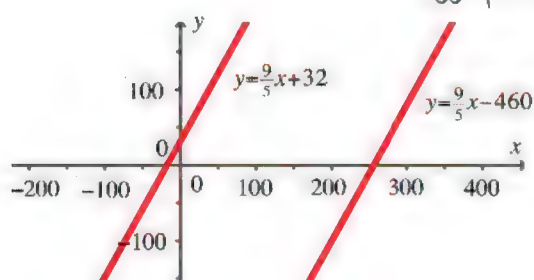
ھاوکیشە بەلەجیاتیدانانی  $y$

لەبەری هەر  $F$  و  $x$  لەبەری  $C$  یان  $K$ .

$y = \frac{9}{5}x + 32$  و  $y = \frac{9}{5}x - 460$  بڕوانە ئەو دوو

راستەھێلەى دوو ھاوکیشەکە دەنویژن تەریب

و لاریان یەکسانە.





## Parallel Lines

## پارستیهیل ته‌ریبه‌کان

ئه‌گه‌ر لاری دوو پارستیهیل یه‌کسان بوون ئه‌وا ته‌ریب ده‌بن.  
ئه‌گه‌ر دوو پارستیهیل نا ستوون ته‌ریب بوون ئه‌وا لاریبه‌کانیان یه‌کسان ده‌بن (ئه‌ستوونی سهر ته‌وه‌ری سینی نه‌بن).

## نموونه

به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کترب‌پین هاو‌کیشه‌ی نه‌و پارستیهیل ته‌ریبه به پارستیهیل  $y = 3x - 7$  و ته‌وه‌ری ستوونی له 4 دا ب‌پ‌ت بنووسه.  
شیکار

لاری نه‌و پارستیهیل ده‌کاته 3 و له‌به‌رئه‌وه‌ی ته‌وه‌ری  $y$  له 4 دا ده‌پ‌ت، ئه‌وا هاو‌کیشه‌ی ده‌پ‌ته  $y = 3x + 4$ .

هه‌ول‌بده

به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کترب‌پین هاو‌کیشه‌ی نه‌و پارستیهیل ته‌ریبه به پارستیهیل  $y = 0.5x + 5$  و ته‌وه‌ری ستوونی له 2- دا ده‌پ‌ت بنووسه.  
له‌ب‌رت ب‌ت دوو پارستیهیل ئه‌ستوون ده‌بن ئه‌گه‌ر یه‌کترب‌پین بری و گو‌شه وه‌ستاویان پ‌یکه‌ینا. له‌م چالاکیه‌ی د‌ت په‌یوه‌ندی نیوان لاریبه‌کانی دوو پارستیهیل ستوون ده‌د‌ز‌ته‌وه.

## چالاک‌ی

د‌ز‌ینه‌وه‌ی په‌یوه‌ندی نیوان ئه‌ستوونی پارستیهیل‌ه‌کان و لاریبه‌کانیان

## Relation between Slope and Perpendicular Line

له‌م چالاکیه‌دا پ‌یوستمان به‌ راسته‌ی وه‌ستاو و کاغه‌زی پ‌وون‌کردنه‌وه‌یی هه‌یه که دوو ته‌وه‌ری رووته‌ختی پ‌وتانی له‌سهر ب‌ت.

1. ئایا دوو پارستیهیل  $y = -2x + 3$  و  $y = 0.5x - 2$  یه‌کترب‌پین؟ ئه‌وه پ‌وون‌بکه‌وه.
2. نه‌و دوو پارستیهیل له‌هه‌مان رووته‌ختی پ‌وتاندا ب‌ک‌شه به‌ پ‌وون‌کردنه‌وه‌یی، پ‌وتانی خالی یه‌کترب‌پ‌نیان دیارب‌که.
3. به‌پ‌ای ت‌و په‌یوه‌ندی نیوان دوو پارستیهیل‌ه‌که چیه؟ راسته‌ی وه‌ستاو به‌کار‌ب‌ینه ب‌و ساغ‌کردنه‌وه‌ی وه‌لامه‌که‌ت.
4. لاری پارستیهیل یه‌که‌م و له‌لاری پارستیهیل دووهم ل‌ک‌بده و ئه‌نجامی ل‌ک‌دانه‌که چییه؟

## Perpendicular Lines

## پارستیهیل نه‌ستوونه‌کان

ئه‌گه‌ر ئه‌نجامی ل‌ک‌دانی لاری دوو پارستیهیل ب‌کاته 1- ئه‌وا ستوون ده‌بن.  
ئه‌گه‌ر دوو پارستیهیل ستوون بن ئه‌وا ئه‌نجامی ل‌ک‌دانی لاریبه‌کانیان ده‌کاته 1-.

## نموونه

بنووسه، به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کترب‌پین هاو‌کیشه‌ی نه‌و پارستیهیل ته‌وه‌ری ستوونی ده‌پ‌ت له 4 دا و ستوونه له‌سهر پارستیهیل  $y = 3x + 2$ .  
شیکار

لاری پارستیهیل‌ه‌که ده‌کاته  $-\frac{1}{3}$  چونکه ستوونه له‌گه‌ پارستیهیل  $y = 3x + 2$  که لاریبه‌که‌ی ده‌کاته 3 هاو‌ک‌شه داوا‌کراوه‌که ئه‌مه‌یه  $y = -\frac{1}{3}x + 4$ .

هه‌ول‌بده

به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کترب‌پین هاو‌کیشه‌ی نه‌و پارستیهیل ته‌وه‌ری ستوونی ده‌پ‌ت له 6 دا ستوونه له‌گه‌ پارستیهیل  $y = 4x + 2$  بنووسه.

## نموونه

به شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (4, 5) دا ده پوات و ستوونه به راسته هیللی  $2x + 3y = 7$  بنووسه.

شیکار

دهستکه به نووسینی هاوکیشهی راسته هیلله دراوه که به شیوهی لاری - یه کتر برین  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$  ده بیت لاری راسته هیلله ستوونه که بکاته  $\frac{3}{2}$ . و له بهرئه وهی هاوکیشهی راسته هیللهی له شیوهی لاری - خال بریتییه له:  $y - y_1 = m(x - x_1)$  ئه و هاوکیشهی داواکراوه که ده بیتته  $y - 5 = \frac{3}{2}(x - 4)$

هه ولیده بنووسه، له شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (3, -2) ده پوات، و ستوونه له سه ر راسته هیللی  $4x - 2y = -6$ .

## راهنایان

### به رده وامبوون له بیر کاریدا

- 1 پوونبکه وه چۆن هاوکیشهی راسته هیللیک ته ریب به راسته هیللی  $y = 4x + 3$  ده نووسی؟
- 2 راسته هیللیک لاریه که ی  $\frac{2}{3}$  پوونبکه وه چۆن لاری راسته هیللی ستوون له گه لی ده دۆزیه وه؟
- 3 چۆن لاری راسته هیللی ستوون له گه ل راسته هیللی  $y = \frac{1}{3}x + 2$  دیارده که یته؟
- 4 پوونبکه ره وه چۆن هاوکیشهی راسته هیللیک ستوون بی له گه ل راسته هیللی  $y = 4x + 3$  ده دۆزیه وه.

### راهنایان ئا راسته کراو

بنووسه، به شیوهی لاری - یه کتر برین، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی ستوونی بپریت له 5 دا و ته ریب به و راسته هیلله پیدراوه که.

$$y = -6x + 2 \quad 8 \quad 4y = x \quad 7 \quad y = -3x \quad 6 \quad y = 2x + 3 \quad 5$$

بنووسه، به شیوهی لاری - یه کتر برین، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی ستوونی بپریت له 5 دا و ستوون بی له گه ل ئه و راسته هیلله پیدراوه که.

$$-6y = x \quad 12 \quad 5y = x \quad 11 \quad y = -3x \quad 10 \quad y = 3x - 3 \quad 9$$

بنووسه، به شیوهی لاری - خال، هاوکیشهی ئه و راسته هیللهی به خالی (4, 5) پروات و ستوون له گه ل ئه و راسته هیلله پیدراوه که.

$$-2x - 8y = 16 \quad 15 \quad x - 3y = 8 \quad 14 \quad 2x + 3y = 4 \quad 13$$

### راهنایان و جیه جیکردن

لاری هه ریه که له م راسته هیللانه دیاریکه.

$$10 = -5x + 2y \quad 18 \quad 3x + y = 7 \quad 17 \quad y = 4x + 10 \quad 16$$

$$3x - y = 7 \quad 21 \quad y = \frac{1}{3}x - 3 \quad 20 \quad 4x - 3y = 12 \quad 19$$

$$13 = 20x - 5y \quad \boxed{24}$$

$$3x + 2y = 51 \quad \boxed{23}$$

$$2x - y = 14 \quad \boxed{22}$$

$$4x + \frac{1}{4}y = 8 \quad \boxed{27}$$

$$\frac{2}{3}x + 6y = 1 \quad \boxed{26}$$

$$3y = -4x + 2 \quad \boxed{25}$$

لاری راسته‌هیللی ستوون له‌گه‌ل نهم راسته‌هیللانه دیاری بکه.

$$13 = -x + y \quad \boxed{30}$$

$$-\frac{1}{2}x - y = 20 \quad \boxed{29}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad \boxed{28}$$

$$3x + y = 2 \quad \boxed{33}$$

$$y = 5x + 10 \quad \boxed{32}$$

$$3x + 12y = 12 \quad \boxed{31}$$

$$2y = 5x + 11 \quad \boxed{36}$$

$$4x + 4y = 12 \quad \boxed{35}$$

$$20 = -5x + 2y \quad \boxed{34}$$

$$4y = 20x - 3 \quad \boxed{39}$$

$$12x + 3y = 10 \quad \boxed{38}$$

$$-4x + 8y = 17 \quad \boxed{37}$$

بنووسه، به‌شیوه‌ی گشتی هاوکیشه‌ی نهو راسته‌هیللی به‌خالی (2,3) ده‌پوات و ته‌ریب بهو راسته‌هیللی دراوه.

$$y = 2x - 3 \quad \boxed{42}$$

$$3x = 7y + 2 \quad \boxed{41}$$

$$x + y = 1 \quad \boxed{40}$$

$$11 = 3y + 2x \quad \boxed{45}$$

$$7x - 2y = 10 \quad \boxed{44}$$

$$3y = 2x \quad \boxed{43}$$

بنووسه، به‌شیوه‌ی لاری - یه‌کترب‌رین، هاوکیشه‌یه‌ک بۆ نهو راسته‌هیللی بهم پیدراوانه دیاریکراوه.

ستوون له‌گه‌ل راسته‌هیللی	پروات به
$5x + 2y = 10$	(3, -5)
$y = 3x - 4$	(2, 7)
$y = 7$	(2, -4)
$3x + y = 5$	(-2, 4)
$y = 2x - 5$	(-1, 4)

**51**

**52**

**53**

**54**

**55**

ته‌ریب به راسته‌هیللی	پروات به
$5x - 2y = 10$	(3, -5)
$y = 3x - 4$	(-2, 7)
$y = 7$	(2, 4)
$y = 3x - 4$	(2, -4)
$y = 2x + 5$	(-1, 4)

**46**

**47**

**48**

**49**

**50**

وینه‌ی راسته‌هیللی  $y = 5x$  بکیشه.

**56** راسته‌هیللی ته‌ریب به راسته‌هیللی  $y = 5x$  بکیشه و هاوکیشه‌یه‌ی بنووسه.

**57** راسته‌هیللی ستوون له‌گه‌ل راسته‌هیللی  $y = 5x$  بکیشه هاوکیشه‌یه‌ی بنووسه.

چی ده‌توانیت بلییت ده‌ریاره‌ی لاری هه‌ر یه‌که له‌م راسته‌هیللانه‌ی خواره‌وه؟

**59** ستوون بی‌ت له‌گه‌ل راسته‌هیللیکی ئاسویی

**58** ته‌ریب بی‌ت به راسته‌هیللیکی ئاسویی

**61** ستوون بیت له‌گه‌ل راسته‌هیللیکی شاولی

**60** ته‌ریب بی‌ت به راسته‌هیللیکی شاولی

ئه‌ندازه‌ی هاوکیشه‌یه‌کانی چوار راسته‌هیللی بنووسه که یه‌کترب‌ریان بریبت بۆ نهو‌ی لاکانی

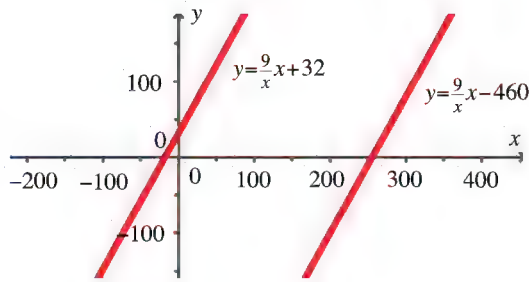
چوارگۆشه‌یه‌ک دروستبکهن.

**63** ته‌ریب نه‌بن به دوو ته‌وه‌ری پۆتان

**62** ته‌ریب بن به دوو ته‌وه‌ری پۆتان

به‌ستنه‌وه

64 ئەندازە يەككە لە لايەكانى چوارگۆشەيەك دەكەوتتە سەر راستەھيلى  $y = \frac{3}{4}x + 5$  ھاوكىشەي راستەھيلىكان كە دەشت بىكەونە سەر لاكانى ترى چوارگۆشەكە بنووسە.



ھاوكىشەي  $y = \frac{9}{5}x + 32$  گۆرپىن  
لە پىوانەي سەدى بۇ پىوانەي  
فەرنهائىت دەكات و ھاوكىشەي  
 $y = \frac{9}{5}x - 460$  بۇ گۆرپىن  
لە پىوانەي كالقن بۇ پىوانە  
فەرنهائىتى دەكات.

65 **فيزيا** ياسايەك بنووسە بۇ گۆرپىن  
پلەكانى گەرمى لە پىوانەي  
فەرنهائىت بۇ پىوانەي سەدى،  
ياسايەكى تر بۇ گۆرپىن پىوانەي  
فەرنهائىت بۇ پىوانەي كالقن، ئەو  
دو ياسايە لەشيوەي ھاوكىشە  
بنووسە، بە بەكارهينانى  $x$  بۇ  
پلەكانى گەرمى بە پىوانەي  
فەرنهائىت و  $y$  بۇ پلەكانى گەرمى لە  
پىوانەي كالقن يان پىوانەي سەدى.  
دو راستەھيلىكە بىكىشە.

66 پەيوەندى نىوان دوو راستەھيلى رايىنانى 65 چيىە؟ لارى ھەريەكەيان بنووسە.

67 پەيوەندى نىوان ئەو دوو راستەھيلى رايىنانى 66 و ئەو دوو راستەھيلىكە گۆرپىن  
پىوانەي كالقن و سەدى بۇ پىوانەي فەرنهائىت دەنوینن چيىە؟

## روانىن بۇ دواوہ

68 كەوانەكان لە شوینى پىويست دابنى بۇ ئەوەي يەكسان بوونەكە راست بىت.

$$2 \times 7 + 35 \div 7 - 10 = 2$$

ئەمانە بەسادەترین شيوہ بنووسە.

$$3x + 2 + 4y - 2 + 3y$$

$$2x^2 + 3y + 4y + 3x^2$$

$$3x + 4y + 2x + 5 - 6y$$

$$2x + 3xy + 5x^2 - 7xy$$

$$3xy + 2x + 4y - xy$$

$$4x^2 + 5x + 8 + 11x^2 + 3x$$

$$4y^2 - 12y + 6xy + 3y$$

$$9x^2 + 5xy + 2x - 4x^2$$

## روانىن بۇ پيشەوہ

چەند جووتە رېكخراو شيكارىك بۇ سىستىمى دوو ھاوكىشەي ھيلى بە دوو گۆراو پىكىدېئىت ئەگەر  
ئەو دوو راستەھيلى ئەو ھاوكىشەيە دەنوینن.

ستوون بن؟

تەريب بن؟



# شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردنەۋەيى

## Solving Linear Systems Graphically



بۇچى

سىستىمى ھاۋكىشەكانى ھىلىيە  
شىكارىردى پروونىردنەۋەيى ۋانەي  
رۇبەي جاز بەكارىدەت بەتايىبەتى لەكارىگىرى و  
ئابوۋى. لەھەندى باردا. دۇزىنەۋەي شىكارى  
ئەۋاۋ زۇرگىرگى نىيە بەلام پىۋىستە شىكارىكى  
نەزىكى بدۇزىتەۋە و لەھەندى باردا داۋاكرائ  
ئەۋەيە ئەگەر شىكارى ھەيىت تەنھا يەك  
شىكار يان زۇرتر لە شىكارىك. لەم بارانەدا  
شىكارى پروونىردنەۋەي بۇ سىستىمى  
ھاۋكىشەكانى ھىلىيە يارمەتىمان دەدات بۇ  
ۋەلامدەۋەي پىرسىارەكرائەكە

نامانجەكان

- سىستىمى دوو ھاۋكىشەي
- ھىلىيە شىكارىدەكات بە
- پروونىردنەۋەي.
- سىستىمى دوو ھاۋكىشەي
- ھىلىيە پۇلپىندەكات.



## شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردنەۋەيى

### Solving Linear Systems Graphically

لەبەشى پىشۋو چۆنىەتتى شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان فېربوۋىت بە بەكارىھىنانى  
لەجىياتىدانان يان لابرەن، لە ھەريەكە لەم دوو پىگايە پىۋىستە بەھاي يەككە لە دوو نەزانراۋەكە  
دىارىيەكەين پاشان بەھاي ئەۋىترىان دىارىيەكەين. لە بارىكى تر، شىكارى پىرسىارىكى ۋانەي پۇژانە  
لەۋانەيە تەنھا پىۋىستى بە دۇزىنەۋەي بەھاي نەزىكەي شىكارەكەي، و لەۋانەيە پىۋىست بە ۋەلامدەۋەي  
پىرسىارىكى سادە بىت ۋەك ئايا شىكارى سىستىمى ھاۋكىشەكان ھەيە؟ و ژمارەيان چەندە ئەگەر ھەين؟ لەم  
ۋانەيە پىگاي شىكارىردى ئەو سىستەمانە فېردەبىت و ۋەلامى خىرا بۇ ئەم پىرسىارانە مەۋگەردەكەيت.

چالاکى

## Solving Linear Systems Graphically شىكارىردى سىستىمى ھاۋكىشە ھىلىيەكان بە پروونىردنەۋەيى

پىۋىستەمان بە بژمىرى پروونىردنەۋەيى يان كاغەزى پروونىردنەۋەي ھەيە.

$$\begin{cases} y = 3x + 1 \\ y = -x + 5 \end{cases} \text{ دىكەين.}$$

1. چى دەلىتت دەريارەي خالى  $(c, d)$  بەپىي دوو راستەھىلى  $y = 3x + 1$  و  $y = -x + 5$  كاتىك  
جووتەپىكخراۋى  $(c, d)$  شىكارىكى ئەو سىستەمە دەبىت؟
2. ھەردو راستەھىلەكە لەھەمان پرووتەختى پۇتان بكىشە.
3. بەھاي نەزىكەي بۇ پۇتانى خالى يەكتەرىپنى دوو راستەھىلەكە بدۇزەۋە.
4. شىكارىكى نەزىكەي سىستەمەكە بدۇزەۋە.

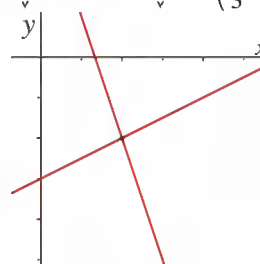
✓ خال چاۋدىرى

به پوونکردنه وهی سسته می شیکاریکه  

$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$$

بۆ کیشانی راسته هیللی  $3x + y = 4$ ، خالی یه کتربرین له گهل تهوهری  $y$  دیاربکه له پښگای دانانی سفر له جیاتی گۆراوی  $x$  و دۆزینه وهی به های گۆراوی  $y$  که به هایه بهرامبه ره که یه تی  $y = 4$  ده سته که ویت، که واته راسته هیلله که به خالی  $(0, 4)$  دا ده پوات، دیسان خالی یه کتربرینی راسته هیلله که له گهل تهوهری  $x$  دیاربکه به دانانی به های سفر له جیاتی گۆراوی  $y$  و دۆزینه وهی به های  $x$  بهرامبه ری  $x = \frac{4}{3}$ ، ده سته که ویت که واته راسته هیلله که به خالی  $(\frac{4}{3}, 0)$  دا ده پوات، نیستا راسته هیلله که بکیشه.

شاشه که وهک ئەمە ی خواره وه  
 پیناسه کراوه 7; -3 ئاسویی و  
 3; -7 ستونی بۆ ئەوه ی وینه ی  
 بهرامبه ر ده ست بکه وی.



پښگای پيشوو به کاربینه بۆ  
 کیشانی راسته هیللی  
 $x - 2y = 6$  دوو  
 راسته هیلله که یه کترده برن  
 له خالی  $(2, -2)$ .  
 شیکاره که  $(2, -2)$ .

پاسدانی شیکاره که به به له جیاتیدانانی ژماره 2 له بری  $x$  و ژماره -2 له بری  $y$ .

$x - 2y = 6$	$3x + y = 4$
$2 - 2(-2) = 6$	$3 \times 2 + (-2) = 4$
$2 + 4 = 6$	$6 - 2 = 4$
پاسته	پاسته

## چالاکي

### پولینکردنی سسته مهکانی هاوکیشی هیللیهکان Classifying Linear Systems

پئویستت به بژمیره ی پوونکردنه وهی یان کاغزی پوونکردنه وهیه.

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

1. به پوونکردنه وهی سسته می یه کهم بنوینه له خسته ی بهرامبه ر.

A. ئایا دوو راسته هیلله که یه کترده برن؟

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$$

B. ئایا سسته مه که ته نها یه ک شیکاری هیه؟ ئه و شیکاره چییه ئه گه ر هیه؟

وئه گه ر سسته مه که شیکاری نییه، سسته مه که بگۆره بۆ ئه وه ی ته نها یه ک

شیکارت ده سته که وی و هه ژمیریبه که.

$$\begin{cases} y = \frac{8-3x}{4} \\ y = -\frac{3}{4}x + 2 \end{cases}$$

2. ئه وه ی پپی هه لساوی پوونیکه وه به به کاره یانانی سیستمی دووهم

له پاسان سییه م.

3. په یوهندی نیوان ئه و دوو راسته هیلله که پوونیکه وه.

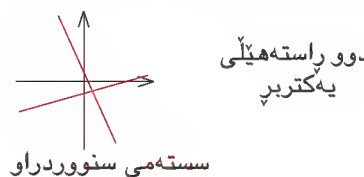
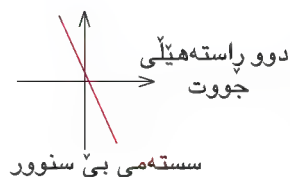
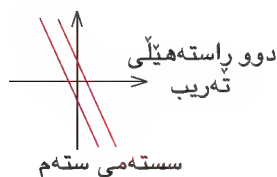
• کاتیك سسته مه که شیکاری نه بیئت.

• کاتیك سسته مه که ژماره یه کی ناکوتا شیکاری هه بیئت

• کاتیك سسته مه که ته نها یه ک شیکاری هه بیئت.

بیرکردنه وهی ره خنه گرانه

کاتیك هه ول ده دهیت به پوونکردنه وهی سیستمی دوو هاوکیشی هیللی شیکاریکه یه، یه کیك له و س بارانه ی خواره وه ده بیئت.



## Classifying Linear Systems

پۆلینى سىستېمەكانى ھاوكېشەى ھېلى

سىستېمەكانى ھاوكېشەى ھېلى پۆلین دەكرین بۇ سى جۆرى بىرەت:

- سىستېمى سىتەم **Inconsistent**: سىستېمىكە شىكارى نېيە.
- سىستېمى سنووردراو **Independent**: سىستېمىكە تەنھا يەك شىكارى ھەيە.
- سىستېمى بى سنوور **Dependent**: سىستېمىكە ژمارەيەكى بى سنوور شىكارى ھەيە.

## نمونە

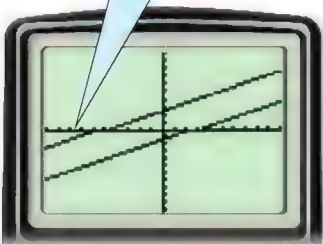
2

ھەريەكە لەم سىستېمانە پۆلین بکە و شىكارەكەى ديارىكە ئەگەر ھەيىت.

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + 5 = 2y \end{cases} \quad \text{ب}$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 5y = -7 \end{cases} \quad \text{ا}$$

شىكار



لەبەر ئەوەى دوو راستەھێلەكە تەريين ئەوا سىستېمەكە ئەستەمە.



لەبەر ئەوەى دوو راستەھێلەكە يەكتر دەپن ئەوا سىستېمىكى ديارىكراو شىكارەكەش (3, 2).

دوو راستەھێلەكان يەكتر دەپن چونكە لاريان جياوازن.

ھەولبەدە

سىستېمى  $\begin{cases} y = 3x + 4 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$  پۆلین بکە و شىكارەكەى ديارىكە ئەگەر ھەيىت.

سىستېمى  $\begin{cases} y = mx \\ y = nx \end{cases}$  پۆلین بکە کاتيک  $m, n$  جياواز بن لە سفر. لە ھەموو بارەكانى لەتوانادايە بکۆلەرەو.

سەرئىچىكى رەخنەگرانە

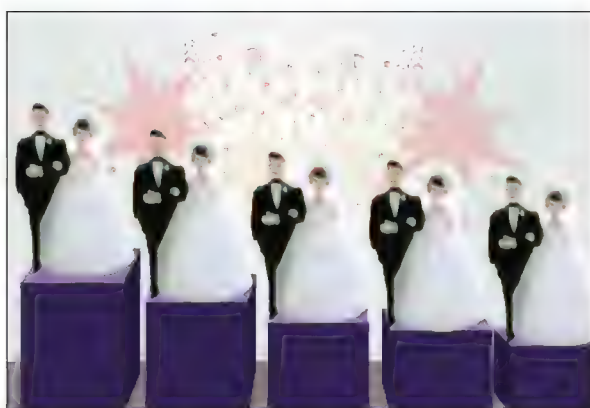
## نمونە

3

جىيەجىگەر تەكان

زانستە

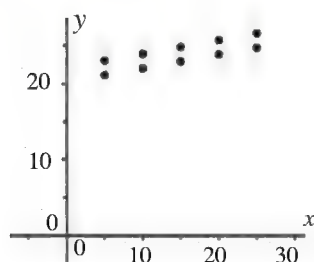
كۆمەلایەتییەكان



ئامارەكان دەربارەى تەمەنى ھاوسەرگىرى بۆ نۆزىنە و مۆينە لە يەكێك لە ولاتان دەرکەوتوو ەك پيڊراو ەكان لە وێنەى بەرامبەردا ديارىكراو. خستەيەك پيکبەينە ئەو پيڊراوانە پوختاکتەو. ئايا کاتيک ديت تەمەنى ھاوسەرگىرى لای نۆزىنەكان و مۆينەكان يەكسان بن ئەگەر کارەكە ھەر بەم شۆوھيە پروات؟

شىكار

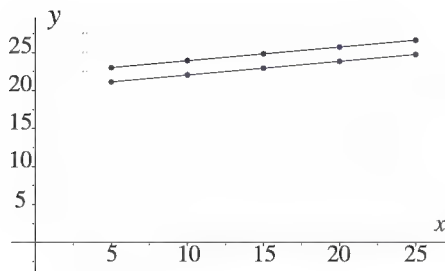
بۆ وەلامدانەو ەى ئەم پرسىارە، پيڊراو تايبەتییەكانى ھەردوو پەگەز لە ھەمان تەوھرى پۆتان بنۆينە.



پاش سالى	تەمەنى ھاوسەرگىرى پياوان	تەمەنى ھاوسەرگىرى ژنان
1970		
5	23.02	21.14
10	23.92	22.04
15	24.82	22.94
20	25.72	23.84
25	26.62	24.74



بروانه خالەکانی په یوه ست به ههردوو په گهزه که دهکونه سهر هه مان پاسته هیلی. لاری  
 پاسته هیلی په یوه ست به نیرینه کان دهکاته  $m_1 = \frac{24.82-23.02}{15-5} = -0.18$  و ههروهه لاری  
 پاسته هیلی په یوه ست به میننه کان دهکاته  $m_2 = \frac{22.94-21.14}{15-5} = 0.18$ . بۆ ئهوهی هاوکیشهی  
 پاسته هیلی په یوه ست به نیرینه کان بنووسیت  $y = 0.18x + b$  به به کارهینانی خالی (10, 23.92)  
 به های  $b$  دیار که واته،  $23.92 = 0.18x + b$  دهسته که ویت و ههروهه  $b = 23.92 - 1.8 = 22.12$ .  
 و هاوکیشهی په یوه ست به نیرینه کان ده بیت  $y = 0.18x + 22.12$ . ده توانیت هاوکیشهی  
 پاسته هیلی په یوه ست به میننه کان به هه مان پگا بدو زیت هوه  $y = 0.18x + 20.24$ .  
 ته مهنی هاوسه رگیری لای نیرینه کان له گهل ته مهنی هاوسه رگیری لای میننه کان به کسان ده بیت  
 ته گهر سسته می هاوکیشهکانی دیت شیکاری هه بیت.



$$\begin{cases} y = 0.18x + 22.12 \\ y = 0.18x + 20.24 \end{cases}$$
  
 بۆ ئهوهی وه لام بدو زیت هوه سسته مه که به پروونکردنه وهی  
 شیکاری که. نواندنی ئهم دوو هاوکیشه به  
 پروونکردنه وهی دوو پاسته هیلی ته ریب و ته گهر کار به  
 هه مان شیوه بروات ئهوا به کسان بوونی سسته مه که  
 که دهکاته به کسان بوونی ته مهنی هاوسه رگیری لای دوو په گهزه که بی هیوا به.

هه ولیده سسته می  $\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 18x - 2y = 4 \end{cases}$  شیکاری که به پگی له جیاتیدانان پاشان شیکاری که پاسادان که.

## راهینان

### به رده وامبوون له بیر کاریدا

1 پروون که رهوه چۆن به پروونکردنه وهی سسته می  $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ x + 4y = -9 \end{cases}$  شیکاری ده که یه؟

2 چۆن به پروونکردنه وهی سسته می  $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 4 \end{cases}$  ده نوینیت؟ پروون که رهوه چۆن شیکاری که ده که ملینی  
 به سهیرکردنی وینهی پروونکردنه وهی. بۆچی پۆیسته راستی خه ملاندنه کهت ساغ که یته وه.

3 پروون که رهوه چۆن ریسی نه خشی هیلی ده دو زیت هوه به زانینی وینه پروونکردنه وه یه که ی.

### راهینانی ئاراسته کراو

هه ریه که لهو سیستمانه به پروونکردنه وهی شیکاری که.

4  $\begin{cases} -2x + y = 1 \\ y = -x + 4 \end{cases}$  5  $\begin{cases} y + 2x = 0 \\ 2y = -x - 9 \end{cases}$  6  $\begin{cases} 2x + 3y = -12 \\ 4x - 4y = 4 \end{cases}$

هه ر سسته می که به پروونکردنه وهی بنوینه و شیکاری که بخه ملینه، خه ملاندنه که نزیک که رهوه بۆ  
 نزیکترین ده.

7  $\begin{cases} \frac{1}{2}x - y = 2 \\ y = -\frac{2}{3}x \end{cases}$  8  $\begin{cases} 2y - x = 6 \\ 3x + y = -5 \end{cases}$



9 لانه 4000 دیناری پییه له پارچه‌کانی 250 دینار و 500 دیناری ژماره‌ی ههریه‌ک له پارچه‌کان له‌هەر چه‌شنیک چه‌نده، ئەگەر ژماره‌ی هه‌موو پارچه‌کان 13 پارچه‌بێت.

## راهنان و جیه‌جێکردن

هەر سسته‌میک پۆلێن بکه.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 4y - 12 = -3x \end{cases} \quad 11$$

$$\begin{cases} x - y = -4 \\ 3x + y = 8 \end{cases} \quad 10$$

به‌روونکردنه‌وه‌یی ههریه‌ک له‌و سسته‌مانه‌ بنوێته و پۆلێن بکه. شیکاره‌که به‌روونکردنه‌وه‌یی

دیاریکه‌ کاتیگ سسته‌مه‌که سنورداریت.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -3x + 4y = -10 \end{cases} \quad 13$$

$$\begin{cases} 6x + 4y = 12 \\ 2y = 6 - 3x \end{cases} \quad 12$$

$$\begin{cases} x + 3y = 13 \\ 2x - 3y = -9 \end{cases} \quad 15$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ 6x - y = 13 \end{cases} \quad 14$$

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} y = -2x - 7 \\ 4x + 2y = 6 \end{cases} \quad 16$$

$$\begin{cases} 3x - 6y = 9 \\ \frac{1}{2}x = y + \frac{3}{2} \end{cases} \quad 19$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases} \quad 18$$

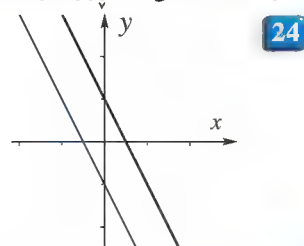
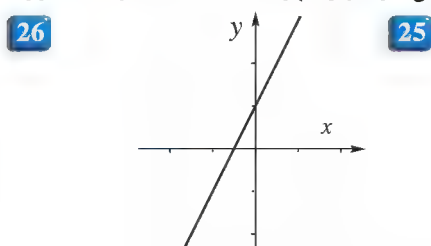
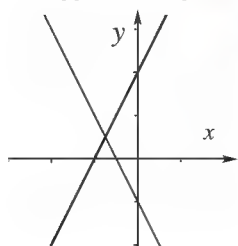
$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 2x - 4y = -6 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 4x + 5y = -7 \\ 3x - 6y = 24 \end{cases} \quad 20$$

$$\begin{cases} 6x - 3y = 9 \\ 3x + 7y = 47 \end{cases} \quad 23$$

$$\begin{cases} 3x - y = 2 \\ -3x + y = 1 \end{cases} \quad 22$$

ئه‌و سسته‌مه‌ی به‌روونکردنه‌وه‌یی نوێتره‌وه پۆلێن بکه، شیکاره‌که بنووسه ئەگەر تاکانه بوو.



27 ئایا ئەم جووته‌ پێکخراوانه‌ شیکاری سسته‌مه‌که‌ پێکدێنی؟

$$\begin{cases} 4x - 3y = 26 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \quad \text{ب} : (5, -2)$$

$$\begin{cases} 5x + 2y = 11 \\ x - y = 11 \end{cases} \quad \text{ا} : (1, 3)$$

$$\begin{cases} 4x - 2y = 16 \\ -8x + 4y = -32 \end{cases} \quad \text{د} : (5, 2)$$

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \quad \text{ج} : (2, 1)$$

ه یه‌ک له‌و چوار سسته‌مه‌ی پیشوو سنوردراو نیه، بیدۆزهره‌وه، پاشان سی جووته

پێکخراوی تر بنووسه ههریه‌که‌یان شیکاریک بێت بۆی

هەر سىستەمىك بە پروونکردنەوهىيى بنوێنه و پۆلىنى بکە. شىکارى سىستەمەکە بدۆزەوه بۆ نزيکترین بەش لەسەد ئەگەر پيويستبوو.

$$\begin{cases} y = 4.3x - 0.44 \\ y = -2x + 4.6 \end{cases}$$

29

$$\begin{cases} y = 5x + 2.72 \\ y = 3.6x + 3.126 \end{cases}$$

28

$$\begin{cases} \frac{1}{7} = \frac{1}{14}x + \frac{11}{2}y \\ y = 4x + 14 \end{cases}$$

31

$$\begin{cases} -\frac{2}{5}x + y = -\frac{1}{10} \\ 3y - 2x = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

30

$$\begin{cases} 0.001y + \frac{4}{5}x = 0.2014 \\ 0.8x - 0.02y = 0.172 \end{cases}$$

33

$$\begin{cases} 0.7y = 0.8x + 0.78 \\ -\frac{1}{5}x + \frac{1}{2}y = 2.1 \end{cases}$$

32

ئەندازە باخىكى لاكيشەيى چيۆەكەى 130m سى ئەوهندەى دريژيەكەى دەكاته دە ئەوهندەى پانيەكەى.

دريژى و پانى باخەكە هەژميرەكە. پووبەرەكەى هەژميرەكە. 35

34

تافيگەكان کارمەنديكى تافيگە دووگيراوهى تيگەلکرد سوپرى يەكەميان 10% وسوپرى دووهميان 4% برەى هەريەك لەگيراوهكان چەندە بۆئەوهى گيراوه دەستكەوتووهكە 500mg بيئت وسوپريەكەى 6% بيئت.

36

فروكهوانى فروكهيهك لەبەرزی 7000m نزمبووه بەتيكپاي 450m لەخولەكيكدا. فروكهيهكى تر لەبەرزی 375m بەرزەبيتهوه بەتيكپاي 575m لەخولەكيكدا. سىستەمىك لەدوو هاوكيشەى هيلى بنووسە پيگابادات بە هەژميرکردنى ژمارەى خولەكەكان پيش ئەوهى هەردوو فروكهەكە لەهەمان بەرزى دابن سىستەمەكە بە پروونکردنەوهىيى شىكارەكە.

37

## روانىيەك بۆ دواوه

ئەو برانە سادەبەكە.

$$x - y + x$$

40

$$3y + (-2x) - 3y$$

39

$$-4x + 2x$$

38

$$9^{\frac{3}{2}}$$

44

$$25^{\frac{1}{2}}$$

43

$$36^{\frac{1}{2}}$$

42

$$5b^0$$

41

$$\left( \frac{2q^3b^{-2}}{-q^2b^{-3}} \right)^{-1}$$

47

$$\left( \frac{y^{-1}n^2}{n^{-3}} \right)^{-3}$$

46

$$\left( \frac{2x^3}{x^{-2}} \right)^2$$

45

$$3(5 - 2x) - (8 - 6x) = -9 + 2(3x + 4) - 10$$

48

## روانىيەك بۆ پيشەوه

ئەو سىستەمەى ديئت كە يەككيان هاوكيشەى هيليه و ئەوى تريان هيلى نيه شىكارەكە بە

49

$$\begin{cases} y = x^2 + 3 \\ y = 4x \end{cases}$$

## نهخشه‌ی به‌های پروت Absolute Value Function



### نامانجه‌کان

- به‌های پروتی ژماره‌ی  
راستی دهناسیت و  
هه‌ژمارده‌کات.
- نهخشه‌ی به‌های پروت  
دهناسیت و دانه‌کانی  
دیاریده‌کات.
- نهخشه‌ی به‌های پروت به  
پوونکردنه‌وه‌یی دهنوینیت.

### بوچی

نه‌و پیوهرانه‌ی بیی  
هه‌لده‌ستین که ریژه‌یه‌کی  
گونجایی هه‌له‌ی تیدایه به  
به‌کاره‌یتانی نرخی پروت  
بهری به‌پیرین نه‌مه‌ش له‌زور  
پواردا پروده‌دات وه  
پیشه‌سازی

### چالاک‌ی

### Exploring Absolute

### کارکردن به نهخشه‌ی پروت

خویندکار	کاتی مه‌زنده‌کراو به خوله‌ک	هه‌له	هه‌له‌ی پروت
لاقین	49		
دالیا	59		
دوین	51		
کلارا	65		
نهردین	68		
دهوهن	77		
نارین	66		
یارا	54		
نالان	67		
نوزاد	46		
په‌یوه‌ند	62		
تارا	61		
سارا	53		
شارا	64		

قوتابیانی پۆلی ده هه‌لسان به چالاکیه‌ک، که  
نامانجه‌کە‌ی پیوانی نه‌و هه‌له‌یه، که مروّف تییده‌که‌ویت،  
کاتی‌ک مه‌زنده‌ی تیپه‌ریوونی کاتی یه‌ک خوله‌ک ده‌کات.  
خویندکاران به‌ش بوونه چهند کوّمه‌لیکی دوو دوو،  
یه‌ک‌کیان هه‌ردوو چاوی هاوړیکه‌ی به‌ست و داوای لی‌کرد  
ده‌ستی به‌رزکاته‌وه پاشان نزمی بکاته‌وه، پاش نه‌وه‌ی که  
وابزانی که یه‌ک خوله‌ک تیپه‌ریووه، خویندکاری یه‌که‌م  
نامیری پیوانه‌ی کاتی به‌کاره‌یتا بو پیوانی کاتی نیوان  
به‌رزکردن ودابه‌زینی ده‌ستی خویندکاری دووهم،  
و نه‌وه‌ی ده‌ستی که‌وت توّماری کرد، پاش نه‌وه‌ی دوو  
خویندکاره‌که پۆلیان گوړپه‌وه. خشته‌ی به‌رامبه‌ر  
نه‌نجامه‌کانی نه‌و چالاکیه‌ی پیشان ده‌دات.  
1. نه‌و هه‌له‌یه‌ی هه‌ر خویندکاریک تییده‌که‌ویت  
هه‌ژماریکه به‌لیده‌رکردنی 60 له‌ژماره‌ی چرکه‌کان  
مه‌زنده‌کراوه که له‌یه‌ک خوله‌ک و نه‌وه‌ش له‌ستوونی  
سییم توّماریکه. نه‌گه‌ر نه‌و جیاوازییه‌ی سالب بوو، نه‌وه  
ده‌گه‌ینیت که خه‌ملاندنی خویندکاره‌که که‌متربووه له خوله‌کیکی ته‌واو، به‌لام نه‌گه‌ر  
جیاوازییه‌که موجه‌ب بوو نه‌وه ده‌گه‌یه‌نیت مه‌زنده‌ی خویندکاره‌که پتربووه له خوله‌کیکی راستی.

### جیه‌جیکردنه‌کان

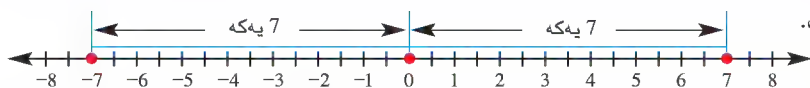
### نامار

زاناکان به زوړی گرنگی به ماوې دووړی خهملاندن له بهه‌های راسته‌قینه ددهن، بی وهستان له‌سهرته‌وې خهملاندنه‌که زیاتره یان که‌متره له بهه‌های راسته‌قینه‌که‌ی نه‌و دووړیه پټی دهوتریت هه‌له‌ی پروت **Absolute Error**. نمونه له‌سهر نه‌و پټباز وای خهملاند که خوله‌کټک تیپه‌پویه پاش 67 چرکه هه‌له‌که‌ی  $67 - 60 = 7$ ، و سارا وای خهملاند که خوله‌کټک تیپه‌پویه پاش 53 چرکه هه‌له‌که‌ی  $53 - 60 = -7$ ، هه‌ریه‌که‌یان 7 چرکه له بهه‌های راستی دوورکه‌وته‌و نه‌مه‌ش نه‌و دهرده‌پرې که هه‌ریه‌که‌یان هه‌له‌یه‌کی راستی کردوهره‌که‌ی دهکاته 7 چرکه، ژماره 7 به‌های پروت **Absolute Value** بو هه‌ریه‌که له دوو ژماره‌ی 7 و -7 واته پروتی هه‌ریه‌که‌یانه بو دهرپرېنی نه‌مه دهنوسین  $|-7| = 7$ .

2. له‌ستوونی چوارم دووړی خهملاندن وای له بهه‌های راستی خوله‌کټک تو‌ماریکه واته به‌ها پروته‌که‌ی.

3. به‌راورد له‌نیوان هر ژماره‌یه‌که له‌ستوونی سییم و به‌ها‌که‌ی له‌ستوونی چوارم بکه، په‌یوه‌ندی نیوان نیشانه‌ی ژماره‌که و نیشانه‌ی به‌ها پروته‌که‌ی چییه؟

ده‌توانی به‌های پروتی ژماره‌ی راستی بنویښت به به‌کاره‌یښانی هیلی ژماره‌کان. به‌های پروتی ژماره‌ی راستی دهکاته دووړی نیوان نه‌و خاله‌ی ده‌نیوینی له‌سهر هیلی ژماره‌کان و خالی بنه‌پرت.



دووړی نیوان خالی ژماره 7 و خالی بنه‌پرت دووړی نیوان خالی ژماره -7 و خالی بنه‌پرت دهکاته 7 یه‌که به‌های پروتی ژماره که‌دهکاته 7 واته دهکاته 7 یه‌که به‌های پروتی ژماره -7 واته  $|-7| = 7$   $|7| = 7$

نواندنې نه‌ندازه‌ی پیشو دهمان گه‌ینیته نه‌م لیکدانه‌وه جهریه‌ی دیت: به‌های پروتی ژماره‌یه‌کی راستی ههمان ژماره‌یه، نه‌گهر ژماره‌که سالب نه‌بیټ، و پیچه‌وانه‌که‌ی نه‌گهر سالیب بو.

#### Absolute Value of Real Number

به‌های پروتی ژماره‌ی راستی

$$\begin{cases} |x| = x & \text{پیناسه‌ی جهری} \\ |x| = -x & \text{نه‌گهر} \end{cases} \quad \begin{matrix} x \geq 0 \\ x < 0 \end{matrix}$$

پیناسه‌ی نه‌ندازه‌ی  $|x|$  نه‌و دووړیه له‌سهر ته‌ومره‌ی ژماره‌کان له‌نیوان خالی  $x$  و خالی بنه‌پرت.

#### نمونه

1

هه‌ژمیریکه.

ا  $|8 - 2|$

شیکار

ا  $|8 - 2| = |6| = 6$

ب  $|2 - 8|$

ب  $|2 - 8| = |-6| = 6$

ج  $|3 - 3|$

ج  $|3 - 3| = |0| = 0$

هه‌ولبد

هه‌ژمیریکه

ا  $|5 - 14|$

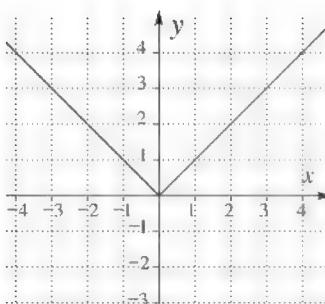
ب  $|12 - 2|$

#### Absolute Value Function

نه‌خشه‌ی به‌های پروت

نه‌خشه‌ی به‌های پروت نه‌و نه‌خشه پیناسه‌کراویه به‌پسای  $f(x) = |x|$ .





ا بوارى نهخشى بهای پروت و مهوداکه ی چیه؟  
ب هیلی پروونکردنهووی نهخشى بهای پروت بکیش.

شیکار

ا له بهرنهوی تو ده توانیت هه ژمیری بهای پروتی هه ژماره یه کی راستی بکیت، ئهوا بوارى نهخشى بهای پروت بریتیه له کۆمهلهی هه موو ژماره راستیه کان. و له بهرنهوی بهای پروتی هه ژماره یه کی راستی ده کاته ژماره که خوی نه گهر سالب نه بیت و پیچه وانه که ی نه گهر سالیب بیت، ئهوا بهای پروتی هه ژماره یه کی راستی هه موو کات ژماره یه کی سالب نییه که واته مهودای نهخشى بهای پروت کۆمهلهی ژماره راستیه کان سالب نین.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3

ب خشتهی بهای نهخشى بهای پروت پیکهینه.

به پروونکردنهووی خاله دیاریکراوهکانی ئه خشتهی بنوینه و بیانگهینه به هیلیکی گونجاو.

ا  $y = 2|x|$       ب  $y = |x - 2|$

چالاکی 2

### Exploring Absolute Value Functions کارکردن له سهو نهخشى بهای پروت

پیوستت به کاغزی پروونکردنهووی یان بژمیری پروونکردنهووی هیه.

- له هه مان پروتهختی پروونکردنهووی، هیلی پروونکردنهووی بۆ ههریه که له دوو نهخشى  $y = |x|$  و  $y = |x - 3|$  بکیش.
- چۆن که مکردنهوی 3 له گۆراوی x کار ده کاته سه رهیلی پروونکردنهووی نهخشى بهای پروت.
- له هه مان پروتهختی پروونکردنهووی، هیلی پروونکردنهووی بۆ ههریه که له دوو نهخشیه  $y = |x|$  و  $y = |x - 3|$  بکیش.
- چۆن که مکردنهوی 3 له گۆراوی y کار ده کاته سه رهیلی پروونکردنهووی نهخشى بهای پروت.
- له هه مان پروتهختی پروونکردنهووی ههریه که له دوو نهخشیه  $y = |x|$  و  $y = -|x|$  بکیش.
- چۆن پیچه وانه کردنهوی گۆراوی y له شوینی سه رهیلی پروونکردنهووی نهخشى بهای پروت کار ده کات.

✓ خالی جاودیری

✓ خالی جاودیری

✓ خالی جاودیری

له نمونهی پیشوو دهر باره ی هه ندی نهخشه کردارت کرد له نهخشى بهای پروتهوه وه رگیرابوون، واته نهخشى بهای پروت پۆلی پیکهینه یی ئه و نهخشانه یه لیڤه وه پتی دهوتریت: نهخشى بنه پرت (دایک) ههروهه نهخشه پیکهینه یی ژماره کان له نهخشى بنه پرت (دایک) دهست ده که ون به چه ند جیگۆرکه یه کی جهری و دهستکه وتنی هیلی به یانی ئه و نهخشانه به چه ند جیگۆرکه یه کی نه ندازه یی ده بن، که له هیلی پروونکردنهووی نهخشى بنه پرت (دایک) په یاده بن. خشته ی به رامبه ر جیگۆرکی نه ندازه یی به رامبه ر به جیگۆرکی جهریه که پیشان ده دات، و پیده دات به کیشانی هیلی پروونکردنهووی نهخشى دروست بوو له هیلی پروونکردنهووی نهخشى دایک  $y = |x|$ .

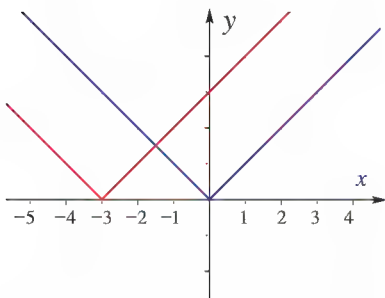
جیگۆرکی جهری	جیگۆرکی نه ندازه یی
$y =  x  \rightarrow y =  x - a $	پاکیشانی تاسویی بۆلای راسته a یه که.
$y =  x  \rightarrow y =  x + a $	پاکیشانی تاسویی بۆلای چه په a یه که.
$y =  x  \rightarrow y =  x - b $	پاکیشانی ستوونی بۆخواره وه b یه که.
$y =  x  \rightarrow y =  x + b $	پاکیشانی ستوونی بۆ سه روه وه b یه که.
$y =  x  \rightarrow y = - x $	وینه دانه وه که ی له ته وه ره ی سینی
$y =  x  \rightarrow y =  -x $	وینه دانه وه که ی له ته وه ره ی صادی

$b > 0 \quad a > 0$

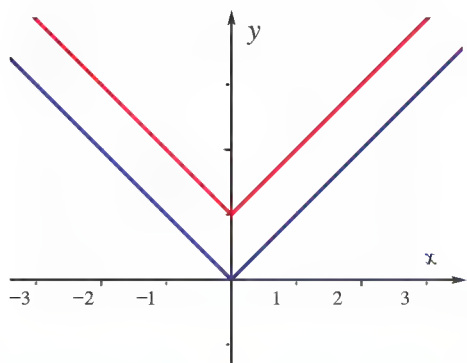
له ههمان پروتختی پوتاندا هیلی پروونکردنه وهی نهخشهی بنه پرت  $y = |x|$  بکیشه له پاشان جیگورکی گونجاو دیاریکه و به کار بهینه بۆ کیشانی هیلی پروونکردنه وهی نهخشهی پهیدا بوو.

ا  $y = |x + 3|$  ب  $y = |x + 1|$

شیکار



ا زیادکردنی 3 بۆ گورپاوی  $x$  له نهخشهی بنه پرت ده بێته پاکیشانی هیله پروونکردنه وهییه که ئاسوویی 3 یه که بۆلای چهپ.



ب زیادکردنی 1 بۆ گورپاوی  $y$  له نهخشهی (بنه پرت) دایک ده بێته هۆی پاکیشانی هیلی پروونکردنه وهی به ستوونی 1 یه که بۆ سه ره وه.

## راهینان

### به رده و امبون له بیر کاریدا

- 1 جیهان خهملاندی که خوله کیک تیپه ربووه پاش 51 چرکه و ئاری خهملاندی که خوله کیک تیپه ربووه پاش 68 چرکه پروونیکه وه چۆن به راوردی بری دووه له که ده که یت.
- 2 نمونه یه که له سه ر ژماره ی  $b$  بینه وه پاسادانی  $b = -b$  بکات پروونیکه ره وه.
- 3 باسی پروونکردنه وهی نهخشهی به های پروت بکه.
- 4 ئایا به های پروتی ژماره یه که ده کریت سالب بیت؟ پروونیکه ره وه.
- 5 ئایا به های پروتی ژماره یه که ده کریت بکاته سفر؟ پروونیکه ره وه.

### راهینانی ئاراسته کراو

هه ژمیریکه.

6  $|5 - 12|$  7  $|13 - 12|$  8  $|-3 - 3|$  9  $|4 - 4|$

10 بواری نهخشه و مه وداکه ی دیاریکه پاشان هیلی پروونکردنه وهی بکیشه.

ا  $y = |x + 1|$  ب  $y = |x + 3|$

11 له ههمان پروتختی پوتاندا هیلی پروونکردنه وهی نهخشهی پروت  $y = |x|$  بکیشه و هیلی پروونکردنه وهی هه ریه که له وسی نهخشه یه ش بکیشه. ئه و جیگورکی ئه ندازه یه دیاریکه که پیده دات به ده سته وتنی هیلی پروونکردنه وهی نهخشهی پیکه اتوو که له هیلی پروونکردنه وهی نهخشهی دایک (بنه پرت) دهره چیته.

ا  $y = |x + 1|$  ب  $y = |x + 1|$  ج  $y = -|x + 1|$

## راهنایان و جیهه جیکردن

به های پروتی هه ریهك لهو ژمارانه هه ژمیریکه.

8.67	<b>15</b>	-7.11	<b>14</b>	-33	<b>13</b>	17	<b>12</b>
79.2	<b>19</b>	$-3\frac{5}{11}$	<b>18</b>	-2.5	<b>17</b>	$\frac{4}{3}$	<b>16</b>

هه ژمیریکه.

$ 1-11 $	<b>23</b>	$ 4-12 $	<b>22</b>	$ 0-3 $	<b>21</b>	$ 13-24 $	<b>20</b>
$ -14-(-14) $	<b>27</b>	$ 11-3 $	<b>26</b>	$ 1-27 $	<b>25</b>	$ 0-(-3) $	<b>24</b>
$ -11-11 $	<b>31</b>	$ 5-(-3) $	<b>30</b>	$ -5-2 $	<b>29</b>	$ -13+13 $	<b>28</b>
$ -5-10 $	<b>35</b>	$ 5-10 $	<b>34</b>	$ 0-5 $	<b>33</b>	$ -5+(-5) $	<b>32</b>

بوار و مهوادی هه ریهك لهو نهخشانه دیاریک.

$y= x +2$	<b>38</b>	$y= x-5 $	<b>37</b>	$y= x+4 $	<b>36</b>
$y=- x-5 $	<b>41</b>	$y=- x+4 $	<b>40</b>	$y= x -4$	<b>39</b>
$y=-4 x $	<b>44</b>	$y=- x -4$	<b>43</b>	$y=- x +2$	<b>42</b>
$y=4 x-1 $	<b>47</b>	$y=4 x -1$	<b>46</b>	$y=\frac{1}{2} x $	<b>45</b>

لهههمان پروتهختی پۆتاندا هیلی پروونکردنهوهی نهخشهی به های پروت  $y=|x|$  و هیلی پروونکردنهوهی هه نهخشیهك بکیشه، جیگۆرکیی ئەندازی دیاریک که پێدهدات بهدهستکهوتنی هیلی پروونکردنهوهی نهخشهی بنهپهت.

$y= x +2$	<b>50</b>	$y= x-5 $	<b>49</b>	$y= x+4 $	<b>48</b>
$y=- x-5 $	<b>53</b>	$y=- x+4 $	<b>52</b>	$y= x -4$	<b>51</b>
		$y=- x -4$	<b>55</b>	$y=- x +2$	<b>54</b>

$|a-b|$  و  $|b-a|$  له پرسیاری 56 تا 59 هه ژمیریکه.

$a=5; b=-3$	<b>57</b>	$a=5; b=3$	<b>56</b>
$a=3; b=5$	<b>59</b>	$a=-5; b=3$	<b>58</b>

60 کام پوختهت دهستدهکهوئیت به پشت بهستن بهوهی هه ژمیرت کردوه له پرسیاری 56 تا 59 که تایبته به  $|a-b|$  و  $|b-a|$ .

61 جیگۆرکییهکان نهخشهی پیکهاتوو له نهخشهی بنهپهت  $y=|x|$  بنوسه بهم جیگۆرکییهی دیارکراوه.

- ا راکیشانی ئاسویی بۆلای چهپ ماوهی 4 یهکه.
- ب راکیشانی ستوون بۆلای خوارهوه ماوهی 2 یهکه.
- ج راکیشانی بۆلای چهپ 5 یهکه لهپاشان کشان بۆ خوارهوه 2 یهکه.
- د راکیشانی بۆ سهروهه 5 یهکه، لهپاشان وینهدانوه لهدهوری تهوهری سینی.
- ه وینهدانوهی بهدهوری تهوهری سینی لهپاشان کشان بهروه سهروهه به 2 یهکه.

**62 كيميا** چوار خويندكار بېرى سۇيۇمى كەلە 4 تورەگە خويى دۇزىيە تەۋە بەم شىۋەيە خوارەۋە بوو، ھەلەى ھەر خويندكارىك و ھەلە پروتەكەيان دياربەكە ئەگەر زانیت وەلامى راست 8.2mg .

ا شۇنى دۇزىيەۋە 8.2mg

ب پوناك دۇزىيەۋە 9.0mg

ج نورى دۇزىيەۋە 8.1mg

د ھەۋار دۇزىيەۋە 8.4mg

**گەشتەكان** دانا بە ئوتومبىلەكەى لە دەۋك دەرجوو بۇ خانەقین بەخىرايىەك تىكپايىەكەى 140 كىلومەتر لەكاتژمىر كىدا و بە كەركوك داتىپەرى پاش 3 كاتژمىر ئەگەر ھىماى گۇپراوى  $x$  بۇ كات بەكاتژمىر لەدەستپىكى دەرجوونى دانا لە دەۋك دابىرى، دورى نىۋان دەۋك و كەركوك دەكاتە  $d = 140 \times |x - 3|$  .

**63** دانا چەند كىلومەترى بېرى پاش دوو كاتژمىر لە دەستپىكەۋە؟ دورىيەكەى لە كەركوكەۋە لەو دەمە چەندە؟

**64** دانا چەند كىلومەترى بېرى پاش 4 كاتژمىر لە دەستپىكەۋە؟ دورىيەكەى لە كەركوكەۋە لەو دەمە چەندە .

## تېروانىيىك بۆ دواۋە

**65** دوا سى ژمارە بنووسە: 2، 6، 10، 14، 18، 22، 26، 30، 34، 38، 42، 46، 50، 54، 58، 62، 66، 70، 74، 78، 82، 86، 90، 94، 98، 102، 106، 110، 114، 118، 122، 126، 130، 134، 138، 142، 146، 150، 154، 158، 162، 166، 170، 174، 178، 182، 186، 190، 194، 198، 202، 206، 210، 214، 218، 222، 226، 230، 234، 238، 242، 246، 250، 254، 258، 262، 266، 270، 274، 278، 282، 286، 290، 294، 298، 302، 306، 310، 314، 318، 322، 326، 330، 334، 338، 342، 346، 350، 354، 358، 362، 366، 370، 374، 378، 382، 386، 390، 394، 398، 402، 406، 410، 414، 418، 422، 426، 430، 434، 438، 442، 446، 450، 454، 458، 462، 466، 470، 474، 478، 482، 486، 490، 494، 498، 502، 506، 510، 514، 518، 522، 526، 530، 534، 538، 542، 546، 550، 554، 558، 562، 566، 570، 574، 578، 582، 586، 590، 594، 598، 602، 606، 610، 614، 618، 622، 626، 630، 634، 638، 642، 646، 650، 654، 658، 662، 666، 670، 674، 678، 682، 686، 690، 694، 698، 702، 706، 710، 714، 718، 722، 726، 730، 734، 738، 742، 746، 750، 754، 758، 762، 766، 770، 774، 778، 782، 786، 790، 794، 798، 802، 806، 810، 814، 818، 822، 826، 830، 834، 838، 842، 846، 850، 854، 858، 862، 866، 870، 874، 878، 882، 886، 890، 894، 898، 902، 906، 910، 914، 918، 922، 926، 930، 934، 938، 942، 946، 950، 954، 958، 962، 966، 970، 974، 978، 982، 986، 990، 994، 998، 1002، 1006، 1010، 1014، 1018، 1022، 1026، 1030، 1034، 1038، 1042، 1046، 1050، 1054، 1058، 1062، 1066، 1070، 1074، 1078، 1082، 1086، 1090، 1094، 1098، 1102، 1106، 1110، 1114، 1118، 1122، 1126، 1130، 1134، 1138، 1142، 1146، 1150، 1154، 1158، 1162، 1166، 1170، 1174، 1178، 1182، 1186، 1190، 1194، 1198، 1202، 1206، 1210، 1214، 1218، 1222، 1226، 1230، 1234، 1238، 1242، 1246، 1250، 1254، 1258، 1262، 1266، 1270، 1274، 1278، 1282، 1286، 1290، 1294، 1298، 1302، 1306، 1310، 1314، 1318، 1322، 1326، 1330، 1334، 1338، 1342، 1346، 1350، 1354، 1358، 1362، 1366، 1370، 1374، 1378، 1382، 1386، 1390، 1394، 1398، 1402، 1406، 1410، 1414، 1418، 1422، 1426، 1430، 1434، 1438، 1442، 1446، 1450، 1454، 1458، 1462، 1466، 1470، 1474، 1478، 1482، 1486، 1490، 1494، 1498، 1502، 1506، 1510، 1514، 1518، 1522، 1526، 1530، 1534، 1538، 1542، 1546، 1550، 1554، 1558، 1562، 1566، 1570، 1574، 1578، 1582، 1586، 1590، 1594، 1598، 1602، 1606، 1610، 1614، 1618، 1622، 1626، 1630، 1634، 1638، 1642، 1646، 1650، 1654، 1658، 1662، 1666، 1670، 1674، 1678، 1682، 1686، 1690، 1694، 1698، 1702، 1706، 1710، 1714، 1718، 1722، 1726، 1730، 1734، 1738، 1742، 1746، 1750، 1754، 1758، 1762، 1766، 1770، 1774، 1778، 1782، 1786، 1790، 1794، 1798، 1802، 1806، 1810، 1814، 1818، 1822، 1826، 1830، 1834، 1838، 1842، 1846، 1850، 1854، 1858، 1862، 1866، 1870، 1874، 1878، 1882، 1886، 1890، 1894، 1898، 1902، 1906، 1910، 1914، 1918، 1922، 1926، 1930، 1934، 1938، 1942، 1946، 1950، 1954، 1958، 1962، 1966، 1970، 1974، 1978، 1982، 1986، 1990، 1994، 1998، 2002، 2006، 2010، 2014، 2018، 2022، 2026، 2030، 2034، 2038، 2042، 2046، 2050، 2054، 2058، 2062، 2066، 2070، 2074، 2078، 2082، 2086، 2090، 2094، 2098، 2102، 2106، 2110، 2114، 2118، 2122، 2126، 2130، 2134، 2138، 2142، 2146، 2150، 2154، 2158، 2162، 2166، 2170، 2174، 2178، 2182، 2186، 2190، 2194، 2198، 2202، 2206، 2210، 2214، 2218، 2222، 2226، 2230، 2234، 2238، 2242، 2246، 2250، 2254، 2258، 2262، 2266، 2270، 2274، 2278، 2282، 2286، 2290، 2294، 2298، 2302، 2306، 2310، 2314، 2318، 2322، 2326، 2330، 2334، 2338، 2342، 2346، 2350، 2354، 2358، 2362، 2366، 2370، 2374، 2378، 2382، 2386، 2390، 2394، 2398، 2402، 2406، 2410، 2414، 2418، 2422، 2426، 2430، 2434، 2438، 2442، 2446، 2450، 2454، 2458، 2462، 2466، 2470، 2474، 2478، 2482، 2486، 2490، 2494، 2498، 2502، 2506، 2510، 2514، 2518، 2522، 2526، 2530، 2534، 2538، 2542، 2546، 2550، 2554، 2558، 2562، 2566، 2570، 2574، 2578، 2582، 2586، 2590، 2594، 2598، 2602، 2606، 2610، 2614، 2618، 2622، 2626، 2630، 2634، 2638، 2642، 2646، 2650، 2654، 2658، 2662، 2666، 2670، 2674، 2678، 2682، 2686، 2690، 2694، 2698، 2702، 2706، 2710، 2714، 2718، 2722، 2726، 2730، 2734، 2738، 2742، 2746، 2750، 2754، 2758، 2762، 2766، 2770، 2774، 2778، 2782، 2786، 2790، 2794، 2798، 2802، 2806، 2810، 2814، 2818، 2822، 2826، 2830، 2834، 2838، 2842، 2846، 2850، 2854، 2858، 2862، 2866، 2870، 2874، 2878، 2882، 2886، 2890، 2894، 2898، 2902، 2906، 2910، 2914، 2918، 2922، 2926، 2930، 2934، 2938، 2942، 2946، 2950، 2954، 2958، 2962، 2966، 2970، 2974، 2978، 2982، 2986، 2990، 2994، 2998، 3002، 3006، 3010، 3014، 3018، 3022، 3026، 3030، 3034، 3038، 3042، 3046، 3050، 3054، 3058، 3062، 3066، 3070، 3074، 3078، 3082، 3086، 3090، 3094، 3098، 3102، 3106، 3110، 3114، 3118، 3122، 3126، 3130، 3134، 3138، 3142، 3146، 3150، 3154، 3158، 3162، 3166، 3170، 3174، 3178، 3182، 3186، 3190، 3194، 3198، 3202، 3206، 3210، 3214، 3218، 3222، 3226، 3230، 3234، 3238، 3242، 3246، 3250، 3254، 3258، 3262، 3266، 3270، 3274، 3278، 3282، 3286، 3290، 3294، 3298، 3302، 3306، 3310، 3314، 3318، 3322، 3326، 3330، 3334، 3338، 3342، 3346، 3350، 3354، 3358، 3362، 3366، 3370، 3374، 3378، 3382، 3386، 3390، 3394، 3398، 3402، 3406، 3410، 3414، 3418، 3422، 3426، 3430، 3434، 3438، 3442، 3446، 3450، 3454، 3458، 3462، 3466، 3470، 3474، 3478، 3482، 3486، 3490، 3494، 3498، 3502، 3506، 3510، 3514، 3518، 3522، 3526، 3530، 3534، 3538، 3542، 3546، 3550، 3554، 3558، 3562، 3566، 3570، 3574، 3578، 3582، 3586، 3590، 3594، 3598، 3602، 3606، 3610، 3614، 3618، 3622، 3626، 3630، 3634، 3638، 3642، 3646، 3650، 3654، 3658، 3662، 3666، 3670، 3674، 3678، 3682، 3686، 3690، 3694، 3698، 3702، 3706، 3710، 3714، 3718، 3722، 3726، 3730، 3734، 3738، 3742، 3746، 3750، 3754، 3758، 3762، 3766، 3770، 3774، 3778، 3782، 3786، 3790، 3794، 3798، 3802، 3806، 3810، 3814، 3818، 3822، 3826، 3830، 3834، 3838، 3842، 3846، 3850، 3854، 3858، 3862، 3866، 3870، 3874، 3878، 3882، 3886، 3890، 3894، 3898، 3902، 3906، 3910، 3914، 3918، 3922، 3926، 3930، 3934، 3938، 3942، 3946، 3950، 3954، 3958، 3962، 3966، 3970، 3974، 3978، 3982، 3986، 3990، 3994، 3998، 4002، 4006، 4010، 4014، 4018، 4022، 4026، 4030، 4034، 4038، 4042، 4046، 4050، 4054، 4058، 4062، 4066، 4070، 4074، 4078، 4082، 4086، 4090، 4094، 4098، 4102، 4106، 4110، 4114، 4118، 4122، 4126، 4130، 4134، 4138، 4142، 4146، 4150، 4154، 4158، 4162، 4166، 4170، 4174، 4178، 4182، 4186، 4190، 4194، 4198، 4202، 4206، 4210، 4214، 4218، 4222، 4226، 4230، 4234، 4238، 4242، 4246، 4250، 4254، 4258، 4262، 4266، 4270، 4274، 4278، 4282، 4286، 4290، 4294، 4298، 4302، 4306، 4310، 4314، 4318، 4322، 4326، 4330، 4334، 4338، 4342، 4346، 4350، 4354، 4358، 4362، 4366، 4370، 4374، 4378، 4382، 4386، 4390، 4394، 4398، 4402، 4406، 4410، 4414، 4418، 4422، 4426، 4430، 4434، 4438، 4442، 4446، 4450، 4454، 4458، 4462، 4466، 4470، 4474، 4478، 4482، 4486، 4490، 4494، 4498، 4502، 4506، 4510، 4514، 4518، 4522، 4526، 4530، 4534، 4538، 4542، 4546، 4550، 4554، 4558، 4562، 4566، 4570، 4574، 4578، 4582، 4586، 4590، 4594، 4598، 4602، 4606، 4610، 4614، 4618، 4622، 4626، 4630، 4634، 4638، 4642، 4646، 4650، 4654، 4658، 4662، 4666، 4670، 4674، 4678، 4682، 4686، 4690، 4694، 4698، 4702، 4706، 4710، 4714، 4718، 4722، 4726، 4730، 4734، 4738، 4742، 4746، 4750، 4754، 4758، 4762، 4766، 4770، 4774، 4778، 4782، 4786، 4790، 4794، 4798، 4802، 4806، 4810، 4814، 4818، 4822، 4826، 4830، 4834، 4838، 4842، 4846، 4850، 4854، 4858، 4862، 4866، 4870، 4874، 4878، 4882، 4886، 4890، 4894، 4898، 4902، 4906، 4910، 4914، 4918، 4922، 4926، 4930، 4934، 4938، 4942، 4946، 4950، 4954، 4958، 4962، 4966، 4970، 4974، 4978، 4982، 4986، 4990، 4994، 4998، 5002، 5006، 5010، 5014، 5018، 5022، 5026، 5030، 5034، 5038، 5042، 5046، 5050، 5054، 5058، 5062، 5066، 5070، 5074، 5078، 5082، 5086، 5090، 5094، 5098، 5102، 5106، 5110، 5114، 5118، 5122، 5126، 5130، 5134، 5138، 5142، 5146، 5150، 5154، 5158، 5162، 5166، 5170، 5174، 5178، 5182، 5186، 5190، 5194، 5198، 5202، 5206، 5210، 5214، 5218، 5222، 5226، 5230، 5234، 5238، 5242، 5246، 5250، 5254، 5258، 5262، 5266، 5270، 5274، 5278، 5282، 5286، 5290، 5294، 5298، 5302، 5306، 5310، 5314، 5318، 5322، 5326، 5330، 5334، 5338، 5342، 5346، 5350، 5354، 5358، 5362، 5366، 5370، 5374، 5378، 5382، 5386، 5390، 5394، 5398، 5402، 5406، 5410، 5414، 5418، 5422، 5426، 5430، 5434، 5438، 5442، 5446، 5450، 5454، 5458، 5462، 5466، 5470، 5474، 5478، 5482، 5486، 5490، 5494، 5498، 5502، 5506، 5510، 5514، 5518، 5522، 5526، 5530، 5534، 5538، 5542، 5546، 5550، 5554، 5558، 5562، 5566، 5570، 5574، 5578، 5582، 5586، 5590، 5594، 5598، 5602، 5606، 5610، 5614، 5618، 5622، 5626، 5630، 5634، 5638، 5642، 5646، 5650، 5654، 5658، 5662، 5666، 5670، 5674، 5678، 5682، 5686، 5690، 5694، 5698، 5702، 5706، 5710، 5714، 5718، 5722، 5726، 5730، 5734، 5738، 5742، 5746، 5750، 5754، 5758، 5762، 5766، 5770، 5774، 5778، 5782، 5786، 5790، 5794، 5798، 5802، 5806، 5810، 5814، 5818، 5822، 5826، 5830، 5834، 5838، 5842، 5846، 5850، 5854، 5858، 5862، 5866، 5870، 5874، 5878، 5882، 5886، 5890، 5894، 5898، 5902، 5906، 5910، 5914، 5918، 5922، 5926، 5930، 5934، 5938، 5942، 5946، 5950، 5954، 5958، 5962، 5966، 5970، 5974، 5978، 5982، 5986، 5990، 5994، 5998، 6002، 6006، 6010، 6014، 6018، 6022، 6026، 6030، 6034، 6038، 6042، 6046، 6050، 6054، 6058، 6062، 6066، 6070، 6074، 6078، 6082، 6086، 6090، 6094، 6098، 6102، 6106، 6110، 6114، 6118، 6122، 6126، 6130، 6134، 6138، 6142، 6146، 6150، 6154، 6158، 6162، 6166، 6170، 6174، 6178، 6182، 6186، 6190، 6194، 6198، 6202، 6206، 6210، 6214، 6218، 6222، 6226، 6230، 6234، 6238، 6242، 6246، 6250، 6254، 6258، 6262، 6266، 6270، 6274، 6278، 6282، 6286، 6290، 6294، 6298، 6302، 6306، 6310، 6314، 6318، 6322، 6326، 6330، 6334، 6338، 6342، 6346، 6350، 6354، 6358، 6362، 6366، 6370، 6374، 6378، 6382، 6386، 6390، 6394، 6398، 6402، 6406، 6410، 6414، 6418، 6422، 6426، 6430، 6434، 6438، 6442، 6446، 6450، 6454، 6458، 6462، 6466، 6470، 6474، 6478، 6482، 6486، 6490، 6494، 6498، 6502، 6506، 6510، 6514، 6518، 6522، 6526، 6530، 6534، 6538، 6542، 6546، 6550، 6554، 6558، 6562، 6566، 6570، 6574، 6578، 6582، 6586، 6590، 6594، 6598، 6602، 6606، 6610، 6614، 6618، 6622، 6626، 6630، 6634، 6638، 6642، 6646، 6650، 6654، 6658، 6662، 6666، 6670، 6674، 6678، 6682، 6686، 6690، 6694، 6698، 6702، 6706، 6710، 6714، 6718، 6722، 6726، 6730، 6734، 6738، 6742، 6746، 6750، 6754، 6758، 6762، 6766، 6770، 6774، 6778، 6782، 6786، 6790، 6794، 6798، 6802، 6806، 6810، 6814، 6818، 6822، 6826، 6830، 6834، 6838، 6842، 6846، 6850، 6854، 6858، 6862، 6866، 6870، 6874، 6878، 6882، 6886، 6890، 6894، 6898، 6902، 6906، 6910، 6914، 6918، 6922، 6926، 6930، 6934، 6938، 6942، 6946، 6950، 6954، 6958، 6962، 6966، 6970، 6974، 6978، 6982، 6986، 6990، 6994، 6998، 7002، 7006، 7010، 7014، 7018، 7022، 7026، 7030، 7034، 7038، 7042، 7046، 7050، 7054، 7058، 7062، 7066، 7070، 7074، 7078، 7082، 7086، 7090، 7094، 7098، 7102، 7106، 7110، 7114، 7118، 7122، 7126، 7130، 7134، 7138، 7142، 7146، 7150، 7154، 7158، 7162، 7166، 7170، 7174، 7178، 7182، 7186، 7190، 7194، 7198، 7202، 7206، 7210، 7214، 7218، 7222، 7226، 7230، 7234، 7238، 7242، 7246، 7250، 7254، 7258، 7262، 7266، 7270، 7274، 7278، 7282، 7286، 7290، 7294، 7298، 7302، 7306، 7310، 7314، 7318، 7322، 7326، 7330، 7334، 7338، 7342، 7346، 7350، 7354، 7358، 7362، 7366، 7370، 7374، 7378، 7382، 7386، 7390، 7394، 7398، 7402، 7406، 7410، 7414، 7418، 7422، 7426، 7430، 7434، 7438، 7442، 7446، 7450، 7454، 7458، 7462، 7466، 7470، 7474، 7478، 7482، 7486، 7490، 7494، 7498، 7502، 7506، 7510، 7514، 7518، 7522، 7526، 7530، 7534، 7538، 7542، 7546، 7550، 7554، 7558، 7562، 7566، 7570، 7574، 7578، 7582، 7586، 7590، 7594، 7598، 7602، 7606، 7610، 7614، 7618، 7622، 7626، 7630، 7634، 7638، 7642، 7646، 7650، 7654، 7658، 7662، 7666، 7670، 7674، 7678، 7682، 7686، 7690، 7694، 7698، 7702، 7706، 7710، 7714، 7718، 7722، 7726، 7730، 7734، 7738، 7742، 7746، 7750، 7754، 7758، 7762، 7766، 7770، 7774، 7778، 7782، 7786، 7790، 7794، 7798، 7802، 7806، 7810، 7814، 7818، 7822، 7826، 7830،



# هاوكيشهكان و لاسهنگهكان كه بهاي پروتيان

## تيدايه Absolute Value Equations and Inequalities



### نامانجهكان

- بهجهبري و بهپوونكرندنهويي  
هاوكيشه سادهكاني نهخشهي  
پووت دهگرنهخو  
شيكاردهكات.
- بهجهبري و بهپوونكرندنهويي  
لاسهنگه سادهكاني نهخشهي  
پووت دهگرنهخو  
شيكاردهكات.
- به بهكارهيناني بهاي  
نهخشهي بهاي پووت  
پرسپارهكان شيكاردهكات.



لهپيوانهكاني زانستي زوريهي جار بهراويزي ههله  
ههيه دهتواني فراموش بكرت. نهم بهراويزه بهتواني  
دهربيريت به بهكارهيناني هاوكيشهكان و لاسهنگهكاني  
پووت دهگرنهخو و نهمهش گرنگه لهبواره جوړاوجورهكان  
وهك له پيشهسازي و پزيشكي و فيزيكيدا

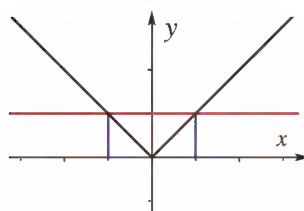
يهكېك له كوْمپانياكان پهپكي دداناوي بهرهم دههيني، كه له دروستكرني ئوتومبيلهكاندا  
بهكارديت بهپي ستاندهري دياركراو نهگهر تيرهي پهپكهكه له پيوست گهرهتر بوو، ئهوا  
پيكهيناني نهستم دهبيت و نهگهر بچووكتربي ئهوا ئوتومبيلهكه بهشيويه گونجاو ناروات  
بهراويزي ههلهي ريپيدراو لهپيواني تيرهي نهم پهپكه چهنده؟

### جيهجيكردنهكان پيشهسازي

## Absolute Value Equations هاوكيشهكان كه تهخشهي بهاي پروتيان تيدايه

هيلي پوونكرندنهويي بو نهخشهي پووت بهاي يارمهتيدهره بو تيگهيشتنى هاوكيشهكاني  
نهخشه پووت و شيكاركرديان، لهم ويته پوونكرندنهويانهي ديټ ووردبهرهوه:

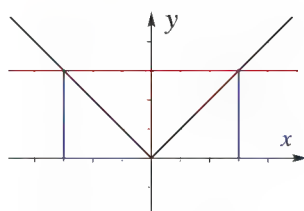
$$y=1 \text{ وه } y=|x|$$



نهگهر  $|x|=1$

ئهوا  $x=1$  يان  $x=-1$

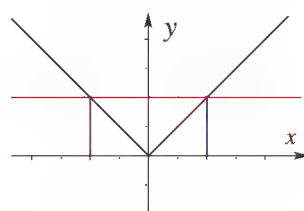
$$y=3 \text{ وه } y=|x|$$



نهگهر  $|x|=3$

ئهوا  $x=3$  يان  $x=-3$

$$y=2 \text{ وه } y=|x|$$



نهگهر  $|x|=2$

ئهوا  $x=2$  يان  $x=-2$

لهووی پېشوو ئهم دهرئنهجامانهمان دهستدهكهوېت.

### Absolute Value Equation

### هاوكېشهې نهخشهې بههاي پروت

كوْمهله شيكاري هاوكېشهې  $|x| = a$  كاتيك  $a$  ژمارهيكې راستي موجب بېت پېكدېت له دوو ژماره  $a$  و  $-a$ .

كوْمهله شيكاري هاوكېشهې  $|x| = 0$  پېكدېت له ژماره 0

هاوكېشهې  $|x| = a$  شيكاري نيه كاتيك  $a$  ژمارهيكې راستي سالب بېت.

$|x|$  ژمارهيكې سالب نيه چونكه بهپې پېناسهكهې دووري نيوان خالي بنهپرت و ئهوخالي پوي  $x$  لهسهر هيلي ژمارهكان دهنوي، بهلام ئهوهاوكېشانهې بههاي پروتيان تېدايه لهوانهيه شيكاريان بېته سالب.

هاوكېشهې  $|x| = 5$  شيكاريكه.

✓ خالي چاوډيري

هاوكېشهې  $|2x + 3| = 4$  شيكاريكه و كوْمهلهي شيكار لهسهر تهوهرې ژمارهكان بنويته.

1

نونه

شيكار

هاوكېشهې  $|2x + 3| = 4$  له دوو باره پاسادان بكه.

$$2x + 3 = -4 \quad \text{يان} \quad 2x + 3 = 4$$

$$2x = -7 \quad \text{يان} \quad 2x = 1$$

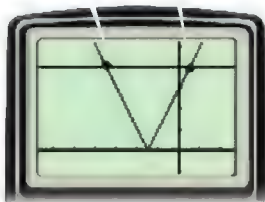
$$x = -3.5 \quad \text{يان} \quad x = 0.5$$

$(-3.5, 4)$   $(0.5, 4)$

پاسادان بكه: ئهگهر  $x = 0.5$  ئهوا  $|2x + 3| = |2(0.5) + 3| = |4| = 4$

و ئهگهر  $x = -3.5$  ئهوا  $|2x + 3| = |2(-3.5) + 3| = |-4| = 4$

دهتوانيت دووباره به بهكارهيناني بزميري پوونكردنهويي پاساداني شيكاريكه بكهيت.



هيلي پوونكردنهويي هريكه له دوو نهخشه  $y = |2x + 3|$  و  $y = 4$

بكيشه لههمان پروتهختي پوتاندا پويهكاني سيني يهكترپيني دوو

هيلي پوونكردنهويي دياريكه، دهيبيني له

خالي  $(-3.5, 4)$  و لهخالي  $(0.5, 4)$   $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

يهكتردهپن. بهلام نواندنې كوْمهلهي شيكار لهسهر تهوهرې ژمارهكان ئهويه.

هاوكېشهې  $|3x + 5| = 7$  شيكاريكه و كوْمهلهي شيكار لهسهر تهوهرې ژمارهكان بنويته.

ههولېده

### چالاي

### Exploring Solutions

### دوژينهوهي شيكاريكان

وينه بهرامبر هيلي پوونكردنهويي هريكه له دوو نهخشه  $y = |x|$

$y = 2x - 2$  دهنوي واته شيكاري پوونكردنهويي هاوكېشهې

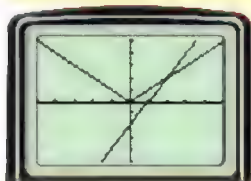
$|x| = mx + n$  كاتيك  $m = 2, n = -2$  دهنوي.

1. لههمان پروتهختي پوتاندا دوو هيلي پوونكردنهويي دوو نهخشه

$y = |x|$  و  $y = 2x - 2$  بكيشه، ژماره خالكان يهكترپين چنده؟

به پوونكردنهويي شيكاري هاوكېشهكه دياريكه.

بخهملېته و پاسادان بكه: بير لهژماره شيكاريكان يي هاوكېشه  $y = |x| = mx + n$  بكهوه.



2. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی  $m$  بدوژیتوه و به‌هایه‌کی تر بۆ گۆپاوی  $n$  به‌مهرجیک دوو هیله پوونکردنه‌وه‌یی دوو نه‌خشه‌ی  $y = mx + n$  و  $y = |x|$  یه‌کتربېرن له‌دوو خالدا، به‌پوونکردنه‌وه‌یی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به و شیکاری هاوکیښه‌ی  $|x| = mx + n$  بنوسه.
3. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی  $m$  بدوژیتوه و به‌هایه‌کی تر بۆ گۆپاوی  $n$  به‌مهرجیک دوو هیله پوونکردنه‌وه‌یی دوو نه‌خشه‌ی  $y = mx + n$  و  $y = |x|$  یه‌کتربېرن به پوونکردنه‌وه‌یی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به.
4. ههولېده به‌هایه‌کی گۆپاوی  $m$  بدوژیتوه و به‌هایه‌کی تر بۆ گۆپاوی  $n$  به‌مهرجیک دوو هیله پوونکردنه‌وه‌ی دوو نه‌خشه‌ی  $y = mx + n$  و  $y = |x|$  یه‌کتربېرن له ژماره‌یه‌کی ناکوتا له‌خالدا به پوونکردنه‌وه‌ی له‌باشی هه‌لبژاردنه‌که دلنیا به.
5. به‌پشت به‌ستن به‌مانه‌ی پېشه‌وه، ژماره‌ی شیکاره توانراوکانی هاوکیښه‌ی  $|x| = mx + n$  به‌کورتی باسبکه.

## نونه

2 هاوکیښه‌ی  $|x - 3| = 3x + 5$  شیکاربکه.

شیکار

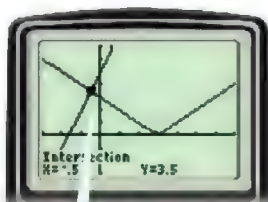
$$\begin{array}{ll} |x - 3| = 3x + 5 & \text{یان} \\ x - 3 = -(3x + 5) & \text{یان} \\ 4x = -2 & \text{یان} \\ x = -0.5 & \text{یان} \end{array}$$

پاسادان

$$\begin{array}{ll} x = -0.5 & x = -4 \\ |-0.5 - 3| \stackrel{?}{=} (3(-0.5) + 5) & |-4 - 3| \stackrel{?}{=} 3(-4) + 5 \\ |-3.5| \stackrel{?}{=} -1.5 + 5 & |-7| \stackrel{?}{=} 3(-4) + 5 \\ 3.5 \stackrel{?}{=} 3.5 & 7 \stackrel{?}{=} -7 \end{array}$$

شیکارکه  $x = -4$  فهرامۆش ده‌کړی چونکه ده‌بیته‌هوی هه‌له‌ی « $7 = -7$ » به‌لام شیکاری  $x = -0.5$  په‌سهنده ده‌توانیت پاسادانی وه‌لامه‌که‌ت

به پوونکردنه‌وه‌یی بکه‌یت له‌همان پروته‌ختی پۆتاندا هیله پوونکردنه‌وه‌یی هه‌ریه‌که له دوو نه‌خشه‌ی  $y = |x - 3|$  و  $y = 3x + 5$  وینه‌ی به‌رامبه‌رت ده‌ستده‌که‌ویت.  $(-0.5, 3.5)$



ههولېده هاوکیښه‌ی  $|x - 4| = x + 1$  شیکاربکه.

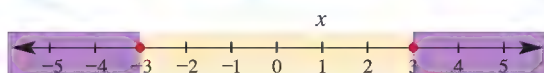
## ئه‌و لاسه‌نگانه‌ی به‌های پرووتیان تېدايه Absolute Value Inequalities

دوو خالی 3 و -3 کۆمه‌له شیکاری هاوکیښه‌ی  $|x| = 3$  له‌سه‌ر ته‌وه‌ره‌ی ژماره‌کان ده‌نوینن، ئه‌و دوو ژماره‌یه ته‌وه‌ره‌که بۆ سێ به‌ش به‌شده‌که‌ن.

خاله‌کانی لای چه‌پی -3

خاله‌کانی نیوان -3 و 3

خاله‌کانی لای راستی 3





## Absolute Value Inequality

## لاسه‌نگه‌ی نه‌خشه‌ی به‌های پروت

کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی  $|x| < a$  کاتیک  $a$  ژماره‌یه‌کی راستی موجه‌به پیکدیت له‌کۆمه‌له‌ی ژماره‌پاستیه‌کانی  $x$  که ساغکردنه‌وه‌ی  $-a < x < a$  ده‌کات.

کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی  $|x| > a$  کاتیک  $a$  ژماره‌یه‌کی راستی موجه‌به پیکدیت له‌کۆمه‌له‌ی ژماره‌پاستیه‌کانی  $x$  که ساغکردنه‌وه‌ی  $x < -a$  یا  $x > a$  ده‌کات.

کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی  $|x| \geq a$  کاتیک  $a$  ژماره‌یه‌کی راستی ناموجه‌به پیکدیت له‌هموو ژماره‌پاستیه‌کاندا. لاسه‌نگه‌ی  $|x| < a$  شیکاری نییه‌ کاتیک  $a$  ژماره‌یه‌کی راستی موجه‌به نه‌بیئت.

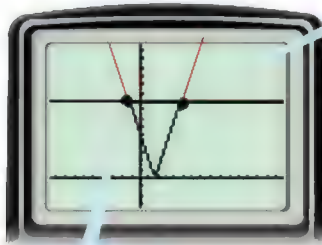
ده‌توانیت بیرۆکه‌ی وه‌ک ئه‌وانه‌ بۆ دوو لاسه‌نگه‌ی  $|x| \leq a$  ،  $|x| \geq a$  دابریژی.

لاسه‌نگه‌ی  $|5-3x| > 9$  شیکاریکه و کۆمه‌له‌ی شیکاره‌که له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان بنویته.

نموونه

3

شیکار

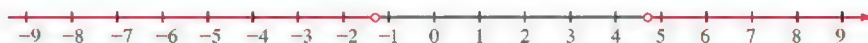


(4.67, 9)

(-1.33, 9)

$$\begin{array}{lcl} (|x| > a \text{ جوړی له جۆری } |5-3x| > 9) & & \\ 5-3x < -9 & \text{یا} & 5-3x > 9 \\ -3x < -9-5 & \text{یا} & -3x > 4 \\ x > \frac{14}{3} & \text{یا} & x < -\frac{4}{3} \end{array}$$

کۆمه‌له‌ی شیکاره‌که له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان ده‌نوینین وه‌ک له‌خواره‌وه.



پاسادان

راستی وه‌لامه‌که به‌پروونکردنه‌وه‌یی پاسادان بکه له‌همان ته‌وه‌ری پۆتاندا وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی  $y=9$  و هیلای پروونکردنه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی  $y=|5-3x|$  بکێشه، وینه‌که دیارده‌کات ئه‌گه‌ر  $x < -\frac{4}{3} \approx -1.33$  یا  $x > \frac{14}{3} \approx 4.67$  نه‌وا نه‌و خاله‌ی پۆتانای  $x$  له‌سه‌ر هیلای پروونکردنه‌وه‌ی بۆ نه‌خشه‌ی  $y=|5-3x|$  به‌رزتره‌ له‌و خاله‌ی پۆتانای  $x$  له‌سه‌ر هیلای پروونکردنه‌وه‌یی  $y=9$  ئه‌مه‌ش نه‌وه ده‌سه‌لمی‌نیت که پۆتانای  $y$  یه‌که‌م  $(|5-3x|)$  گه‌وره‌تره له‌پۆی صادی دووهم.

بۆچی ئاراسته‌ی لاسه‌نگه‌ی شیکاری راهی‌نانی پێشودا گۆرا.

بیرکردنه‌وه‌ی ره‌خنه‌گرانه

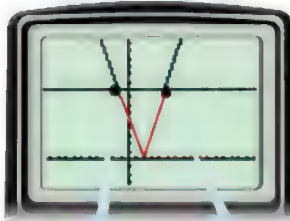
لاسه‌نگه‌ی  $|3x-7| > 1$  شیکاریکه و کۆمه‌له‌ی شیکاره‌که له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان بنویته.

هه‌ولبده

لاسه‌نگه‌ی  $|5-3x| < 9$  شیکاریکه و کۆمه‌له‌ی شیکاره‌که له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان بنویته.

4

نموونه



(-1.33, 9)

(4.67, 9)

$$\begin{array}{lcl} (|x| < a \text{ جوړی له جۆری } |5-3x| < 9) & & \\ 5-3x > -9 & \text{و} & 5-3x < 9 \\ -3x > -14 & \text{و} & -3x < 4 \\ x < \frac{14}{3} & \text{و} & x > -\frac{4}{3} \end{array}$$

کۆمه‌له‌ی شیکار له‌سه‌ر ته‌وه‌ری ژماره‌کان به‌م شیوه‌یه ده‌بیئت.



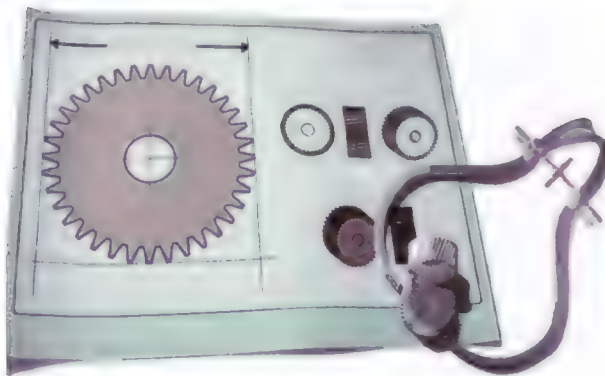


## پاسادان بکه

نمونه‌ی پیشوو دیاریده‌کات  $\frac{14}{3} < x < \frac{4}{3}$  - ئەوا ئەو خالە‌ی پۆیه‌که‌ی له‌سه‌ر هی‌لی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی  $y = |5 - 3x|$  بی‌ نزمتره‌ له‌پۆ‌ی ئەو خالە‌ی پۆیه‌که‌ له‌سه‌ر هی‌لی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی  $y = 9$  بی‌ ئەمه‌ش ئەوه‌ ده‌سه‌لمینی‌ که‌ تانی یه‌که‌م  $(|5 - 3x|)$  بچوو‌کتره‌ له‌تانی دووهم 9.

## ✓ خالی چاودی‌ری

به‌راورد له‌نیوان دوو لاسه‌نگه‌ی دوو نمونه‌که‌ی پیشوو بکه‌؟ پروونی‌که‌ره‌وه.



لاسه‌نگه‌یه‌ک بنوسه نه‌خشه‌ی به‌های پرووت بگریته‌خۆ بۆ دیارکردنی په‌راویزی هه‌له‌ی په‌سه‌ندکراو له‌پیوانی تیره‌ی ددانای دیارکراو له‌سه‌ره‌تای وانکه‌، ئەگه‌ر زانیت تیره‌ی په‌پکه‌که ده‌بی‌ت بکاته 3.5 له‌گه‌ل په‌راویزی هه‌له‌ که‌ ده‌کاته  $\pm 0.01$  یه

5

نمونه

جیه‌جیکردنه‌کان

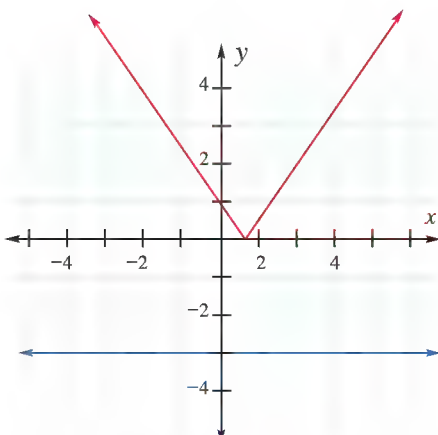
پیشه‌سازی

شیکار

با هی‌مای  $d$  بۆ تیره‌ی په‌پکه‌ی ددانای بی‌ت، پیویسته ئەو گۆپراوه مه‌رجی  $3.5 - 0.01 \leq d \leq 3.5 + 0.01$  پاسادان بکات، واته  $-0.01 \leq d - 3.5 \leq 0.01$  لاسه‌نگه‌ی  $|d - 3.5| \leq 0.01$  په‌راویزی هه‌له‌ی په‌سه‌ند دیاریده‌کات.

## هه‌ولبده

لاسه‌نگه‌ی  $12.00 - 0.01 \leq a \leq 12.00 + 0.01$  له‌شیوه‌ی لاسه‌نگه‌یه‌کی نه‌خشه‌ پرووت له‌خۆبگری



بنوسه. ئەو لاسه‌نگانه‌ی نه‌خشه‌ی پرووت له‌خۆده‌گرن هه‌یانه‌ شیکاری نییه، له‌کاتی‌کدا لاسه‌نگه‌ی تریان هه‌یه کۆمه‌له‌ شیکاریان کۆمه‌له‌ی هه‌موو ژماره‌ راستیه‌کان ده‌بی‌ت، لاسه‌نگه‌ی  $|2x - 1| < -3$  شیکاری نییه، چونکه ژماره‌  $|2x - 1|$  نا‌کریت بچوو‌کتر بی‌ت له‌ ژماره‌یه‌کی سالب. له‌باریکی تردا وینه‌ی به‌رامبه‌ر دیاری ده‌دات که هه‌ر ژماره‌یه‌کی راستی شیکاره‌ بۆ لاسه‌نگه‌ی  $|2x - 1| > -3$  و له‌مه‌وه کۆمه‌له‌ی شیکاری ئەم لاسه‌نگه‌یه کۆمه‌له‌ی هه‌موو ژماره‌ راستیه‌کانه.

لاسه‌نگه‌یه‌کی به‌های پرووت هی‌مای  $\geq$  له‌خۆبگری‌ت بنوسه و بی‌ شیکاری‌بی‌ت، لاسه‌نگه‌یه‌کی تریه‌های پرووت هی‌مای  $\leq$  له‌خۆبگری‌ت بنوسه، و کۆمه‌له‌ شیکاری کۆمه‌له‌ی ژماره‌ راستیه‌کان بی‌ت.

ئەگه‌ر لاسه‌نگه‌ی  $|x| \leq a$  بی‌ شیکاری‌بی‌ت، ئەوا چی ده‌لپیت ده‌رباره‌ی به‌ها توانراوه‌کانی ژماره‌  $a$  و ده‌رباره‌ی کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی  $|x| > a$  ؟

## ✓ خالی چاودی‌ری

بیرکردنه‌وه‌ی په‌خنه‌گرانه

## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 نایا هاوکێشە  $|3x - 5| + 4 = 3$  شیکاری ھەیە؟ پوونیکەرەو.
- 2 بۆچی ھەموو جارێک پاسادانی راستی شیکاردەکەیت کە هاوکێشەیک بەھای پووتی تیا بێ.
- 3 بۆچی دەشی هاوکێشەیک بەھای پووتی تیا بێ، دوو شیکاری ھەبێت؟ پوونیکەرەو.
- 4 نواندنی پوونکردنەوھیی بەکاربھێنە بۆ چۆنیەتی باسکردنی کۆمەڵە شیکاری لاسەنگەیک کە بەھای پووتی تیا بێ یەكسان بێت بەکۆمەڵە ھەموو ژمارە راستییەکان.

## راھینانی ئاراستە کراو

نەم هاوکێشانە شیکاریکە و پاسادانی شیکارەکەش بکە.

$10 =  7 - 3x $ <b>7</b>	$ 2x - 5  = 3$ <b>6</b>	$ x - 10  = 4$ <b>5</b>
$\frac{1}{2}x + 1 =  x + 3 $ <b>10</b>	$\frac{1}{2}x + 1 =  x - 2  - 1$ <b>9</b>	$x + 4 =  x - 2 $ <b>8</b>

نەم لاسەنگانە شیکاریکە و کۆمەڵە شیکارەکەش لەسەر تەوەرە ژیماوەکان بنوێنە.

$ x + 5  < \frac{1}{2}$ <b>13</b>	$ 2x + 1  \geq 5$ <b>12</b>	$2 <  x - 4 $ <b>11</b>
$3 x + 1  + 3 > 2$ <b>16</b>	$3 x + 1  \leq 2$ <b>15</b>	$\frac{1}{2} 2x + 1  \geq 2$ <b>14</b>

17 ئارام تیریکێ گرتە نیشانەیک کە 9 مەتر لێوھێ دوور بوو تیرەکە لە دووری کەمتر لە 60cm لە نیشانەکەو کەوتەو.

- ا لاسەنگەیک بنووسە کە بەھای پووتی تیا بێ و ئەو دووریە دەربەرێ کە تیرەکە پریویەتی.
- ب ئەو لاسەنگەیکە شیکاریکە و کۆمەڵە شیکارەکەش لەسەر راستەھێڵی ژمارەکان بنوێنە.

## راھینان و جێبەجێکردن

18 ھێڵێک بکێشە کە ھەریەکە لە هاوکێشەکان یان لاسەنگەکانی لای راست بۆ شیکارەکە لە لای چەپ بکەینی.

$-6 < x < 2$	$ x + 2  = 4$
$x = -6$ یان $x = 2$	$ x + 2  < 4$
$x < -6$ یان $x > 2$	$ x + 2  < -4$
شیکاری نییە.	$ x + 2  > -4$
کۆمەڵە شیکار کۆمەڵە ژیماوە راستییەکانە.	$ x + 2  > 4$
شیکارەکە باس نەکراو.	$ x + 2  = -4$

ھەریەک لەم هاوکێشانە شیکاریکە.

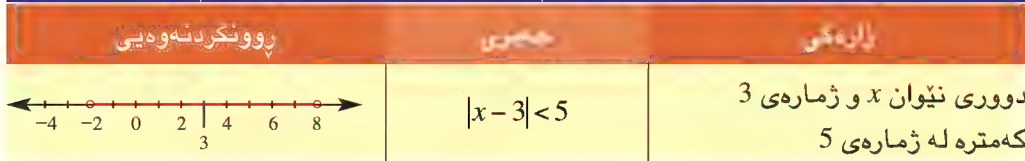
$ 2 + x  = 10$ <b>21</b>	$ x - 5  = 12$ <b>20</b>	$ x + 4  = 8$ <b>19</b>
$ x + 5  = 1$ <b>24</b>	$ x - 2  = 9$ <b>23</b>	$ 8 - x  = 1$ <b>22</b>
$ 10 - 4x  = 28$ <b>27</b>	$ 3x + 12  = 18$ <b>26</b>	$ 2x - 15  = 11$ <b>25</b>
$ 10 - 3x  + 5 = \frac{1}{2}$ <b>30</b>	$ 5x - 6  = 2$ <b>29</b>	$ 5 + 4x  = 17$ <b>28</b>
$ 2x - 8  + 2 = 1$ <b>33</b>	$ 4 - 3x  - 9 = 3$ <b>32</b>	$ 10x + 2  - 18 = 120$ <b>31</b>

شیکاری هەریەک لەم لاسەنگانە بکە.

$ 3x  > 15$ <b>36</b>	$ x+5  \leq 7$ <b>35</b>	$ x-4  > 1$ <b>34</b>
$ 3-x  \geq -5$ <b>39</b>	$ 4x  \leq -8$ <b>38</b>	$ -2x  \leq 12$ <b>37</b>
$ 4x+6  \leq 14$ <b>42</b>	$ 2x-3  < 11$ <b>41</b>	$ 2+5x  \leq 3$ <b>40</b>
$ 2x-1  \geq -5$ <b>45</b>	$ 4x-5  \geq 15$ <b>44</b>	$ \frac{2x+3}{-5}  < 3$ <b>43</b>
$ 9x+4  \leq -11$ <b>48</b>	$ 7-6x  < -4$ <b>47</b>	$ 5x+3  > -2$ <b>46</b>
$ \frac{3}{2}-\frac{5}{2}x  < -7$ <b>51</b>	$-2 4x+2  \geq -4$ <b>50</b>	$-2 4x+1  \leq -4$ <b>49</b>

### پوخته

دەتوانیت لاسەنگەیهك به‌های پووتی تیابی به‌سی شیوه‌ی ده‌برپیت



ئەو دوو شیوه‌ی ده‌برپینە لە پرسیارەکانی 52 تا 54 دا نیه بیانووسە.

**52** دووری نیوان  $x$  و ژمارە 7 کەمترە لە 4 **53**  $|x-4| < 1$

**54**

**55** لاسەنگە  $|x+5| \leq 2x+5$  شیکاربکە و کۆمەڵەی شیکارەکی لەتەوهری ژمارەکان بنوینە.

لاسه‌نگه‌یهك بنووسه كه به‌های پووتی تیدابیت و ده‌برپین بۆ هەریەکە لە پرسیار 56، 57 پاشان شیکارەکی بنووسە.

**56** کیشی رزگار 60kg بەلام پزیشکەکی پی راگەیانده‌وه که کیشی له‌کیشی نمونه‌یه‌وه دووره‌ی 5%، ئەو به‌ها په‌سەنده‌وه چەنده بۆ کیشی رزگار؟

**57** به‌کێك له‌ په‌یمانگه‌کانی ئامار بلأویکرده‌وه که 68% ئەو که‌سانە سەیری فیلمی سینه‌مایی ده‌کەن له‌کاتی سەیرکردنه‌کانیاندا کێك ده‌خۆن. پێژەری سەدی به‌رزترین و نزمترین ئەو که‌سانە دیاریبکە که کێك ده‌خۆن له‌کاتی سەیرکردنیاندا بۆ فلیمه‌کان ئەگەر بزانیته‌وه پێژەری هەله‌ی بلأوکراوه‌کی په‌یمانگا که 3% بێت.

### روانیك بۆ دواوه

شیکاری ئەم هاوکیشانه بکە.

$\frac{10x}{-60} = \frac{2x-10}{8}$  **60**  $\frac{x-3}{4} = \frac{2x}{16}$  **59**  $\frac{2}{x} = \frac{4}{5}$  **58**

**61** شیکاری هاوکیشی  $P = 2v + 2w$  بکە به‌هەژمی گۆپاوی  $v$  به‌پێی گۆپاوه‌کانی تر.

هەریەک لەم لاسەنگانە شیکاربکە و کۆمەڵە شیکارەکانیشیان له‌سەر ته‌وهری ژمارەکان بنوینە.

$x-9 \geq \frac{1}{6}(21+x)$  **63**  $4x-5 < \frac{1}{3}(8x+3)$  **62**

هەریەکە لەم لاسەنگە ناویته‌وه شیکاربکە و کۆمەڵە شیکارەکانیشیان له‌سەر ته‌وهری ژمارەکان بنوینە

$(x \leq -2) \vee (x > -4)$  **65**  $(x > 2) \wedge (x \leq -1)$  **64**

### روانیك بۆ پیشه‌وه

**66** هێلی پوونکردنه‌وه‌یی نه‌خشە  $f(x) = (x-3)(x+2)$  بکیشە به‌ دیاریکردنی یه‌کتەرپینه‌کی له‌گه‌ڵ ته‌وهری ئاسوویی. به‌راورد بکە له‌ نیوان هاوکۆلکە پاده‌داره‌که که له‌پیناسە نه‌خشەکه ده‌کات و یه‌کتەرپینی له‌گه‌ڵ ته‌وهری  $x$

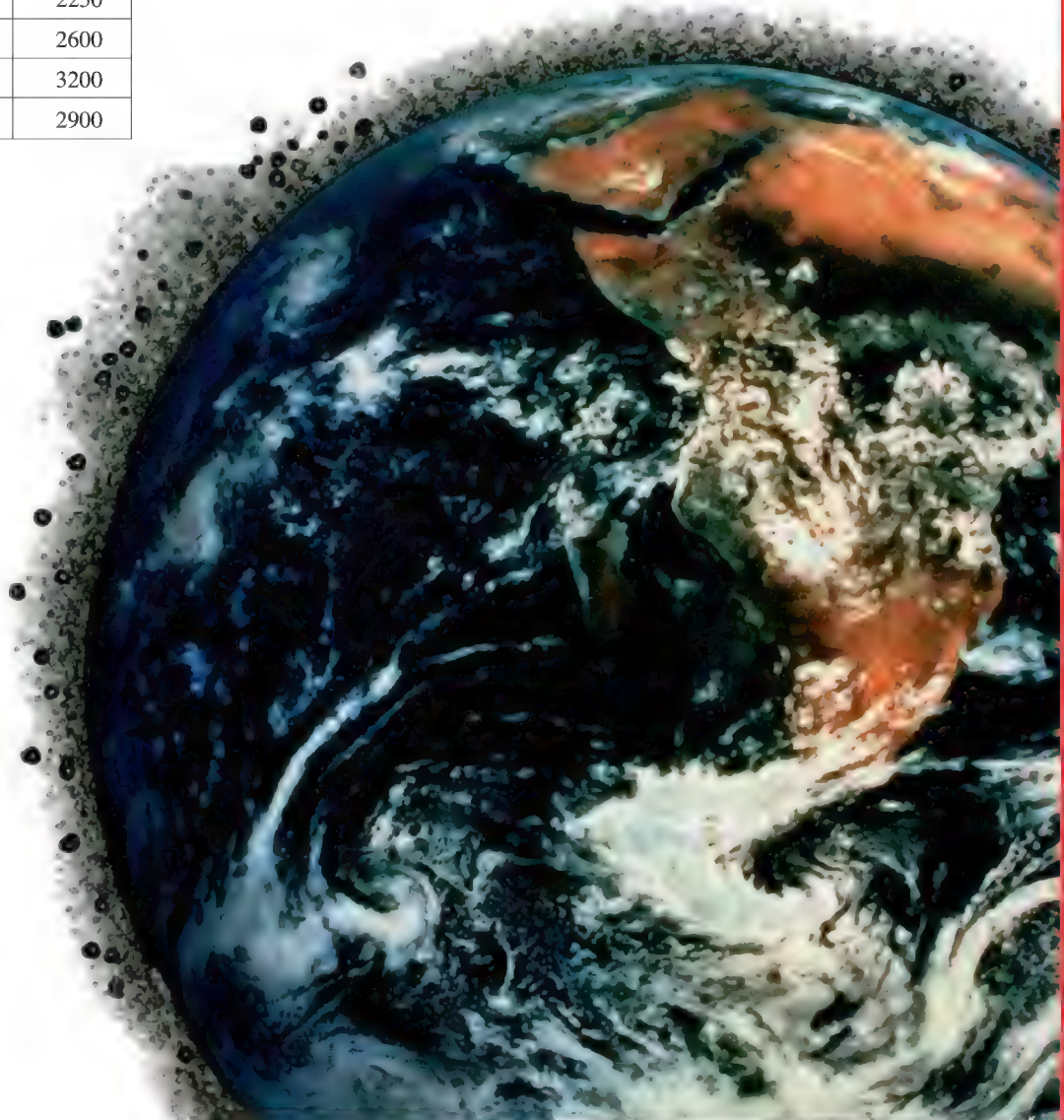


# پاشماو وە گانی بو شای ئاسمان

مرۆف لە ساڵی 1957 هەوێ هەستاو بە هەزارەها چالاکی لە بو شاییدا، لە میانەی ناردنی مانگە دەستکردەکان و هەڵسان بە گەشتی بو شای. ئەم ئەركانە بە ملیۆنەها پاشماوێان بەجێ هێشتوو و لە بو شایەیی نزیكە لە زەویەو. بوونی ئەم پاشماو قەبارە جیاوازانە وای پێویست کردوو کە لە چالاکیە تازەکاندا لەبەر چاویگیریت. ئەگەر پاشماو قەبارە بچووکەکان ترسناک نەبن لەسەر چالاکیە تازەکان، بێ گومان پاشماو قەبارە گەورەکان ترسناک. بۆیە پێویستە ئەو پاشماوانە تۆماربکری و پێدراوەکان بە بەردەوامی نوێبکریتهو.

خشتەیی پاشماو وە گانی بو شای		
پارچەیی ئێبو وەو	مانگەکان	سال
1965	175	900
1970	350	1850
1975	525	2250
1980	700	2600
1985	875	3200
1990	1050	2900

ئەم خشتەییە بەرامبەر ژمارەکانی مەزەندەکراو دەنوینیت  
بۆ پاشماو وە گانی مانگە دەستکردەکان و پارچەبوو وە گانی  
لە نیوان ساڵانی 1965 و 1990 کە بەسەر ماو وە گانی  
بۆ 5 سال بەشکراو.







## چالاكى 1

1 پېدراوهكانى خىشتەكەي پېشوو  
بەكاربەينە بۇ ھەژمىرى تېكراي گۆراني  
ژمارەي مانگە دەستكردەكان لەنيوان  
سالى 1965 و 1990 ئەم تېكرايە لە  
ماوەكانى 5 سالدا ھەژماربەكە و  
بەراوردى ئەم تېكرايانە لەگەل تېكراي  
گۆران لەسەر ماوەي گشتى نيوان 1965 و  
1990 بەكە.

2 نمونەيەكى بېركاربانە پېك بېنە لەسەر  
شېوہى نەخشەيەكى ھېلى بۆگشت  
پېدراوهكانى مانگە دەستكردەكان. ھېماي  
 $x$  بۆ سال دابنى و سالى 1965 با سالى  
سفر بېت.

پاسادانى نمونەكەت بەكە بە بەكارھېنانى پېدراوهكانى خىشتەكە.

## چالاكى 2

1 پېدراوهكانى پارچە لېبۆوھەكان لە خىشتەكەدا بنوینە بەمەرجى تەوہرەي سېنەكان  
نواندى سالەكان بېت (سفر بۆ سالى 1965 دابنى) و تەوہرەي صادەكان نواندى  
پارچە لېبۆوھەكان بېت.

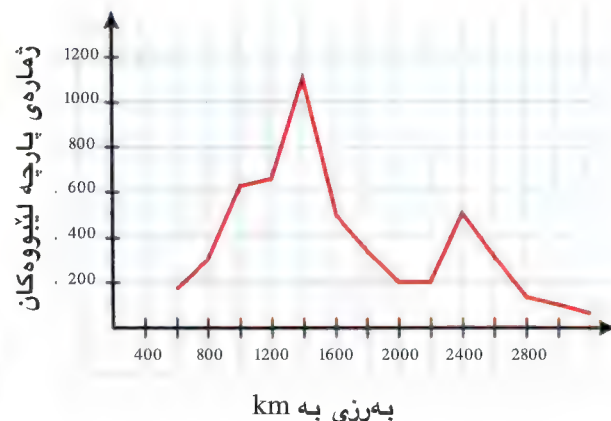
2 وینەيەكى پروونكردنەوہيى بكيښەكە بەگونجاوى دەزانى بۆ نواندى ژمارەي پارچە  
لېبۆوھەكان بەدرىزايى سالەكان. ئەو باوہ باس بەكە لە وینەكەوہ ھەلیدەھېنجى.  
ئايە باوہرەت وایە نمونەي دەستكەوتووەكەت رېگات پیدەدات بۆ دانانى مەزەندەي دوارۆژ  
كەپشتى پېبەستريت؟ ئەمە پروونبەكەوہ.

## چالاكى 3

1 وینەي پروونكردنەوہيى بەرامبەرت بەكاربەينەكە  
دابەشكردنى پاشماوھەكانى بۆشايى بەپيى بەرزى نیشان  
دەدات پروونبەكەرەوہ چۆن ژمارەيان دەگۆرپت بەگۆراني  
بەرزى.

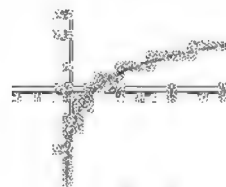
2 تېبىنى بەكە ھېلى پروونكردنەوہيى نەخشەكەكە ژمارەي  
پاشماوھەكان بەپيى بەرزى ديارى دەكات، بریتين لە چەند  
پارچە راستەھيلىك ئەمەش ئەو دەگەينى كە رېساي ئەم  
نەخشەيە دەگۆرپت بەگۆرپنى ماوھەكانى بەرزى، كە ھيلىن  
لەھەموو ماوھەكاندا، ئەم ماوانە دياربەكە و ھاوكېشەي ئەم  
پارچە راستەھيلىكە بەسەر ماوھەكان دياربەكە.

3 ھاوكېشەكان بەكاربەينەكە پيى گەيشتووى بۆ مەزەندەكردنى  
ژمارەي پاشماوھەكان لەبەرزى 725km پاشان لەبەرزى  
2100km. گەفتوگۆبەكە لە سوودى ئەو نمونەي دەستكەوتووە.



# پیداچوونهوهی بهش

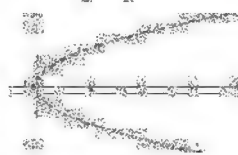
نایا نهم وینه پوونکردنهوه نهخشه دهنوینی؟



1



2



3

x	y
2	3
1	-2
0	0
2	-5
3	6

نایا خشتهی بهرامبر نهخشه دهنوینی؟

بوازی نهخشه و مه وداکمی دیاربکه.

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1 \quad 5$$

$$f(x) = 11x - 2 \quad 6$$

$$f(x) = 2 - 3x \quad 8 \quad f(x) = 3x^2 - 2 \quad 7$$

**دهرون ناسی** زانایانی دهورونناسی پلهی زیرهکی کهسیک دیاردهکن له پیکه هه ژمیری پیزهی ته مهنی هزری بو ته مهنی به سال، و لیکدانی نهو ریزهیه له ژماره 100 له پاشان نزیکردنهوهی نهجام بونزیکترین ژماره تهواو.

9 پلهی زیرهکی کهسیک ته مهنی به سال 15 سال بیت و ته مهنه هزریه کهی به دواپیه کدا 10، 14، 15، 18، 25.

10 په یوهندی نیوان ته مهنی هزری و پلهی زیرهکی بو نهو کهسه دهربره به هوئی خشته و وینهی

پوونکردنهوهی و ریسا.

11 نایا په یوهندی نیوان ته مهنی هزری و پلهی زیرهکی نهخشهیه؟

12 کام نهخشه هیلی نییه؟

$$f(x) = 11x - 2 \quad \text{ب} \quad f(x) = -2x + 1 \quad \text{ا}$$

$$f(x) = 2 - 3x \quad \text{د} \quad f(x) = 3x^2 - 2 \quad \text{ج}$$

هاوکیشهی راسته هیل بنووسه له پرسپارهکانی 13 تا 18.

13 لاری 3- و به خالی (5, 8) دهرپوات.

14 لاری سفر و به خالی (-5, 4) دهرپوات.

15 به دوو خالی (3, 4) و (5, 4) دهرپوات.

16 به دوو خالی (6.8, 2) و (3.6, 6) دهرپوات.

17 به خالی (4, -1) دهرپوات و ستوون بیت له سه ر راسته هیلی  $y = -3x - 5$ .

18 به خالی (-3, -2) دهرپوات و ته ریب بیت به

$$y = 3.6x - 5$$

هاوکیشهی هه ریه که له راسته هیله به شیوهی گشتی بنووسه.

$$y + 9 = 4x - 8 \quad 19$$

$$3x + y + 6 = 9 \quad 20$$

به پوونکردنهوهی نهم سسته مه هیلیه شیکاربکه.

$$\begin{cases} x + 6y = 3 \\ 3x + y = -8 \end{cases} \quad 21$$

$$\begin{cases} 8x + 6y = 2 \\ x + 2y = -3 \end{cases} \quad 22$$

23 وینهی پوونکردنهوهی نهم نهخشهیه دروستبکه.

$$f(x) = \frac{1}{2}|x| + 1$$

24 نهو جیگورپکیانه چین که نهخشهیه  $f(x) = -|x + 2| - 3$  په یوارهکن له نهخشهیه دایک (بنه رته)؟

هاوکیشهیه شیکاربکه.

$$12|2x| = 108 \quad 26 \quad \left|\frac{1}{2}x\right| = 20 \quad 25$$

$$\frac{3}{2}|x + 4| - 5 = 22 \quad 27$$

لاسهنگه که شیکاربکه.

$$-5|6x - 7| \leq 35 \quad 29 \quad \left|\frac{1}{2}x\right| > 20 \quad 28$$

$$|6x - 7| \leq -35 \quad 30$$

**نه اندازه** له سیگوشهکانی 30 - 60 - 90 په یوهندی نیوان

دریژی ژئی (d) و دریژی لا (s) بهرامبر گوشه ی 30°

په یوهندی راسته وانهیه واته پیزه ی یه کهم بو دووهم ناگوریت.

31 نهو پیزهیه دیاربکه نهگه زانیت دریژی ژئی دهکاته 45 کاتیک دریژی لا 22.5 بیت.

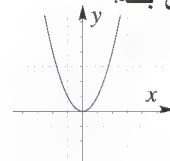
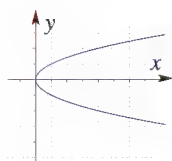
32 به پیی s بنووسه.

33 به های s هه ژمیری که کاتیک  $d = 13\text{cm}$ .

# تاقیکردنه‌وهی به‌ش

نه‌گهر وینه‌ه پروونکردنه‌وهییه‌کان نه‌خشه ده‌نوینن

باسیان بکه.



به‌های ههریه‌که له‌م نه‌خشانه هه‌ژماریه‌که کاتیئک  $x$  به‌های

2- سفر، 2 یه‌ک له‌دواییه‌که وهریگریت

$$f(x) = 5x^2 - 4x + 7 \quad 3$$

$$f(x) = x^2 + x - 4 \quad 4$$

5 به‌کارچوون کارگیژی زانکویه‌که باجی تو‌مارکردنی

به‌م شیویه دانا: 480 هه‌زار دینار باجی به‌ئەندام

بوون، 900 هه‌زار دینار بو‌هه‌ر وانه‌یه‌که که

خویندکار هه‌لیده‌بژیژی، نه‌خشه‌یه‌که بنووسه‌که

تیچوونی تو‌مارکردنی خویندکاریک بنوینی له‌  $x$

وانه‌دا و تیچوونی تو‌مارکردن له‌ 3 وانه‌دا چهنده؟

6 بازگانی کارگیژی ده‌زگایه‌کی چاککردنی ئوتومبیل

50 هه‌زار دینار وهرده‌گری بو‌ وهرگرتنی ئوتومبیلیک

و ده‌ست نیشانکردنی هو‌ی له‌کارکه‌وتنه‌که‌ی و 45

هه‌زار دینار بو‌هه‌ر ده‌مژمیژی که کریکاره‌کانی

کاری چاککردنی تیا‌ده‌که‌ن، نه‌خشه‌یه‌که بنووسه‌که

تیچوونی چاکردنه‌وه‌ی ئوتومبیلیک به‌پیی ژماره‌ی

کاتژمیژکانی چاکردنه‌وه‌ی دیارده‌کات.

وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌ی ههریه‌که له‌م نه‌خشانه بکیشه.

$$y = 2x + 5 \quad 8 \quad y = 2x \quad 7$$

$$x = 2 \quad 10 \quad y = 1 \quad 9$$

هاوکیشه‌ی ههریه‌که له‌م راسته‌هیلا‌نه له‌سه‌ر شیویه‌ی لاری

یه‌کتریرین و برگیه‌ی صادی بنووسه.

11 لاریه‌که‌ی 2 و به‌خالی  $(-1, 5)$  دابروات.

12 لاریه‌که‌ی سفر و به‌خالی  $(-5, 7)$  دابروات.

13 به‌دوو خالی  $(3, 5)$ ،  $(4, -7)$  دابروات.

14 به‌راسته‌هیلی  $y = 4x + 3$  ته‌ریب بی‌ت به‌خالی

(1, 2) دابروات.

15 به‌خالی  $(-5, 9)$  دابروات، ئه‌ستوون بی‌ت له‌سه‌ر

راسته‌هیلی  $2x + 3y = 4$

16 نه‌خشه‌کان سارا ته‌ماشای نه‌خشه‌ی عیراقی کرد که

به‌پیوه‌ری  $\frac{1}{5000000}$  کیشرابوو واته ههریه‌که

سه‌نتیمه‌تر له‌سه‌ر نه‌خشه‌که له‌سه‌ر زه‌وی

5000 000 cm ده‌نوینی، سارا له‌سه‌ر نه‌خشه‌که

دووری نیوان هه‌ولیر و که‌رکوی پیوا که 8.4cm بوو

دووری نیوان ئه‌م دوو شاره له‌سه‌ر زه‌وی چهنده؟

به‌ پروونکردنه‌وه‌ی ههریه‌که له‌م سسته‌مانه بنوینه و جو‌ره‌که‌ی

(ئه‌سته‌مه یان سنورداره یان بی سنوره) دیاری بکه.

$$\begin{cases} 4x + 2y = 24 \\ 2x - 12 = -y \end{cases} \quad 18 \quad \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = -8 \end{cases} \quad 17$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 0 \\ y + \frac{4}{3}x = -7 \end{cases} \quad 20 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}x - y = 4 \\ 2x - 6y = 12 \end{cases} \quad 19$$

21 نه‌ندازه کوی دوو گو‌شه‌ی ته‌واو‌که‌ر 90 پله‌یه

پیوانه‌ی ههریه‌که له‌و دوو گو‌شه‌یه چهنده‌ن ئه‌گه‌ر

پیوانه یه‌کیکیان 30 پله‌ی زیاتریت له‌وی تریان؟

شیکاری پروونکردنه‌وه‌ی بو‌ ههریه‌که له‌م سسته‌مانه

جیبه‌جی بکه.

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases} \quad 23 \quad \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad 22$$

ههریه‌که له‌م هاوکیشانه شیکاریه‌که.

$$|5x - 7| = 7 \quad 25 \quad |3x + 1| = 4 \quad 24$$

$$|x - 5| = 2 \quad 27 \quad \left| \frac{1}{2}x - 4 \right| = 3 \quad 26$$

ههریه‌که له‌م لاسه‌نگانه شیکاریه‌که.

$$|2x + 13| \leq -3 \quad 29 \quad |5x + 3| \geq -2 \quad 28$$

$$\left| \frac{3}{2}x + 8 \right| < 3 \quad 31 \quad \left| \frac{3}{5}x + 6 \right| \geq 9 \quad 30$$

جی‌گو‌رکی ئه‌ندازه‌ی که وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی

به‌ره‌تی  $y = |x|$  ده‌گو‌ریت بو‌ وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌ی

نه‌خشه‌که دیاریه‌که.

$$y = |x + 5| \quad 33 \quad y = |x - 3| \quad 32$$

$$y = |x| - 3 \quad 35 \quad y = |x| + 2 \quad 34$$

به‌ پروونکردنه‌وه‌ی ئه‌مانه شیکار بکه.

$$|x - 5| + 3 = 0 \quad 36$$

$$|x + 4| = 5 \quad 37$$

$$|x + 13| \leq -3 \quad 38$$



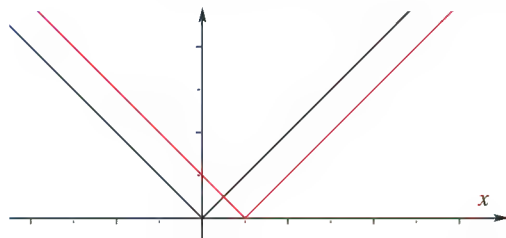
# تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

8 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه راسته‌هیلێکه که ته‌وه‌ری  $y$  نابریت

$x = -4$ <input type="checkbox"/> ب	$y = 4$ <input type="checkbox"/> ا
$y = 3x$ <input type="checkbox"/> د	$x + y = 2$ <input type="checkbox"/> ج

9 هاوکیشه‌ی  $|2 + 3x| = 14$  شیکاریکه.

10 هاوکیشه‌ی ئه‌و نه‌خشیه کامه‌یه له‌وینه پوونکراوه‌یی به‌سووره‌که نوینراوه.



11 لاسه‌نگه‌ی  $|2 + 3x| \geq 14$  شیکاریکه.

12 کام له‌م راسته‌هیلانیه‌ی خواره‌وه ته‌ریبه به راسته‌هیلێ  $y = -2x - 3$

$y = 2x - 2$ <input type="checkbox"/> ب	$y = -2x + 2$ <input type="checkbox"/> ا
$y = -0.5x - 2$ <input type="checkbox"/> د	$y = 2x + 2$ <input type="checkbox"/> ج

13 ئه‌و هاوکیشه‌ی بنووسه که به‌دووخالێ  $(-3, 6)$   $(-5, 8)$  دا ده‌پوات.

14 خالێ یه‌کتربرینی راسته‌هیلێ  $3x - 5y = 2$  له‌گه‌ڵ ته‌وه‌ری  $y$  کامه‌یه؟ بیدۆزهره‌وه.

15 لاری راسته‌هیلێ  $3x - 5y = 2$  دیاریکه‌و وینه‌که‌ی بکیشه.

16 مه‌ودای نه‌خشیه‌ی  $f(x) = -\left(\frac{x}{3}\right)^2$  کامه‌یه؟

17 ئایا سسته‌می هیلێ  $\begin{cases} 3y = 4x - 1 \\ x = \frac{4}{3}y \end{cases}$

18 سنوورداره یان سته‌مه یان بئ سنووره.

هاوکیشه‌ی ئه‌و نه‌خشیه‌ی په‌یداده‌بیت له نه‌خشیه‌ی  $y = |x|$  به پراکیشانیکی ستوونی بۆ سه‌ره‌وه به‌مه‌ودای 2 بنووسه.

1 هاوکیشه‌ی ئه‌و راسته‌هیلێ کامه‌یه که به‌دوو خالێ  $(-1, -4)$   $(3, 8)$  دا ده‌پوات؟

$y = -\frac{1}{3}x + 9$ <input type="checkbox"/> ب	$y = \frac{1}{2}x + 7$ <input type="checkbox"/> ا
$y = -3x - 7$ <input type="checkbox"/> د	$y = 3x - 1$ <input type="checkbox"/> ج

2 هاوکیشه‌ی ئه‌و راسته‌هیلێ ته‌ستوونه له‌سه‌ر راسته‌هیلێ  $y = 5x - 3$  و به‌خالێ  $(10, 3)$  دا ده‌پوات کامه‌یه.

$y = -\frac{1}{5}x - 3$ <input type="checkbox"/> ب	$y = -\frac{1}{5}x + 5$ <input type="checkbox"/> ا
$y = -5x - 5$ <input type="checkbox"/> د	$y = -5x - 3$ <input type="checkbox"/> ج

3 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه وه‌سفی جیگۆرکی له‌وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یی نه‌خشیه به‌های پووت ده‌کات بۆ وینه‌ی پوونکردنه‌وه‌یی نه‌خشیه‌که  $f(x) = -|x - 2|$

ا پراکیشانی ئاسۆیی به‌مه‌ودای 2 بۆ لای راست و به‌وینه دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری ساده‌کاندا.

ب پراکیشانی ئاسۆیی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای راست پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری  $x$ .

ج پراکیشانی ئاسۆیی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای چه‌پ پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری  $y$ .

د پراکیشانی ئاسۆیی به‌ماوه‌ی 2 بۆ لای چه‌پ پاشان وینه‌دانه‌وه به‌ده‌وری ته‌وه‌ری  $x$ .

4 نموونه‌یه‌ک به‌هینه‌وه بۆ په‌یوه‌ندییه‌ک نه‌خشه‌ پێک نه‌هێنیت، وه‌بایی بکه له‌به‌رچی؟

5 کام له‌م نه‌خشانه نه‌خشیه هیلێ نین؟

$y = \frac{3-4x}{7}$ <input type="checkbox"/> ب	$y = -\frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$ <input type="checkbox"/> ا
$y = 3 - x$ <input type="checkbox"/> د	$y = \frac{7}{3-4x}$ <input type="checkbox"/> ج

6 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه لاری و یه‌کتربرینی له‌گه‌ڵ ته‌وه‌ری  $y$  دیاریده‌که‌ن بۆ راسته‌هیلێ  $2x + 3y = 2$

$\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}$ <input type="checkbox"/> ب	$-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}$ <input type="checkbox"/> ا
$2; -2$ <input type="checkbox"/> د	$-2; 2$ <input type="checkbox"/> ج

7 لاری ئه‌و راسته‌هیلێ به‌دووخالێ  $(2, -1)$

$(-5, 0)$  دا ده‌پوات کامه‌یه؟

$-3$ <input type="checkbox"/> ب	$-7$ <input type="checkbox"/> ا
$-\frac{1}{7}$ <input type="checkbox"/> د	$\frac{1}{7}$ <input type="checkbox"/> ج



بهشی سییهم

برهکان و نهخشه

دووچاکان

Quadratic Functions and Terms

1. نهخشه دووچاکان.

2. شیتهلکردنی بره جهبرییه دووچاکان.

3. شیکارکردنی نهخشهی دووچا بهریگی تهواوکردنی دووچا.

4. شیکارکردنی نهخشهی دووچا به یاسا (دهستور).

5. لاسهنگه دووچاکان.

پروژهی بهشهکه.

پیداچوونهوه.

تاقیکردنهوهی بهش.

تاقیکردنهوهی کهلهکهبوو.

# برهكان و نهخشه دوجاكان

## Quadratic Functions and Terms

كتيبي (الجبر والمقابلة) ي زاناي ئسلامي محمد بن موسي الخوارزمي له كتيبه بهراييهكان بوو كه باسي جهبري دهكرد. جيهان لهو كتيبه ووشه ي جهبري بو بهجيما كه دواتر له زوربه ي زمانهكاني جيهان بهكاردهات لهگه ل چهند گورانك له دهربرين. خوارزمي ووشه ي «الجبر» ي بهكارهينا له مامه له كردن لهگه ل هاوكيشهكان به مبهستي شيكاركردنيان. جهبري هاوكيشه به پي خوارزمي واتا زيادكردني ژماره يه ك بو هر دوو لاي هاوكيشه كه بو نازادكردني له نه زانراو و ديارى كردني به هاكه ي. خوارزمي پشتي به زانستي جهبر بهست بو نه جامداني ليكولينه وه ي زانستي له بوارهكاني جوگرافياو گهردوون زاني.

بهشي

3

وانهكان

1. نهخشه دوجاكان.
2. شيته لكردي بره جهبريه دوجاكان.
3. شيكاركردني نهخشه ي دوجا بهرپكاي ته واوكردي دوجا.
4. شيكاركردني نهخشه ي دوجا به ياسا (دهستور).
5. لاسهنگه دوجاكان. پرژه ي بهش.

ئهسته رلاب سه رته تاييترين ئاميربوو كه زاناکان بو ليكولينه وه ي شويني ئهستيرهكان بهكاريان هينا.



چەند لاپەرەيەك لە كتيبي  
خوارزمي دەرياره‌ي جەبر.

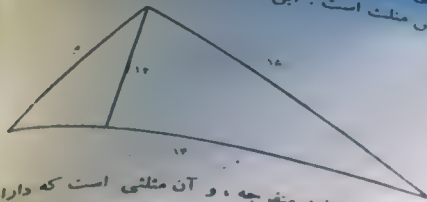
اما ملوره ( = دایره ) : اقسام دایره پیش تر این توصیف شد.  
برای تعیین مساحت آنها دو ابتدای این باب سخن گشیم . مثلا دایره ای  
است که قطرش هفت ذراع و پیرامونش بیست و دو ذراع گشیم . مثلا دایره ای  
تعیین مساحت این دایره باید نصف قطر را . که عبارت است از هفت  
و نیم ، در نصف پیرامون ، که عبارت است از بیست و دو ، ضرب کنیم  
مساحت آن سی و هشت و نیم است . راه دیگر آن است که قطر را  
که مقدارش هفت است . دو مانند خودش در یک دیگر آن است که قطر را  
می شود از چهل و نه ، بلکه هشت و نصف یک هفت آن را ، که عبارت  
دو نیم ، از چهل و نه کمی کنی . می شود هشت و نصف یکی می ماند که برابر  
است با مساحت دایره . این است شکل آن :



۲۲۷  
براسم صغر دایره  
بر محیط دایره ای که قطعه  
بلکه اندکی از این عدد

[illegible]

و بواسطه راست بودن عمود نامیده شده است، پس عمود را در بعضی  
فعاذه، بعضی همت، ضرب می کنند : هشتاد و چهار و آن مقدار  
صاحت این مثلث است. این است شکل آن :



نوع دوم: مثلث متفرجه، و آن مثلی است که دارای زاویه  
مفرجه و اختلاف متفاوت باشد، یعنی اندازه يك ضلعش بیش و طبع  
دیگرش کم و ضلع سومش می شود، برای شناختن مساحت این مثلث،  
از عمود وصل پای عمود استفاده می شود، و محل پای عمود در این  
مثلث، یک نقطه را بر ضلع بلند بر قرار می گیرد، پس این ضلع را با عمود  
مسلطه می کنند. مساحت مثلث را به دو ضلع کوتاه تر را با عمود  
مسلطه می کنند.

## دەربارەى پروژەى بەش

بئى گومان زۆر نمونەت ديوە نەخشەى دووجاى تېدا بەکارھېنراوہ، بۇ دروست کردنى نمونەيەكى بيرکارى بە مەبەستى لېکۆلېنەوہ لە بارىكى ژيانى پۆژانەمان. لەم بەشە پەيوەندى نېوان نەخشەى دووجاو جياوازى نيوان ژمارەيەک و دوايەکەى لە شېوازى ژمارەيت بۇ رووندەبېتەوہ.

دوای ته‌واوکردنت بو به‌شه‌که توانات ده‌بیّت له‌سه‌ر به‌کاره‌یّانی:

● به‌کارهینانی ریگهی جیاوازی دواها توو بۆ دیاریکردنی ریسای نه‌خشه‌که.





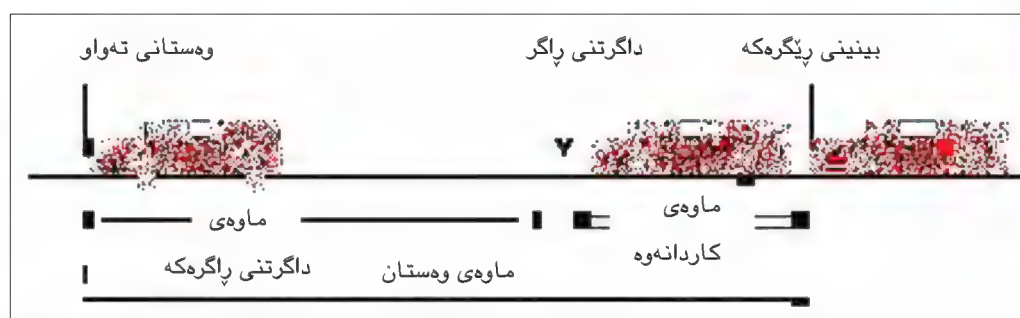
ئامانچەكان

- ناسىنەۋەي نەخشە دووجاكان
- $f(x) = ax^2 + bx + c$  وناندىنى بەرپونكرىدەۋەي.
- ۋىنە پونكرىدەۋەي نەخشە دووجاكان دەنۋىنەت و ناۋى (بىرگە ھاۋتا) بەكار دەھىنەت بۇ ھىلكارى پونكرىدەۋەيەكە.
- سەرى بىرگە ھاۋتا تەۋەرەكەي دەناسىت.
- پوۋ لە زىادىبون و پوۋ لەكەمبونى نەخشە دىارى دەكات بەرپونكرىدەۋەي.
- بارى كراۋەيى بىرگە ھاۋتا دىارىدەكات بەپىي نىشانى ھاۋكۆلكەي a

Quadratic Algebraic Expressions

بىرە جەبرىيە دووجاكان

ئەو دورىيەي كە ئۆتۈمبىلەك دەيخايەنەت لە كاتى تېپىنىكرىدى شوفىرەكەي بۇرپىگرىك تاۋەستانى بە تەۋاۋەتى لە دوو دورى پىكىدەت ۋەك لەم ۋىنەيەدا دىارە:



X	V <sub>1</sub>
0	0
10	2.625
20	6.5
30	11.625
40	18
50	25.625
60	34.5

دەتوانىن ماۋى پىۋىست بۇ ۋەستانى ئۆتۈمبىلەكە بەم بىرە جەبرىيە دەربىرپىن

$$d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2, \text{ كاتىك } x \text{ خىرايى ئۆتۈمبىلەكە بە } \text{km/h}$$

$d(x)$  دورى ۋەستانى تەۋاۋىت بەمەتر، بىر  $d(x)$  پىكىدەت لە كۆي پادەي

$\frac{1}{5}x$  كە دورى كاردانەۋەكە و پادەي  $\frac{1}{160}x^2$  دورى شىلانى پارگەكە دەنۋىنەت.

ئەگەر خىشتەيەكت دروستكرىد بۇ بەھاي  $d(x)$  بە بەكارھىنەن بىرپىرە پونكرىدەۋەي،

سەرنجى ئەۋە دەدەيت كە دورى پىۋىست بۇ ۋەستانى تەۋاۋ 25m كاتىك خىرايى 50km/h و 82m،

كاتىك خىرايى 100km/h بەۋ پىيە دورى تەۋاۋ پىۋىست بۇ ۋەستان سى ئەۋەندە زىادى كرىد

كاتىك خىرايەكە دوو ئەۋەندە زىاد بكات.

ئايا پەيۋەندى نىۋان خىرايى x دورى ۋەستان d پەيۋەندەكى ھىلپىيە؟ پونىيەكەرەۋە.

جىيەجىكرىدەكان

فىزىيا



بىرپىرەۋەي پەخنەكرانە



## بره دو جاییه کان Quadratic Expressions

بره دو جاییه کان ئه و پرانهن که به شیوهی:  $ax^2 + bx + c$  دهنوسرین کاتیگ که  $a, b, c$  ژماره‌ی راستین و  $a \neq 0$  و به  $a, b, c$  دوتریت هاوکۆلکه‌کانی بره دو جاکه.

ساده‌ترین بری دو جاکه  $x^2$  به شیوه‌یه‌کی گشتی ئه‌گه‌ر بریکی هیلی له بریکی هیلی تر بدهیت ئه‌وا بریکی دو جات ده‌سته‌که‌وێت وه‌ک له‌م چالاکییه‌دا ده‌بینریت.

## چالاکێ 1

## Quadratic and Linear Expressions

## بره دو جاکان و بره هیلییه‌کان

1. ئه‌م خسته‌یه ته‌واو بکه.

نهنجایی لیکدانی هه‌ر دوو بره‌که	بری دووهم	بری یه‌که‌م
$(2x-2)(2x+1) = 4x^2 - 2x - 2$	$2x+1$	$2x-2$
	$x+1$	$x+1$
	$-2x+1$	$2x$
	$0.5x+1$	$-x+2$

2. هاوکۆلکه‌کانی بره دو جاکه له‌هه‌ر باریکی پرسیری پێشوو دیاریبکه.

3. بری  $(mx+n)$  له بری  $(px+q)$  بده. ئه‌نجامه‌که به شیوه‌ی بریکی دو جاکه بنووسه، هاوکۆلکه‌کانی بری ئامانج به پێی  $q, p, m, n$  دیاریبکه.

✓ خالی چاودێری

## Quadratic Functions

## نهنجیه‌ی دو جاکه

له‌به‌شی پێشوودا نهنجیه‌ی هیلییه‌کان فیروبویت وله‌م به‌شدا جوړیکی نوێ له نهنجیه‌کان فیروده‌بیت که نهنجیه‌ی دو جاکه، بیرت بێ  $f(x) = mx + b$  شیوه‌ی گشتی نهنجیه‌ی هیلییه به بره‌هیل ناسراوه، به‌لام نهنجیه‌ی دو جاکه وه‌ک بریکی دو جاکه ده‌ناسریت.

## نهنجیه‌ی دو جاکه Quadratic Function

نهنجیه‌ی دو جاکه نهنجیه‌یه‌که پێساکی به‌هۆی بریکی دو جاکه یه‌ک گۆراو دهنوسریت و به‌شیوه‌ی  $f(x) = ax^2 + bx + c$  کاتیگ  $a$  و  $b$  و  $c$  ژماره‌ی راستین و  $a \neq 0$  و به  $a$  و  $b$  و  $c$  دوتریت هاوکۆلکه‌کانی نهنجیه دو جاکه.

ساده‌ترین شیوه‌ی نهنجیه دو جاکان  $f(x) = x^2$  یه، ده‌توانریت هه‌موو نهنجیه‌یه‌کی دو جاکه له‌م نهنجیه‌یه‌وه پێک به‌هێنریت به‌هه‌کاره‌ینانی جیگۆرکی سادیه‌ یان ئاوێته‌ بۆیه‌ش  $f(x) = x^2$  به نهنجیه‌ی بنه‌رته‌ دادنه‌ریت بۆ هه‌موو نهنجیه دو جاکان. نهنجیه‌ی  $d(x) = \frac{1}{5}x + \frac{1}{160}x^2$  نموونه‌یه‌کی نهنجیه دو جاکانه.

هاوکۆلکه‌ی راده‌کانی نهنجیه دو جاکه کامانه‌ن که دووری راوه‌ستانی ئۆتۆمبیله‌که ده‌نوێنیت؟ بیرکردنه‌وه‌ی رهنه‌گرانه

پوونیکهوه نهخشه  $f(x) = (2x-1)(3x+5)$  نهخشهیهکی دووجایه هاوکۆلکهکانی

شیکار

رێگای یهکهه

رێگای دووهه

$$f(x) = (2x-1)(3x+5)$$

$$f(x) = (2x-1)(3x+5)$$

$$= 2x(3x+5) - (3x+5)$$

$$= (2x-1)3x + (2x-1)5$$

$$= 6x^2 + 10x - 3x - 5$$

$$= 6x^2 - 3x + 10x - 5$$

$$= 6x^2 + 7x - 5$$

$$= 6x^2 + 7x - 5$$

لهبههوهی  $f(x) = 6x^2 + 7x - 5$  نهخشهیهکی دووجایه وهاوکۆلکهکانی بریتین له

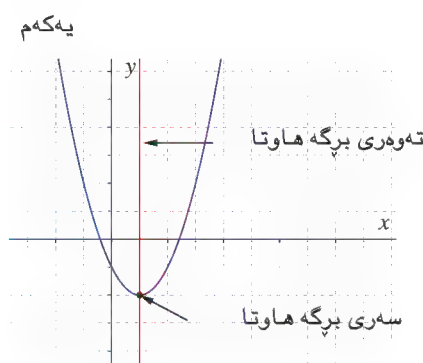
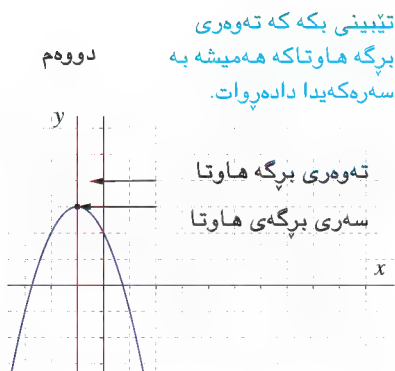
$$c = -5, b = 7, a = 6$$

ههول بده

پوونیکهوه که  $f(x) = (2x-5)(x-2)$  نهخشهیهکی دووجایه وهاوکۆلکهکانی

پادهکانی دیاریبکه.

وینهی پونکردنهوهی نهخشه دووجا ناویکی تایبهتی ههیه که پرگه هاوتایه *Parabola* تهه وینه دوو جووری جیاوازه پرگهی هاوتا پیشان ددهات.



تییینی نهوه بکه پرگهی هاوتا خالیکی ناسراوی ههیه که پیی دهوتریت سهه و تهوهیهکی

هاوجیبوونی ههیه. که پرگهکه دهکات به دوو بهشی جووتبوو. ههروهه سهه پرگهکه له

وینهکهدا، گهوهترین یان بچووکترین بههای نهخشهکه دیاریدهکات.

تههگر له نهخشه دووجای  $f(x) = ax^2 + bx + c$  وردبیتهوه. بووت دههدهکهویت بههای  $f(x)$  به

پیی  $x$  ههژمیر دهکریت. واتا بواری نهخشه دووجاکه کوومهلهی ههموو ژماره پاستیههکانه و بهلام

مهوداکهی وهک له دوو وینه پونکردنهوهیهکی سههوه دههدهکهویت بریتیه لهکوومهلهی نهوه

ژماره پاستیههکانی کهمترین له بچووکترین بههای نهخشهکه (جووری یهکهه) یان ژماره

پاستیههکانی بچووکتر له گهوهترین بههای نهخشهکه (جووری دووهه).

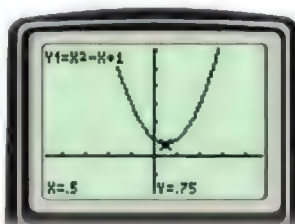
## نمونه

2

نایا سهری نهم نهخسه دووجایه  $f(x) = x^2 - x + 1$  گهورترین یان بچووکترین بهها دهنوینیت؟  
دهتوانیت بژمیره پوونکردنهویدی یان خشتهی بههاکان بهکاربهینیت.  
شیکار

### رینگای بهکهم

دهتوانیت بژمیره پوونکردنهویدی «نهگهر»  
هه بیت بهکاربهینیت بو نهویدی بو  
دهریکهویت نهخسهکه بههای بچووکترینی  
ههیه.



نهگهر له هیلی پوونکردنهویدی نهخسهکه  
وردبینهوه دهردهکهویت که پووتانی  
سهرمهکی (0.5, 0.75)

### رینگای دووهم

دهتوانیت بژمیره پوونکردنهویدی  
بهکاربهینیت بو دروست کردنی خشتهی  
بههاکانی نهخسهکه لهخشتهکهوه دهردهکهویت  
نهخسهکه دهگاته بچووکترینی بههاکی کاتیک  
 $x = 0.5$ ، بیت و نهم بچووکترین بههایش دهگاته  
0.75.

x	y
-2.00	7.00
-1.50	4.75
-1.00	3.00
-0.50	1.75
0.00	1.00
0.50	0.75
1.00	1.00

لهخشتهکهوه دهردهکهویت سهری برکه هاوتاکه  
بریتیه له خالی (0.5, 0.75)



ههول بده

نایا سهری نهخسه دووجای  $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$  گهورترین یان بچووکترین بهها  
دهنوینیت؟

نایا دهتوانیت هاوکیشهی تهوهری هاوجیبوونی نهخسهی دووجای  $f(x) = x^2 - x + 1$  دیاری  
بکیت نهگهر زانیت که  $f(0) = f(1)$  ؟

دهتوانیت به سهرنجدان له نیشانهی هاوکۆلهی  $a$ ، بزانت که نهخسه دووجای  $f(x) = ax^2 + bx + c$   
بههای گهورترین یان بچووکترین ههیه.

بیرکردنهویدی پهخنهگرانه

### بههای گهورترین یان بچووکترین؟ Maximum and Minimum values

• پوونکردنهویدی نهخسه دووجای  $f(x) = ax^2 + bx + c$  کاتیک  $a$  و  $b$  و  $c$  ژمارهی راستی بن و  
 $a \neq 0$  بریتیه له برگی هاوتا.

- نهگهر  $a$  هاوکۆلهی  $x^2$  موجب بیت نهوا برکه هاوتاکه کراویه بهروه سهرهوه. و سهرمهکی  
نزمترین خالی برکهکویه و بههای  $y$  تیایدا بچووکترین بههای نهخسهکویه.
- نهگهر  $a$  هاوکۆلهی  $x^2$  سالب بیت نهوا برکه هاوتاکه کراویه بهروه خوارهوه. و سهرمهکی  
بهرزترین خالی برکهکویه و بههای  $y$  تیایدا گهورترین بههای نهخسهکویه.
- بههای  $y$  سهری برکه هاوتاکه دهبیتته نهوپهپی بههای نهخسهکه، بههای نهوپهپیهکه  
دهبیتته گهورترین یان بچووکترین بهها.

## نمونه

3

نهم برکه هاوتایانه بهروه سهرهوه یان خوارهوه کراوهن. نایا سهرهکشی گهورترین یان  
بچووکترین بهها دهنوینیت؟

$f(x) = 5 + 4x - x^2$  ☐ ب

$f(x) = x^2 + x - 6$  ☐ ا

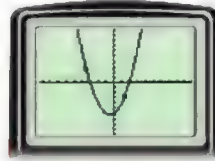


ا. هاوکۆلکەى  $x^2$  لەنەخشەى

$$f(x) = x^2 + x - 6$$

هاوتاکە کراوەیە بۆ سەرەوهى نەخشەکە و بچووکتەین بەهەى هەیه لە سەرەکیدا.

پاسەدان بکە

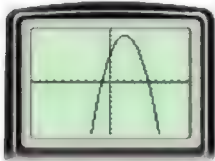


ب. هاوکۆلکەى  $x^2$  لە نەخشەى

$$f(x) = 5 + 4x - x^2$$

هاوتاکە کراوەیە بۆ خوارەوهى نەخشەکە و گەوترەین بەهەى هەیه لە سەرەکیدا.

پاسەدان بکە



## چالاکى 2

### جیگۆرکێى نەخشە دووجای بنەرەتى Transforming Quadratic Base Function

پێویستیت بە پەرەى پرونکردنەوهیى یان بژمێرى پرونکردنەوهیى دەبێت.

1. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری پرونکردنەوهیى ئەم نەخشانە بکێشە.

$$y = x^2 - 1$$

$$y = x^2 + 1$$

$$y = x^2$$

2. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دێت، ئەگەر 1 مان زیاد یان كەمکرد لە نەخشەكە؟

3. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری پرونکردنەوهیى ئەم نەخشانە بکێشە.

$$y = (x - 2)^2$$

$$y = (x + 2)^2$$

$$y = x^2$$

4. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دادیت، ئەگەر 2 مان زیاد یان كەمکرد بۆ گۆراوه سەرەستەكە؟

5. خستەى بەهاکان دروست بکە، پاشان هێلکاری پرونکردنەوهیى ئەم نەخشانە بکێشە.

$$y = (x + 2)^2 + 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

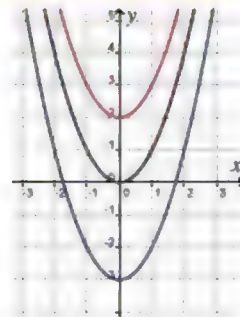
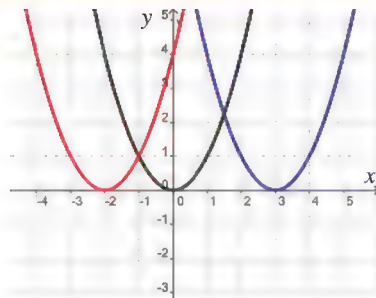
$$y = (x - 2)^2 + 1$$

$$y = x^2$$

6. چ گۆرانیك بەسەر هێلکاری نەخشەى بنەرەتى دادیت كاتیك 2 لە  $x$  كەمبکریت و 1 بۆ نەخشەكە زیادبکریت؟ زیاد کردنى 2 بۆ  $x$  و كەمکردنى 1 لە نەخشەكە.

✓ خالى چاودیڤرى

✓ خالى چاودیڤرى



هەریەك لە دوونەخشەى  $y = x^2 + 2$  و  $y = x^2 - 3$  هەر یەك لە دوونەخشەى  $y = (x + 2)^2$  و

$y = (x - 3)^2$  كشانەوهیەكى ئاسۆیى

**Horizontal** هێلێ پرونکردنەوهیى نەخشەى

بنەرەتى  $y = x^2$  دەنۆینیت، كە لە زیادکردنى

یان كەمکردنى ژمارەیهك بۆ گۆراوه سەرەستەكە

دروستبوون. بەمەش هێلە پرونکردنەوهییهكە

ئاسۆیى بەرەو لای راست یان چەپ دەكشیت.

**Vertical** هێلێ

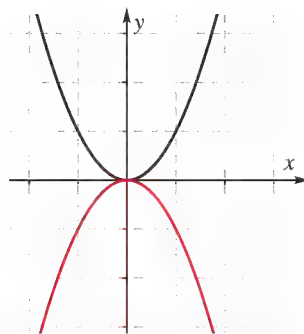
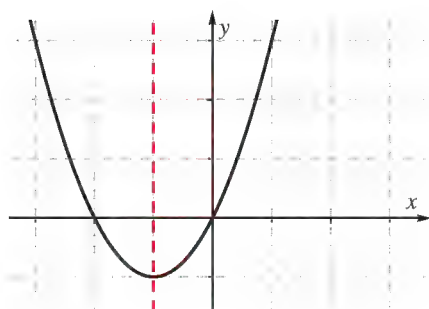
پرونکردنەوهیى نەخشەى بنەرەتى  $y = x^2$

دەنۆینن كە لە زیادکردنى یان كەمکردنى

ژمارەیهك بۆ نەخشەكە دروست بوون.

بەمەش هێلە پرونکردنەوهییهكە بەرەو سەرەوه

یان بەرەو خوارەوه دەكشیت.



ئەو راستەھێڵە ستوونییەکی کە بە سەری بڕگە  
ھاوتاکەدا دەپروات تەوەرە ی ھاوجیپونی وێنە  
پوونکردنەوێەکیە، لەبەر ئەوەی ئەو  
راستەھێڵە بڕگە ھاوتاکە دەکات بە دوو بەشی  
جووتبوو بە راستەھێڵەکەش دەوتریت تەوەرە ی  
بڕگە ھاوتاکە **Axis of Parabola**.

هێلکاری پوونکردنەوێە یی نەخشە ی  $y = -x^2$   
وێنەدانەوێە ی هێلکاری نەخشە ی بنەرەتیە بە  
دەوری تەوەرە ی سینی بەلام سەری بڕگە  
ھاوتای نەخشە ی بنەرەت بچووکترین بەهای  
دەنویئت و هەمان سەرگەورەترین بەهای  
نەخشە ی  $y = -x^2$  یە.

## راھینەیان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 جیاوازی نیوان هێلکاری پوونکردنەوێە یی هێڵە نەخشە و هێلکاری پوونکردنەوێە یی نەخشە ی دووجا پوونبکەرەو.
- 2 جیاوازی نیوان بڕی جەبری هێڵە نەخشە و بڕی جەبری نەخشە ی دووجا پوونبکەرەو.
- 3 چۆن دەزانیت سەری بڕگە ھاوتا بەهاکە ی گەورەترین یان بچووکترینی نەخشە ی دووجایە؟
- 4 پەيوەندی چییە لە نیوان هێلکاری پوونکردنەوێە یی نەخشە ی بنەرەتی و هێلکاری پوونکردنەوێە یی  $y = x^2 - 8$ .
- 5 پەيوەندی چییە لە نیوان هێلکاری پوونکردنەوێە یی نەخشە ی بنەرەتی و هێلکاری پوونکردنەوێە یی  $y = (x - 8)^2$ .

### راھینانی ئاراستە کراو

پوونبکەرەو ئەم نەخشانە، نەخشە ی دووجان، ھاوکۆلکەکانیان دیاریبکە.

$$f(x) = (x+2)(x+5)$$

7

$$f(x) = (x+1)(x-7)$$

6

$$f(x) = (2x+5)(3x+1)$$

8

گەورەترین یان بچووکترین بەها؟ وەلامی پرسیارەکانی 9 تا 14 بدەو:

أ ئایا ئەم بڕگە ھاوتایە کراوێە بۆ سەرەو یان بۆ خوارەو؟

ب ئایا بەهای ئەو پەری ئەم نەخشانە، گەورەترین یان بچووکترینە؟

$$f(x) = 2 - 3x - x^2$$

10

$$f(x) = x^2 - 3x + 5$$

9

$$f(x) = x^2 - 2x + 7$$

12

$$f(x) = x^2 + 5x + 3$$

11

$$f(x) = -2x^2 - 5x + 1$$

14

$$f(x) = -x^2 + 8x + 14$$

13

پوونبەکەو ئەم نەخشانە دووجان، ھاوکۆلکە پادەکانیش دیاریبکە.

$$f(x)=(4-x)(7+x)$$

16

$$f(x)=(x-3)(x+8)$$

15

$$f(x)=(2x+3)(4-x)$$

18

$$f(x)=-(x-2)(x-6)$$

17

$$f(x)=(x-6)(x+6)$$

20

$$f(x)=x(x-3)$$

19

ئایا ئەم نەخشانە دووجان یان نا؟ پوونبەکەو؟

$$y=3-x$$

22

$$y=3-x^2$$

21

$$y=\frac{2x^2+5}{x+3}$$

24

$$y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}$$

23

$$y=|x^2+5x-2|$$

26

$$y=x^2-x^2(x+7)$$

25

ئەم بڕگە ھاوتایانە بەرەو سەرەو یان بەرەو خوارەو کراوەن. بەهای ئۆپەری نەخشەکە بچووکتەری یان گەورەترینە؟

$$y=-8x^2-x$$

28

$$y=2x^2-2x$$

27

$$y=4-x^2-2x$$

30

$$y=3-x^2$$

29

ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشەکە بکێشە و بەنزیکی بەهای پۆتانی سەری بڕگە ھاوتاکان دیاریبکە.

$$y=-x^2-2x+9$$

32

$$y=x^2-x+9$$

31

$$y=-0.5(x+4)^2$$

34

$$y=4x^2-2x-2$$

33

$$y=-(x-2)(x+6)$$

36

$$y=(x-2)^2-1$$

35

چۆن ھێلکاری پوونکردنەوھیی نەخشە بکێشە بھەرەتی دەگۆرێت بۆ ھێلکاری پوونکردنەوھیی ئەم نەخشە.

$$y=(x-5)^2-2$$

38

$$y=(x-2)^2+3$$

37

$$y=-(x+6)^2-2$$

40

$$y=-(x-2)^2+1$$

39

$$y=(x+4)^2-7$$

42

$$y=-(x-3)^2-2$$

41

بە چ رێگایەك پۆتانی سەری بڕگە ھاوتای  $y=(x+a)(x-a)$  دیاریدەکەیت؟ پوونبەکەو.

43

جیگۆرکی ھێلکاری پوونکردنەوھیی ئەم نەخشە بکێشە پاشان وەلامی پرسیارەکان بدەو.

44

$$y=2(x+2)(x-4)$$

ب

$$y=(x+2)(x-4)$$

ا

$$y=-(x+2)(x-4)$$

د

$$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

ج

$$y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-4)$$

و

$$y=-2(x+2)(x-4)$$

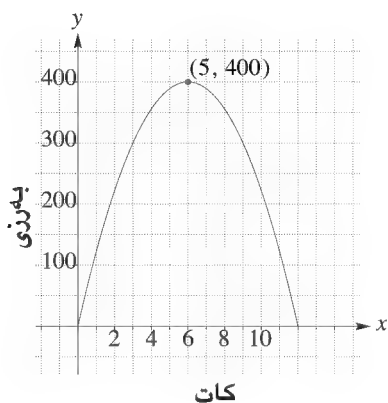
ه

• ئەو شەش ھێلکاری پوونکردنەوھیی لە چى ھاوبەشن؟

• کامیان کراوھە بەرەو خوارەو؟

• کامیان کراوھە بەرەو سەرەو؟





**45** **فيزيا** ئەو ھىلە پروونكردنەوھىيەى بەرامبەر پەيوەندى نىۋان كات بە چركە وبەرزى گوللە توپىك بە مەتر كە بۇ سەرەوھ ھەلراوھ ديارىدەكات. گەوهرترىن بەرزى كە گوللە تۆپەكە دەيگاتى چەندە؟



**46** بە چەند چركە دەگاتە گەورەترىن بەرزى؟ تەوھرى ھىلكارىيە پروونكردنەوھىيەكە ديارىبكە؟

**47** **فيزيا** جوامىر تيرىكى بۇ سەرەوھ بە خىرايى 40 مەتر لە چركەيەك ھاويشت، بەرزى تيرەكە دواى 5 چركە چەندە بە بەكارھىنانى نەخشەى  $y = 40x - 5x^2$  كاتىك كە  $x$  كات بىت بە چركە و  $y$  بەرزى بىت بە مەتر، وەلامەكەت بۇ نزيكترىن بەش لە دە نزيكەكەوھ.

## روانىتيك بۆ دواوھ

بىرى  $2(x-3)^2 + 1$  لىكدان وكردارى لىدەركردن لە ناوكەوانەكە وبەرزكردنەوھى بۇ توانى 2 و كردارى كۆكردنەوھى تىدايە.

**48** كام لەم كردارانه پىشتەر ئەنجام دەدەين؟

**49** دووھم كردار چى ئەنجام دەدەين؟

**50** سىيەم كردار چى ئەنجام دەدەين؟

ئەمانە شىكارىكە.

$$\begin{cases} y = 4 \\ 3y = 2x \end{cases} \quad \mathbf{52}$$

$$\begin{cases} 3y + 2x = 2 \\ y = x \end{cases} \quad \mathbf{51}$$

**53** ئەو ژمارە دوو رەنوسە كامەيە كە دووى لە سى ئەوھندەى سەرچەمى ھەردوو رەنوسەكەى زياترە، رەنوسى دەيانى 4 لە رەنوسى يەكانى كەمترە؟

## روانىتيك بۆ پىشەوھ

**54** لە پروتەختى پۆوتانەكاندا ھىلكارى پروونكردنەوھىيى ئەم نەخشانە بكىشە  $y = x^2 - 14x + 49$  و  $y = x^2 + 7x + 6$  و  $y = x^2 - 3x + 5$  خالە ھاوبەشەكانى نىۋان بىرگە ھاوتاكان و تەوھرى سىنى ديارىبكە؟

جىيە جىكردنەكان

# شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان

## Factoring Quadratic Expressions



بۆجی

برە جەبریە دووجاگان  
بەکار دیت بۆ زۆر نمونە زانی  
رۆژانەمان وەك شیوەی خەوێ شەو  
وینەیه



### نامانجەکان

- برە جەبریە دووجاگان  
شیتەلکەکان.
- شیتەلکردن بەکار دەهێنێت  
بۆ شیکارکردنی هاوکیشی  
دووجا و دۆزینەوی  
سفرەکانی نەخشی دووجا.

### جێبەجێکردنەکان

ئەندازە تەلارسازی

ئەنداز یاریکی تەلارسازی خەوێکی لە باخچەیەکی گشتیدا دروستکرد، وەك وینە سەرەو  
لەناویدا چەند خشتەکیکی هاو شیوەی لەسەر شیوە هێمای  $x$  ریز کرد بە چەند ئاستیکی جیاوازان،  
بە جۆرێك كە ژمارە خشتەكەکانی هەر بالێکی شیوە هێماکەییەکی كەمتری پێت لەوێ ژێر خۆی.  
پێسای  $m = 2n^2 - n$  هەژمیری ژمارە خشتەكەکانی  $n$  مان بۆدەكات بۆ دروستکردنی خەوێك  
لە  $n$  ئاستدا. ژمارە ئاستەکانی ناو خەوێك چەندە كە 66 خشتەکی تیا بێت.

## شیتەلکردنی برە جەبریە دووجاگان Factoring Quadratic Expressions

كاتێك فێری لێكدانی دوو بری جەبری وەك  $2x$  و  $x+3$  بۆیت، ئەنجامی لێكدانەكەت گۆری بۆ  
سەرجهمی كۆمەلێك پادە. شیتەلکردن كرداری پێچەوانە لێكدانە، واتە دەتوانیت سەرجهمی  
كۆمەلێك پادە بگۆریت بۆ ئەنجامی لێكدان.  
بۆ شیتەلکردنی برێکی دوو پادەیی یان زیاتر، گەرەترین كۆلەکی هاو بەش (گ.ك.ه) دەریخێنە  
(ئەگەر هەبوو) بۆ دوو پادەكە وەك لەم نمونانەدا دەبینیت.

$$\begin{array}{l} \xleftarrow{\text{لێكدان}} \\ 3x^2 + 6x = 3x(x+2) \\ \xrightarrow{\text{شیتەل}} \end{array}$$

### نمونە

ئەم برە دووجایانە شیتەلکە.

$$3m^2 - 12m \quad \boxed{\text{أ}}$$

شیکار

گەرەترین كۆلەکی هاو بەش دەریخێنە:

$$3m^2 - 12m = 3m \times (m) - 3m \times (4) \quad \boxed{\text{أ}}$$

گ.ك.ه. بریتیه لە  $3m$

$$= 3m(m - 4)$$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) \quad \boxed{\text{ب}}$$

گەرەترین كۆلەکی هاو بەش بریتیه لە  $(4x+5)$

$$3x(4x+5) - 5(4x+5) = (3x-5)(4x+5)$$

$$4(2x-1) + (2x-1)x \quad 5x^2 + 15x$$

هەولێدە

شیوهی گشتی بریکی دووجا بریتییه له  $ax^2 + bx + c$  کاتیك  $a \neq 0$

دهتوانیت زۆر له بره جه برییه دووجاكان شیتهلکبکیت. سهرنجی شیتهلکردنی ئەم برانهی خوارهوه  
 بده کاتیك  $a = 1$

بگهڕی به دوای شیوازیک سهری شیوهی شیتهلکردنی ئەم بره دووجایانه بکه، سهرنج بده که کۆی  
 دوو پاده نهگۆرکه له کۆلکهکاندا یه کسانه به هاوکۆلکهی  $x$  لهو بره دووجایه دا پیش شیتهلکردن و  
 نهجای لیكدانیان یه کسانه به پاده نهگۆرکه.

$x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>(-5) + (-2) = -7</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>(-5) \times (-2) = 10</math> </div> </div>	$x^2 + 7x + 10 = (x+5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>5 + 2 = 7</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>5 \times (2) = 10</math> </div> </div>
$x^2 - 3x - 10 = (x-5)(x+2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>(-5) + 2 = -3</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>(-5) \times (2) = -10</math> </div> </div>	$x^2 + 3x - 10 = (x+5)(x-2)$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>5 + (-2) = 3</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; text-align: center;"> <math>5 \times (-2) = -10</math> </div> </div>

سهرنجدان لهو شیوازانهی پیشوو وا دهکات ریسایه کمان بۆ شیتهلکردنی بری  $x^2 + bx + c$   
 دهستدهکهوئیت.

بۆ شیتهلکردنی بری  $x^2 + bx + c$  کاتیك  $b$  و  $c$  دوو ژمارهی تهواوین، بگهڕی بۆ دوو ژماره  $r$  و  $s$   
 که سه ره میان  $b$  بیئت و لیكدانیان  $c$  بیئت پاشان بره که بهم شیوهیه شیتهلکبه.  

$$x^2 + bx + c = (x+r)(x+s)$$

کاتیك  $c$  ژمارهیهکی موجهب بیئت، بۆ نهجای لیكدانی دوو ژماره شیتهلکبه که هه مان  
 نیشانهیان هه بیئت.

بري  $x^2 + 5x + 6$  شیتهلکبه.  
 شیکار

بخه ملینه وساغبکه وه دهست به نووسینی  $(x) (x)$  بکه. بگهڕی به دوای دوو هاوکۆلکهی  
 ژماره 6 هه مان نیشانهیان هه بیئت و سه ره میان 5 بیئت.

$(x-2)(x-3)$ $(-2)x + (-3)x$ $\underline{\quad}$ $-5x$ هه له یه	$(x-1)(x-6)$ $(-1)x + (-6)x$ $\underline{\quad}$ $-7x$ هه له یه	$(x+2)(x+3)$ $2x + 3x$ $\underline{\quad}$ $5x$ راسته	$(x+1)(x+6)$ $1x + 6x$ $\underline{\quad}$ $7x$ هه له یه
---	---	---	--

کهواته،  $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$

هه ولبده بری  $x^2 - 10x - 11$  شیتهلکبه.

کاتیك  $c$  ژمارهیهکی سالب بیئت له  $x^2 + bx + c$ . به دوای دوو کۆلکهی جیاواز له نیشانه دا بگهڕی.

## نموونه



3 بری  $x^2 - 7x - 30$  شیتەلێکە. شیکار

بخەملێنە وپاسەدان بکە. دەست بە نووسینی  $(x) (x)$  بکە. بگەڕێ بەدوای دوو هاوکۆلکە لە هاوکۆلکەکانی ژمارە  $(-30)$  بگەڕێ کە سەرچەمیان بکاتە  $-7$  ناگاداریە دوو هاوکۆلکە کە لە نیشانە جیاواز بن.

$$(x-2)(x+15)$$



$$(-2)x + 15 \times x$$

5

$$13x$$

هەڵەیه

$$(x+1)(x-30)$$



$$1 \times x + (-30)x$$

5

$$-29x$$

هەڵەیه

$$(x-1)(x+30)$$



$$(-1)x + 30x$$

5

$$29x$$

هەڵەیه

$$(x+3)(x-10)$$



$$3 \times x + (-10) \times x$$

5

$$-7x$$

راسته

$$(x-3)(x+10)$$



$$(-3)x + 10 \times x$$

5

$$7x$$

هەڵەیه

$$(x+2)(x-15)$$



$$2x + (-15) \times x$$

5

$$-13x$$

هەڵەیه

$$x^2 - 7x - 30 = (x+3)(x-10) \text{ ، کواتە ،}$$

هەولبده بری  $3x^2 + 11x - 20$  شیتەلێکە.

جیاوازی دوو دووجا

لە لێکدانی دوو بری  $x+3$  و  $x-3$  ووردببەو.

$$(x+3)(x-3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

شیتەلکردن بە جیاوازی نیوان دوو دووجا  
Factoring The Difference Of Two Squares

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

لە ئەنجامی دووجای  $x+3$  و  $x-3$  بپشکنە

$$(x-3)^2 = (x-3)(x-3)$$

$$= x^2 - 3x - 3x + 9$$

$$= x^2 - 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$= x^2 - 6x + 9$$

$$(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$$

$$= x^2 + 3x + 3x + 9$$

$$= x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2$$

$$= x^2 + 6x + 9$$

دووجای تەواو

شیتەلکردن بە دووجای تەواو Factoring Perfect Squares

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

## نمونە

نەم برانە شیتەلېكە

4

$$x^4 - 16 \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

$$4x^2 - 24x + 36 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 24x + 36 &= 4(x^2 - 6x + 9) \quad \boxed{\text{ب}} \\ &= 4[x^2 - 2(3)x + 3^2] \\ &= 4(x-3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^4 - 16 &= (x^2 + 4)(x^2 - 4) \quad \boxed{\text{ا}} \\ &= (x^2 + 4)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

هەولېدە نەم برانە شیتەلېكە  $9x^2 - 49$  و  $3x^2 - 6x + 3$

## Using Factoring to Solve Quadratic Equations

هەندىك جار دەتوانىت شیتەلکردن بەکاربەئین بۆ شیکارکردنى ھاوکیشه یان بۆ دۆزینەوئى سفرەکانى نەخشەکە. سفرى نەخشەى  $f(x)$  بریتییه لە هەر ژماریهكى وەك  $r$  کە پاسەدانى  $f(r) = 0$  بکات.

### سيفهتی لیكدانی سفرى Zero Product Property

ئەگەر  $p \times q = 0$  ئەوا  $p = 0$  یان  $q = 0$

شیوئى گشتى ھاوکیشهى دووجا بەم شیوئى دەنوسریت  $ax^2 + bx + c = 0$  ئەگەر توانیت برى  $ax^2 + bx + c$  شیتەل بکەیت، ئەوا بە جیبهجیکردنى سيفهتی سفرى دەتوانیت ھاوکیشهکە شیکار بکەیت چۆن لیكدانى سفر جیبهجی دەکەیت؟ برەکە شیتەلېکە وئەنجامى لیكدانیان یەكسان بکە بە سفر.

ھاوکیشهى  $x^2 + 6x = -5$  شیکاریکە.

5

## نمونە

شیکار

ھاوکیشهکە بە شیوئى گشتى بنوسه  $x^2 + 6x + 5 = 0$  لەسەرەتادا برى  $x^2 + 6x + 5$  شیتەلېکە،  $x^2 + 6x + 5 = (x+5)(x+1)$  دەستەدەکوئیت، پاشان  $(x+5)(x+1) = 0$  یەكسان بکە بە سفر. چۆن پرەگەکانى ھاوکیشهکە  $(x+5)(x+1) = 0$  دیارى دەکەیت. لە ھاوکیشهکەى پێشووئى دوو ھاوکیشهى  $(x+5) = 0$  یان  $(x+1) = 0$  مان دەست دەکوئیت و پرەگەکانیان  $x = -5$  یان  $x = -1$  دەبێت واتە پرەگەکانى ھاوکیشهکە بریتییه لە  $-1$  و  $-5$ .

سيفهتی لیكدانی سفرى بەکاربێتە بۆ دۆزینەوئى سفرەکانى نەخشەکە.

$$g(x) = x^2 - 14x + 45 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$f(x) = 2x^2 - 11x \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار

$$x^2 - 14x + 45 = 0 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$2x^2 - 11x = 0 \quad \boxed{\text{ا}}$$

$$(x-5)(x-9) = 0$$

$$x(2x-11) = 0$$

$$x-5 = 0 \quad \text{یان} \quad x-9 = 0$$

$$x = 0 \quad \text{یان} \quad 2x-11 = 0$$

$$x = 5 \quad \text{یان} \quad x = 9$$

$$x = 0 \quad \text{یان} \quad x = \frac{11}{2}$$

ههولبده

سيفهتي ليكداني سفرى بهكاربهينه بو دوزينهوى سفرهكاني نهخشهكه.

$$f(x) = 3x^2 + 12x \quad \text{أ} \quad g(x) = x^2 + 4x - 21 \quad \text{ب}$$

بیرکردنهوى پهخنهگرانه بیسهلمینه نهخشه  $f(x) = ax^2 + bx$  کاتیك  $a \neq 0$  دوو پرگی هیه که 0 و  $\frac{b}{a}$  یه.

## نمونه

7

بهگه پانه وه بو نمونهى حهوزهكهى سه رهنای وانهكه، ژمارهى ئاستهكانى حهوزهكه چهنده؟  
کاتیك ژمارهى خستهكهكان 66 بیټ.

شیکار

هاوکیشهى  $2n^2 - n = 66$  شیکاریکه به شیتهلکردن.

هاوکیشهكه به شیوهى گشتی بنووسه

$$2n^2 - n - 66 = 0$$

شیتهلکبه  $2n^2 - n - 66$

$$(2n+11)(n-6) = 0$$

سيفهتي ليكداني سفرى بهكاربهينه

$$2n+11=0 \quad \text{يان} \quad n-6=0$$

$$n = -5.5 \quad \text{يان} \quad n = 6$$

ژمارهى ئاستهكان  $= 6$  چونكه ژمارهى ئاستهكان تهنها دهبيټ ژمارهى تهواوى موجب بن.

## راهيان

### به رده و امبون له بیر کاریدا

$$x^2 + 34x + 285 = (x+b)(x+c) \quad \text{چون } b \text{ و } c \text{ دهدوزيته وه نهگهر} \quad \text{1}$$

چی دهزانی دهريارهى شیتهلکردنى بره دووجای  $x^2 + bx + c$  کاتیك  $c$  موجب بیټ؟ 2

کاتیك  $c$  سالب بیټ؟ نیشانهى  $b$  چ زانیاریهكت پی ده بهخشیت لههه ریهكه لهویارانهدا.

$$\text{نهگهر ليكداني } b \text{ و } c \text{ سفر بيټ } (bc=0) \text{ چي دهلييت سهبارت به } b \text{ و } c \quad \text{3}$$

### راهيانی ئاراسته کراو

نهم بره دووجایانه شیتهلکبه.

$$2x^2 - 6x \quad \text{5}$$

$$2x^2 - 8x \quad \text{4}$$

$$4x(x+3) - 7(x+3) \quad \text{7}$$

$$5x^2 - 15x \quad \text{6}$$

$$8d(9d-5) + 3(9d-5) \quad \text{9}$$

$$3(4b+7) - 2b(4b+7) \quad \text{8}$$

$$x^2 + 8x + 7 \quad \text{11}$$

$$x^2 + 5x + 6 \quad \text{10}$$

$$x^2 - 4x - 12 \quad \text{13}$$

$$x^2 - 5x + 4 \quad \text{12}$$

$$x^2 + 10x - 24 \quad \text{15}$$

$$x^2 - 9x - 36 \quad \text{14}$$

$$3x^2 + 5x + 2 \quad \text{17}$$

$$2x^2 + 9x + 10 \quad \text{16}$$

$$8x^2 + 24x - 14x - 42 \quad \text{19}$$

$$5x^2 + 13x - 6 \quad \text{18}$$

$$72x^2 - 56x - 36x + 28 \quad \text{21}$$

$$12x^2 + 21x - 8x - 14 \quad \text{20}$$

$$2x^2 - 8 \quad \text{23}$$

$$x^2 - 81 \quad \text{22}$$

$$x^2 + 8x + 16 \quad \text{25}$$

$$16x^2 - 25 \quad \text{24}$$

### يارمهتی

دهستپییکه به دههینانی  
کوڵکهى هاوبهش نهگهر  
ههبوو.



سيفهتى لىكدانى سفرى بهكاربهينه بۇ دۆزىنهوهى دوو سفرى ھەر نهخشهيهك.

$$f(x) = x^2 + 3x - 10 \quad 28 \quad f(x) = x^2 + 6x + 9 \quad 27 \quad f(x) = x^2 + 7x \quad 26$$

29 **نەندازە** كەژال بۇ بهيهك گەياندى چەند خالايك 36 پارچە راستههيلي كيشا ژمارهى خالەكان چەندن؟ ئەگەر بزانيت گەياندى  $n$  خال پيويستى به  $\frac{n(n-1)}{2}$  پارچە راستههيل ھەيه.

## راھىتان وجيھە جيکردن

ئەم برانە شيتەلبەكە.

$$\begin{array}{ll} 3x^2 + 18 & 31 \\ x - 4x^2 & 33 \\ 3x^2 - 15x & 35 \\ (x+3)(2x) + (x+3) \times 7 & 37 \\ 3x + 6 & 30 \\ 10n - n^2 & 32 \\ 6x - 2x^2 & 34 \\ 5x(x-2) - 3(x-2) & 36 \end{array}$$

ئەم برانە شيتەلبەكە.

$$\begin{array}{ll} x^2 + 8x + 16 & 39 \\ x^2 + 4x - 32 & 41 \\ x^2 - 10x - 24 & 43 \\ 2x + x^2 - 24 & 45 \\ 56 + 10x - x^2 & 47 \\ 24 + 10x - x^2 & 49 \\ 2x^2 + 5x + 2 & 51 \\ 3x^2 + 7x + 2 & 53 \\ 3x^2 - 5x - 2 & 55 \\ x^2 - 16x + 15 & 38 \\ x^2 - 26x + 48 & 40 \\ x^2 + 7x - 30 & 42 \\ -22x - 48 + x^2 & 44 \\ x^2 - 56 - 10x & 46 \\ 30 + x - x^2 & 48 \\ 3x^2 + 10x + 3 & 50 \\ 2x^2 + 3x + 1 & 52 \\ 12x^2 - 3x - 9 & 54 \end{array}$$

سيفهتى لىكدانى سفرى بهكاربهينه بۇ شيكارکردنى ئەم ھاوکیشانە.

$$\begin{array}{ll} 3x^2 - 5x = 2 & 57 \\ 3x^2 + 3 = 10x & 59 \\ 6x^2 - 17x = -12 & 61 \\ t^2 - 9 = 0 & 63 \\ x^4 - 1 = 0 & 65 \\ 25x^2 - 16 = 0 & 67 \\ x^2 + 4x + 4 = 0 & 69 \\ 4x^2 + 1 = 4x & 71 \\ 40x + 25 = -16x^2 & 73 \\ 9 - 6x + x^2 = 0 & 75 \\ 15x^2 = 7x + 2 & 56 \\ 4x - 4 = -15x^2 & 58 \\ 2x^2 - 15 = -7x & 60 \\ x^2 - 36 = 0 & 62 \\ x^4 - 81 = 0 & 64 \\ 4x^2 - 9 = 0 & 66 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 & 68 \\ 9x^2 = -6x - 1 & 70 \\ -4 + 20x - 25x^2 = 0 & 72 \\ 64 + 16x + x^2 = 0 & 74 \end{array}$$

شېتەلكردن وسيفهتى لىكدانى سفرى، بهكاربهينه بۇ دۆزىنه وهى دوو سفرى نهخشه دووجاكان.

$$g(x) = t^2 - 2t - 15 \quad 77 \quad f(x) = x^2 - 7x + 10 \quad 76$$

$$g(x) = 6x^2 + 3x - 9 \quad 79 \quad f(x) = 4x^2 + 4x - 24 \quad 78$$

$$k(x) = x^2 - 15x + 56 \quad 81 \quad f(x) = t^2 + 7t - 60 \quad 80$$

$$g(x) = x^2 - 3x - 40 \quad 83 \quad f(x) = x^2 + 8x + 12 \quad 82$$

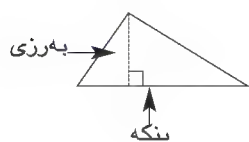
$$k(x) = 4x^2 - 8x + 3 \quad 85 \quad g(x) = 6x^2 + 20x - 16 \quad 84$$

ئەمانە شېتەلېكە.

$$x^{2n} - 2x^n + 1 \quad 88 \quad x^{2n} - 1 \quad 87 \quad (a+b)^4 - (a-b)^4 \quad 86$$

بەرنكارى

90. بەرنى ئەو سىگوشەيە بدۆزەوۋە كە پووبەرەكەي  $42\text{cm}^2$  يە بىنكەكەي  $5\text{cm}$  زىاتىر بىت لەبەرنىيەكەي. **ئەندازە** رېساي ھەژماركردى پووبەرى سىگوشە بىرىتيە لە  $A = \frac{1}{2}bh$  كە  $A$  پووبەر و  $b$  درىژى بىنكە و  $h$  بەرنى بىت. ئەم رېسايە بەكاربهينه بۇ شىكاركردى پىسيارەكانى 89 و 90. بەرنى ئەو سىگوشەيە بدۆزەوۋە كە پووبەرەكەي  $42\text{cm}^2$  يە بىنكەكەي  $5\text{cm}$  زىاتىر بىت لەبەرنىيەكەي.



90. درىژى بىنكەي ئەو سىگوشەيە بدۆزەوۋە كە پووبەرەكەي  $12\text{cm}^2$  و بەرنىيەكەي  $5\text{cm}$  كەمترە لە لە درىژى بىنكەكەي.

91. **وهرزى** شەق لىدانى گولچىكە لە تۆپىكى پى كە لەسەر زەوييە بە نەخشەي

$h(t) = -4.9t^2 + 19.6t$  دەنويىرئىت بۇ پىوانى بەرنى تۆپەكە لە پووى زەوييەوۋە بە مەتر.

پاش  $t$  چركە، بە چەند چركە تۆپەكە بەر زەوى دەكەوئىت جارىكى تر؟

جىيەجىيەكردن

## تېروانىيىك بۇ دواۋە

ئەم لاسەنگانە شىكارىكە وكمەلە شىكار لەسەر تەۋەرى ژمارەكان بنويىتە.

$$2x - \frac{3}{4} \geq 7 \quad 93 \quad 2x - 4 > 12 + 5x \quad 92$$

$$-2(\frac{2}{3}x + 5) - 13 < 0 \quad 95 \quad 3(3x + 7) - 12 \leq 8 - (\frac{1}{2}x + 9) \quad 94$$

لىكېدە.

$$(-2x + 9)(-4x + 7) \quad 97 \quad (3x + 4)(-x - 5) \quad 96$$

$$(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4})(-5x - 2) \quad 98$$

## تېروانىيىك بۇ پىشەوۋە

ئەگەر تۈانرا ئەم برە دووجايانە شېتەلېكە.

$$(x-1)^2 - 16 \quad 101 \quad (x+9)^2 + 36 \quad 100 \quad (x+2)^2 - 4 \quad 99$$

# شىكارکردنى نەخشەى دووجا بەرپىگى

## Solving Quadratic Function by Completing The Square

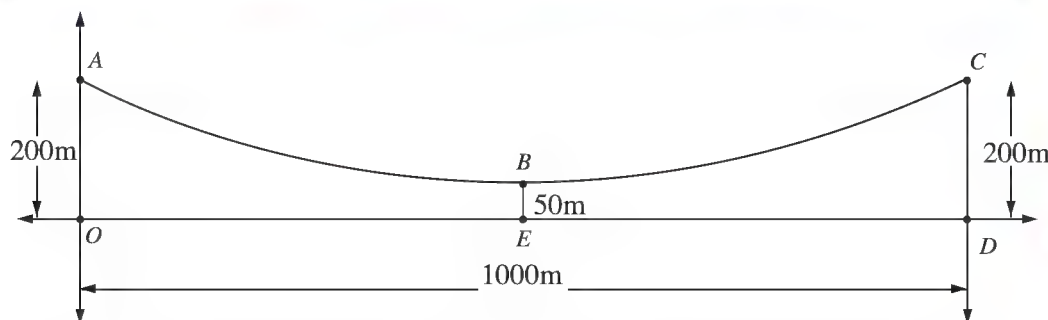


### نامانجەكان

- ھاوكىشەى دووجا بە تەواو  
کردنى دووجا شىكار  
دەكات.
- سەرى بېگەى ھاوتا  
دەناسىتەو و پۇتانهكانى  
دىارىدەكات.
- بە پوونكردنهوېى  
ھاوكىشەى دووجا شىكار  
دەكات.

### جىيەجىكر دىنەكان

ئەندازەى پردەكان



ئەندازىاران نەخشەى پردىكى ھەلواسراو دەكىش وەك لە وىنەى سەرەو دەردەكەوېت. لەوېنەكە  
شېوھى تەلىكى كانزايى دەردەكەوېت كە پردەكەى ھەلگرتووھ. ئەو شېوھى نىزىكە لە ھىلگارى  
پوونكردنهوېى نەخشەىكى دووجا، دەتوانرېت شېوھى ئەو سىمەى پردەكەى ھەلگرتووھ بە نىزىكەى  
وەك نەخشەى  $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$  كاتىك  $0 \leq x \leq 1000$  بنوېنرېت ئەم نەخشە دووجايە  
بە شېوھىك بنووسە كە بتوانرېت پۇتانى خالى بچووكترىنى بە ئاسانى دىارىبەكەيت، بەرزى  
خالەكەش دىارىبەكە.

لەبىرمەكە ھاوكىشەى  $x^2 = k$  بە دىارى كردنى پەگە دووجاكانى شىكاردەكرد.

لەبىرت بى كە لە پۇلى نۇيەم فېربووت كە چۆن ھاوكىشەىكە لە جۆرى  $x^2 = k$  شىكار دەكەيت بە  
دىارىكردنى پەگى دووجا.

ھاوكىشەى  $x^2 = 9$  شىكاربەكە.

شىكار

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm\sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

دەتوانىت ھەمان پىگا بەكاربەئىت بۇ شىكاركردنى ھاوكىشەى لە جۆرى  $(a+x)^2 = k$

### نمونە

## نمونە

2 ھاوکیڭشە  $(x+3)^2 = 16$  شیکاریکە

شیکار

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= 16 \\ x+3 &= \pm\sqrt{16} \\ x+3 &= \pm 4 \\ x &= 1 \text{ یان } x = -7\end{aligned}$$

کاتیڤ بره جەبرییه که له ھاوکیڭشە دووجا کهدا دووجای تەواو نەبێت. دەتوانیت بیکەیت بە دووجای تەواو، ئەم پرێگایە یارمەتیت دەدات بۆ شیکارکردنی ھاوکیڭشەکان بە شێتە لکەردن. له په‌یوه‌ندی نیوان پاده‌کانی دووجا تەواو که ووردبیه‌وه.

<p>باری گشتی</p> $x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$ <p>→ <math>\frac{1}{2}b = \frac{b}{2} \rightarrow \left(\frac{b}{2}\right)^2</math></p>	<p>باری تاییهت</p> $x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ <p>→ <math>\frac{1}{2}(8) = 4 \rightarrow 4^2 = 16</math></p>
---	--

پاده نه‌گۆری  $c$  له دووجا تەواو کهدا بریتییه له دووجای نیوهی ھاوکیڭشە  $x$  که یه‌کسانه‌به  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$  ئەگەر  $a = 1$ .

## نمونە

3 ژماره‌یه‌ك بۆ هەر برێك زیادبکه تا ببێتە دووجای تەواو.

<p>ب <math>x^2 \pm 15x</math></p> <p>له‌بەر ئەوهی ھاوکیڭشە <math>x^2 = 1</math> و ھاوکیڭشە <math>\frac{1}{2}(15) = \frac{15}{2} \rightarrow \left(\frac{15}{2}\right)^2</math> كهواته <math>x = 15</math></p> <p>كهواته دووجا تەواو که</p> $x^2 + 15x + \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{15}{2}\right)^2$	<p>ا <math>x^2 - 6x</math></p> <p>له‌بەر ئەوهی ھاوکیڭشە <math>x^2 = 1</math> و ھاوکیڭشە <math>\frac{1}{2}(-6) = -3 \rightarrow (-3)^2 = 9</math> كهواته <math>x = -6</math></p> <p>كهواته دووجا تەواو که:</p> $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$
--	--

هه‌ولبده ئەو ژماره‌یه‌ زیادبکه کهوا ده‌کات ئەمانه‌ ببنه‌ دووجای تەواو

<p>ب <math>x^2 + 16x</math></p>	<p>ا <math>x^2 - 7x</math></p>
---------------------------------	--------------------------------

شیکارکردنی ھاوکیڭشە دووجا به‌ تەواوکردنی دووجا تەواو

Solving Quadratic Equation by Completing The Square

## نمونە

4 ھاوکیڭشە  $x^2 + 6x - 16 = 0$  شیکاریکە

شیکار

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 16 &= 0 \\ x^2 + 6x &= 16 \\ x^2 + 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 &= 16 + \left(\frac{6}{2}\right)^2 \\ x^2 + 6x + 9 &= 16 + 9 \\ (x+3)^2 &= 25\end{aligned}$$

به‌ زیاد کردنی  $\left(\frac{6}{2}\right)^2$  بۆ هەر دوو لای ھاوکیڭشە که.



$$x+3=\pm 5$$

$$x+3=5 \text{ یان } x+3=-5$$

$$x=2 \text{ یان } x=-8$$

ههولبده هاوکیښه  $x^2+10x-24=0$  شیکاریکه.

## نورونه

5 هاوکیښه  $2x^2+6x=7$  شیکاریکه

شیکار

پړگای یه کهم: به جبري هاوکیښه که به تهاوکردنی دوجا شیکاریکه.

$$2x^2+6x=7$$

$$2(x^2+3x)=7$$

$$x^2+3x=\frac{7}{2}$$

$$x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

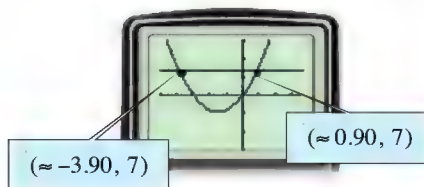
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{2}+\frac{9}{4}$$

$$x+\frac{3}{2}=\pm\sqrt{\frac{23}{4}}$$

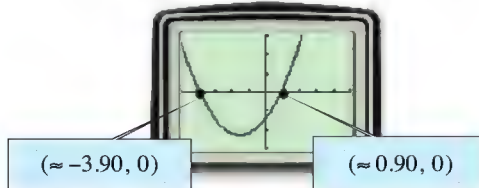
$$x=-\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{23}{4}} \text{ یان } x=-\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{23}{4}}$$

$$x\approx-3.90 \text{ یان } x\approx 0.90$$

پړگای دوهم: به پروونکردنه وایی، پروونکردنه وایی دوو نه خشی  $y=7$  و  $y=x^2+6x$  بکیښه وپاشان خالی یه کتربرینه کان دیاریکه



یان وینهی پروونکردنه وایی نه خشی دوجای  $y=2x^2+6x-7$  بکیښه وخاله کانی یه کتربرینی له گهل ته وهری سینی دیاریکه.



ههولبده هاوکیښه  $2x^2+10x=6$  شیکاریکه.

## شیوهی پیوانهیی هاوکیښه برکه هاوتا Standard Form Equation of Parabola

دهزانت هیلکاری پروونکردنه وایی نه خشی  $y=ax^2+bx+c$  برکهی هاوتا دنوینیت. پړگای تهاوکردنی دوجا به کارده هیئت بو به دست هیئانی شیوهیه که پوتانی سهری برکه که به پروونی دست بکه ویت.

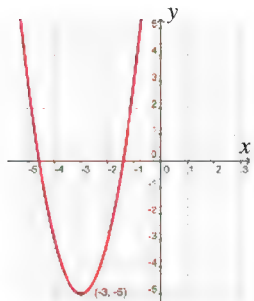
شیوهی پیوانهیی هاوکیښه برکهی هاوتا

دهتوانیت هاوکیښه  $y=ax^2+bx+c$  له باری پیوانهیی  $y=a(x-h)^2+k$  بنووسین لهم باره شدا خالی  $h, k$  پوتانی سهری برکه هاوتا که یه  $x=h$  هاوکیښه ته وهره که یه تی.

## نمونە

6

هاوكيشەى بېرگە ھاوتای  $y = 2x^2 + 12x + 13$  بەشیۆەى پېوانەىى بنووسە وھاوكيشەى تەوەرەكەى بنووسە.



شیکار  $y = 2x^2 + 12x + 13$

$$= 2(x^2 + 6x) + 13$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9 - 9) + 13$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9) - 18 + 13$$

$$= 2(x + 3)^2 - 5$$

$$= 2(x - (-3))^2 + (-5)$$

سەرى بېرگە ھاوتاکە بریتییە لە  $(-3, -5)$  ھاوكيشەى تەوەرەكەى  $x = -3$ .

هەولبە

هاوكيشەى بېرگە ھاوتای  $y = 3x^2 - 9x - 2$  بەشیۆەى پېوانەىى بنووسە و هەروەها ھاوكيشەى تەوەرەكەى بنووسە.

7

## نمونە

بە گەرانهو بە سەرەتای وانەكە ھاوكيشەى  $f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$  بەشیۆەى پېوانەىى بنووسە و پۆتانی نزمترین خال لەسەر تەلە كانزاییەكە بدۆزەو.

شیکار

پێگای یەكەم : بە جەبرى

$$f(x) = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$$

$$= \frac{3}{5000}(x^2 - 1000x) + 200$$

$$= \frac{3}{5000}\left[x^2 - 1000x + \left(\frac{1000}{2}\right)^2\right] + 200 - \frac{3}{5000} \times \left(\frac{1000}{2}\right)^2$$

$$= \frac{3}{5000}(x - 500)^2 + 50$$

نزمترین خالی سەر تەلەكە سەرى بېرگە ھاوتاکەىە وبریتییە لە  $(500, 50)$

پێگای دووهم : بە پوونکردنەوہی

وینەى چەماوہى بېرگە ھاوتای  $y = \frac{3}{5000}x^2 - \frac{3}{5}x + 200$  بکیشە.

و پۆتانی نزمترین خال دیاریکە.



## راہیان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 پوونیکەرەوہ چۆن ھاوكيشەى  $x^2 + 4x - 13 = 0$  بە پێگای تەواوکردنى دووجا شیکار دەکەیت.

2 پوونیکەرەوہ چۆن ھاوكيشەى  $2x^2 + 4x = 15$  بە پێگای تەواوکردنى دووجا شیکار دەکەیت.

3 بەسوود وەرگرتن لە پێگای شیکارى نمونە 5 چۆن ھاوكيشەى  $2x^2 + 4x = 15$  بە

پوونکردنەوہی شیکار دەکەیت.

4 پوونیکەرەوہ  $k, h$  چى دەنوینن لە بارى پېوانەىى ھاوكيشە دووجاکاندا.

## راھىنانى ئاراستە كراۋ

ژمارەيەك زىيادىكە بۇ ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بۇ ئەۋەمى بىنە دووجاى تەۋاۋ.

$$x^2 - 12x \quad \boxed{5} \quad x^2 + 5x \quad \boxed{6}$$

$$\text{ھاۋكىشەى } x^2 - 4x - 21 = 0 \text{ بە رېڭاى تەۋاۋكردىى دووجا شىكارىكە.} \quad \boxed{7}$$

$$\text{ھاۋكىشەى } 2x^2 + 5x = 3 \text{ شىكارىكە.} \quad \boxed{8}$$

$$\text{جېڭۆركى نەخشە دووجاى } y = x^2 + 12x + 20 \text{ بە شۆۋەى پېۋانەىى بنووسە، ھاۋكىشەى} \quad \boxed{9}$$

تەۋەرى بېرگە ھاۋتاكە بنووسە.

$$\text{نەھرۆ ھاۋكىشەى بېرگەيەكى ھاۋتا بە شۆۋەى } y = -16x^2 + 32x + 5 \text{ نووسى. ھاۋكىشەكە} \quad \boxed{10}$$

بە شۆۋەى دووجاى تەۋاۋ بنووسە پاشان ھاۋكىشەى بېرگە ھاۋتاكە بە شۆۋەى پېۋانەى بنووسە.

يەستەۋە

## راھىنان وجىيە جېڭردن

ژمارەيەك بۇ بېرە دووجاكە زىيادىكە بۇ ئەۋەمى دووجاى تەۋاۋ دەستىكەۋىت.

$$x^2 - 8x \quad \boxed{13} \quad x^2 - 14x \quad \boxed{12} \quad x^2 + 10x \quad \boxed{11}$$

$$x^2 + 7x \quad \boxed{16} \quad x^2 + 13x \quad \boxed{15} \quad x^2 + 2x \quad \boxed{14}$$

ئەم ھاۋكىشانە بە رېڭاى تەۋاۋكردىى دووجا شىكارىكە.

$$x^2 + 2x = 13 \quad \boxed{18} \quad x^2 - 8x = 4 \quad \boxed{17}$$

$$0 = x^2 - 6x + 3 \quad \boxed{20} \quad x^2 - 5x - 1 = 4 - 3x \quad \boxed{19}$$

$$0 = x^2 - 3x - 6 \quad \boxed{22} \quad 0 = x^2 + 7x - 26 \quad \boxed{21}$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0 \quad \boxed{24} \quad x^2 + 7x + 10 = 0 \quad \boxed{23}$$

$$3x^2 - 2x - 12 = 0 \quad \boxed{26} \quad x^2 - x = 30 \quad \boxed{25}$$

$$0 = 3x^2 - 11x + 6 \quad \boxed{28} \quad -2x^2 + 14x + 60 = 0 \quad \boxed{27}$$

$$x^2 + 16x = 2 \quad \boxed{30} \quad -10 = x^2 - 8x + 2 \quad \boxed{29}$$

$$x^2 = 23 - 15x \quad \boxed{32} \quad 4 - x^2 = 10x \quad \boxed{31}$$

$$-32x = 16 - x^2 \quad \boxed{34} \quad 8x - 2 = x^2 + 15x \quad \boxed{33}$$

$$4x^2 - 8 = -13x \quad \boxed{36} \quad 2x^2 = 22x - 11 \quad \boxed{35}$$

ھەريەك لەم نەخشە دووجايانە بە پېۋانەىى بنووسە. پۇتانى سەرى بېرگە ھاۋتاكە ھاۋكىشەى تەۋەركەى بدۆزەۋە.

$$y = -x^2 + 2 \quad \boxed{38} \quad y = 3x^2 \quad \boxed{37}$$

$$y = x^2 + 8x + 11 \quad \boxed{40} \quad y = x^2 - 5 \quad \boxed{39}$$

$$y = -x^2 + 4x + 2 \quad \boxed{42} \quad y = x^2 - 6x - 2 \quad \boxed{41}$$

$$y = -3x^2 + 6x - 9 \quad \boxed{44} \quad y = x^2 + 7x + 3 \quad \boxed{43}$$

45 سئ نهخشه ی دوو جا بنووسه، سهرهکانی بکهونه سهر خالی (2, 5)

46 هاوکیشهی ئه و نهخشه دوو جایه بنوسه به خالی (1, 8) دا دهروات و سهرهکه ی خالی (2, 5) بیئت.

له پرسپارهکانی 47 و 48 وه لامة تهواوهکان بنووسه پاشان بو نزیکتیرین ده نزیکیکه وه.

47 نه اندازه دریژی لاکیشیه که 6m مهتری له پانیه که ی زیاتره. دریژی و پانیه که ی بدوزه وه

کاتی که پرویه ره که ی 50m دوو جا بیئت.

48 نهخشه ی  $w = x^2 - 12x + 210$  ئه و وزیه (به میگاوات) دهنویئت که ویستگه یه کی

به ره مهینانی کاره با به دهستی دینیت، کاتی که  $x$  کاته به کاتژمیر (له سفر تا 24)

ا له کام کاتژمیردا به ره مه ی ویستگه که مهترین ده بیئت؟

ب هیژی به ره مه هاتوو چهنده له وکاته دا؟

ج له کام کاتژمیردا وزیه ی به ره مه ی ویستگه که ده کاته 187 میگاوات؟

49 کوکردنه وه ی یارمه تی کوکه له ی خاوه ن پیدایستییه تاییه تییه کان سالانه هه لده ستیت به

سازدانی ئاههنگی که بو کوکردنه وه ی یارمه تی نهخشه ی  $P(t) = -16t^2 + 800t - 4000$

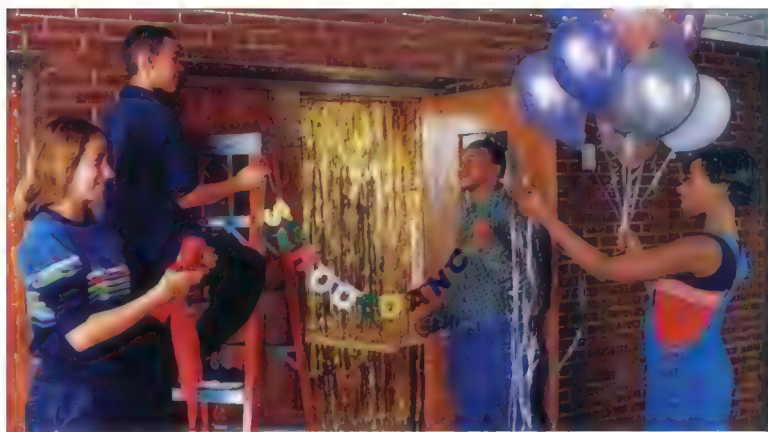
پوخته ی به های یارمه تییه کان (پاش خه رجییه کان) دهنویئت.  $p$  هیما ی به های

یارمه تییه کان به هه زار دینار و  $t$  هیما ی نرخ ی بلیتی هاتنه ژورره وه یه.

ا نرخ ی بلیتی که چهنده بو ئه وه ی گه وره ترین قازانج به ده ست بیئیت.

ب به های گه وره ترین قازانجه که چهنده؟

ج کوکه له که به چ نرخ ی بلیت بفروشیئت، بو ئه وه ی پوخته ی یارمه تییه که 5424 هه زار دینار بیئت.



## تیروانیی که بو دو اوه

نهم هاوکیشانه شیکاریکه.

20 = 6x - 10      52       $\frac{2(x+3)}{5} = x - 3$       51      5x + 3 = 2x + 18      50

به های نهخشه ی  $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$  هه ژمیر بکه کاتی که  $x = 2$  و کاتی که  $x = -2$       53

به های نهخشه ی  $f(x) = 7 - 4x$  هه ژمیر بکه کاتی که  $x = 2$  و کاتی که  $x = -3$       54





دەروازەيەك لەسەر پۆشنىبىرى ئىسلامى

كتىبى (الجبر والمقابلە) ى زانائى ئىسلامى خوارزمى بە پىشەنگى كىتەپكەكانى بەرايى جەبر دادەنرەيت لە جىهاندا. لە كىتەپكەيدا پىگايەكى بۆ شىكاركردىنى ھاوكىشەى دووجا بەكارھىناو، ھاوشىوۋەى پىگاي تەواوكردىنى دووجايە. بۆ شىكاركردىنى ھاوكىشەى  $x^2 + 12x = 45$  بە تەواوكردىنى دووجا، ھەلدەستىت بە ۋەرگرتنى چوارگۆشەيەك درىژى لايەكى  $x$  بىت و 12 لاكىشە درىژى يەكلىكان  $x$  وپانىيەكەى 1 بىت. ھەنگاۋى يەكەم : لاكىشەكانى دابەش كىردوۋە بۆ 4 كۆمەلەى 3 دانەى، پاشان ھەر كۆمەلەيەك لە لايەك لە لايەكانى چوارگۆشەكە دادەنرەيت ۋەك لە ۋىنەكەدا ديارە. پووبەرى ئەو شىوۋەى دەردەچىت. برىتيە لە  $x^2 + 12x$  واتا 45.

ھەنگاۋى دووۋە: بۆ تەواوكردىنى دووجا، تەنيا پىويستىت بە زيادكردىنى چوارگۆشەيەكە پووبەرەكەى  $3 \times 3$  واتا 9 لە ھەرگۆشەيەك لەگۆشەكانى شىوۋەكەو.

$$9 \times 4 = 36$$

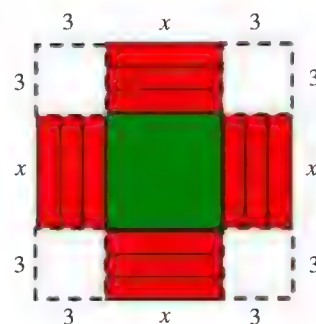
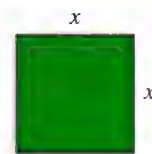
پووبەرى چوارگۆشەگەرەكە يەكسانە بە  $45 + 36 = 81$  لەوۋە بۆمان دەردەچىت كە درىژى لايەكى چوارگۆشەگەرەكە 9 يە ۋە ھەمان كاتدا درىژى لاگەرەكە يەكسانە  $6 + x = 3 + x + 3$  كەواتە  $6 + x = 9$  لەوۋەشەو  $x = 3$

پىگاي خوارزمى بەكاربىنە بۆ شىكاركردىنى ئەم ھاوكىشانە.

$$x^2 + 20x = 125 \quad 55$$

$$x^2 + 32x = 33 \quad 56$$

$$x^2 + 56x = 116 \quad 57$$



## شىكارکردنى ھاوكېشەى دووجا بە ياسا (دەستور)

### Solving Quadratic Function By Formula

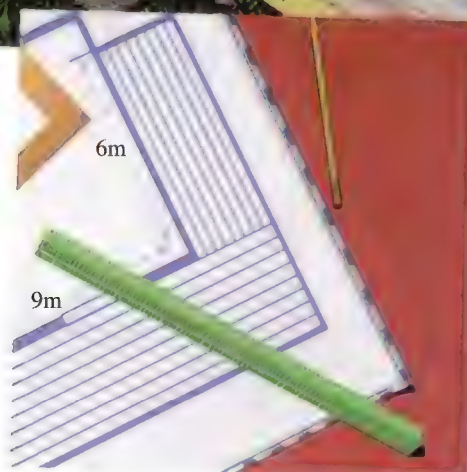


#### ئامانچەكان

- ياسا بۇ دۆزىنەۋەى پەگە
- راستىيەكانى ھاوكېشەى
- دووجا بەكار دىننىت.
- پەگەكانى ھاوكېشەكە بۇ
- دۆزىنەۋەى تەۋەرى بېرگەى
- ھاوتا بەكار دىننىت.



دەتۋانين ياساى شىكارى ھاوكېشەى  
دووجا بەكار دىننىت بۇ شىكارى زۆر لە  
پىداۋىستىيەكانى زىانى پۇژانەمان ۋەك  
دۆزىنەۋەى دوو دۈۋى رېرەۋى خانوۋ



خىزانى مام جوامىر بېرارىدا پېرەۋىك دروست بىكات  
بەھەر دوو لاتەنىشتى مائەكەيدا بېرات بە پانىيەكى  
نەگۈر. ئەم خىزانە ئەۋەندە كەرەستەى ھەيەكە  $45 m^2$   
لە پېرەۋەكە تەۋاۋ بىكات. پانى پېرەۋەكە پىۋىستە چەند  
بىت؟ دەتۋانين ياساى ھاوكېشەى دووجا بەكار دىننىت  
بۇ شىكارى ئەم پىرسىارە ئەگەر بىزانىت 6m, 9m دوو  
دۈۋى خانوۋەكەيە، دەتۋانين پىگەى تەۋاۋ كىردى  
دووجا بەكار دىننىت بۇ داتاشىنى ياساى شىكار كىردى  
ھاوكېشەى دووجا لە شىۋە گىشتىيەكەيەۋە.

#### جىيە جىكارىنەكان

#### بىناسازى

$$a \neq 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ھاوكېشەكە دابەشېكە بەسەر  $a$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

لەھەردوۋلا دەرىكە.  $\frac{c}{a}$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

بەزىاد كىردى دووجاى نىۋەى ھاوكۆلكەى  $x$  بۇ ھەر دوۋلا

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

ئەگەر  $b^2 - 4ac$  ژمارەيەكى سالب بىت، واتا ھىچ ژمارەيەكى راستى نىيە پاسادانى  
 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$  بىكات لەم بارەدا ھاوكېشەكە پەگە نىيە لە ژمارە راستىيەكاندا.  
ئەگەر  $b^2 - 4ac = 0$ ، ئەۋا  $x + \frac{b}{2a} = 0$  لەمەۋە  $x = -\frac{b}{2a}$ . ھاوكېشەكە دوو پەگە راستى  
يەكسانى ھەيە، بەھاي ھەريەكەيان دەكاتە  $-\frac{b}{2a}$ .  
ئەگەر  $b^2 - 4ac$  ژمارەيەكى مۇجەب، بىت ئەۋا: دوو پەگە راستى جىياۋازى ھەيە بەم شىۋەيە:

$$\text{پهگى دووجاى هەر دوو لا وەربگرە.} \quad \left(x + \frac{b}{2a}\right) = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

کورتبکەوه

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

لههەر دوولا کهمبکەوه  $\frac{b}{2a}$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

کورت بکەوه

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

بەم یاسایەش دەوتریت «یاسای دەستوور»

**Discriminator Of Quadratic Equation** بپى جیاکەرەوهى هاوکێشەى دووجا

بە بپى  $\Delta = b^2 - 4ac$  دەوتریت بپى جیاکەرەوهى هاوکێشەى دووجاى  $ax^2 + bx + c = 0$  کاتێک  $a \neq 0$ .

**Solving Quadratic Equation** شیکارکردنى هاوکێشەى دووجا

ژمارەى پەرگەکان لە کۆمەڵەى ژمارەى راستییەکان	بپى جیاکەرەوه
هاوکێشەکە پەرگى نییه لە کۆمەڵەى ژمارە راستییەکان	$\Delta < 0$
هاوکێشەکە دوو پەرگى یەكسانی هەیە $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$	$\Delta = 0$
هاوکێشەکە دوو پەرگى جیاوازی هەیە $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ و $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\Delta > 0$

یاسا بەکاربهێتە بۆ شیکارکردنى هاوکێشەى  $x^2 + 5x - 14 = 0$

نموونه

شیکار

ئەگەر  $x^2 + 5x - 14 = 0$  بەراورد بکەیت لەگەڵ شێوەى گشتى هاوکێشەى  $ax^2 + bx + c = 0$

دەبینین  $a = 1$  و  $b = 5$  و  $c = -14$ .

هاوکێشەکە بەم شێوەیە شیکاربکە:

1. هەژمیری بپى جیاکەرەوه بکە بە لەجیاتیدانانى هاوکۆلکەکان  $\Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 25 + 56 = 81$$

2. لەبەر ئەوەى بپى جیاکەرەوه مۆجەبە، کەواتە هاوکێشەکە دوو پەرگى جیاوازی هەیە کە

$$\text{ئەمانەن:} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-5 + \sqrt{81}}{2} \quad \text{و} \quad = \frac{-5 - \sqrt{81}}{2}$$

$$= 2 \quad \text{و} \quad = -7$$

هەولبەد بە بەکارهێنانى یاسا  $x^2 - 7x + 6 = 0$  شیکاربکە.

✓ خالى چاودىرى

هاوکێشەى  $x^2 + 5x - 14 = 0$  بە شیتەلکردن شیکاربکە، بۆ دۇنيابوون لە راستى وەلامەكەت سەیری نموونەى 1 بکە.

## نمونہ

2

به به کارهینانی یاسا هاوکیشی  $4x^2 = 8 - 3x$  شیکاریکه. دوو پهگه که به تهواوتی بنووسه، پاشان بو نزیکتین ده نزیکیکه وه.

شیکار

شیکاری پرسیاره کان

هاوکیشی  $4x^2 = 8 - 3x$  به شیوهی گشتی بنووسه بهمهش هاوکیشی  $4x^2 + 3x - 8 = 0$  مان دهست دهکه ویت که هاوکولکهکانی بریتین له  $a = 4$  و  $b = 3$  و  $c = -8$  ههژمیری بری جیاکه رهوه دهکهین به لهجیاتیدانان

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4 \times 4 \times (-8) = 9 + 128 = 137$$

بری جیاکه رهوه موجه به کهواته دوو پهگی جیاوازی هیه

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} & \text{و} & & x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2} \\ &= \frac{-3 - \sqrt{137}}{8} & \text{و} & & &= \frac{-3 + \sqrt{137}}{8} \\ &\approx -1.8 & \text{و} & & &\approx 1.1 \end{aligned}$$

ههولبد به به کارهینانی یاسا هاوکیشی  $2x^2 - 6x = -3$  شیکار بکه. پهگهکان به تهواوی بنووسه. پاشان بو نزیکتین ده نزیکیکه وه.

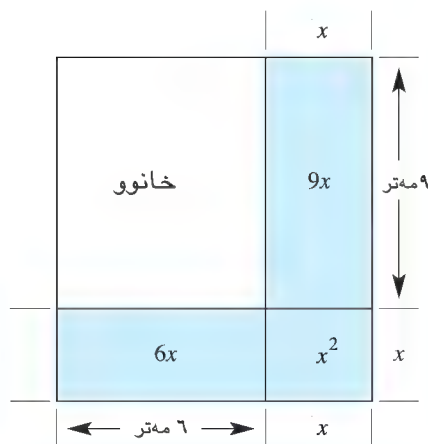
## نمونہ

3

به گه پانه وه بو سهرتای وانکه. پانی پرپه وه که دیاریکه. نهگه زانیت خیزانی جوامیر بهشی دروست کردنی  $54m^2$  که رستهی پیویستی هیه.

شیکار

جیبه جیکردنه کان



ئهو بری که پروبه ری رپه وه کهی دهنویت بریتیه له:

$$A(x) = x^2 + 9x + 6x = x^2 + 15x$$

داواکراو: شیکاری هاوکیشی  $x^2 + 15x = 54$  بکه هاوکیشه که به شیوهی گشتی بنووسه و هاوکولکهکانی دیاریکه.

$$a = 1 \text{ و } b = 15 \text{ و } c = -54$$

بری جیاکه رهوهی هاوکیشه که ههژمیریکه.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$= 225 - 4 \times 1 \times (-54) = 441$$

هاوکیشه که دوو پهگی جیاوازی هیه. چونکه بری جیاکه رهوه موجه به

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{-15 - \sqrt{441}}{2} & \text{و} & & x_1 &= \frac{-15 + \sqrt{441}}{2} \\ &= -18 & \text{و} & & &= 3 \end{aligned}$$

وهلامی راست 3 یه چونکه -18 ناگونجیت، دریژی بهسالب ناپیوریت.

ههولبد به گه پانه وه بو سهرتای وانکه پانی پرپه وه که بدوزه وه نهگه بهشی  $34m^2$  که رستهی پیویست

ههیت. له وانهکانی پیشووه وه ئهوت بو پرونبه وه که پهگهکانی هاوکیشی  $ax^2 + bx + c = 0$

بریتین له پوتانی ئاسوویی خالی یه کتر برینی هیلکاری پرونکردنه وهی نهخشه دوو جاکه ی

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ و تهوهری سینهکان.}$$



## Exploring Roots of Equations

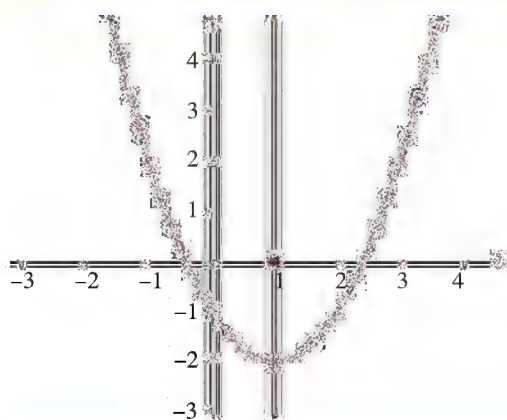
## دۆزینەوێی رەگی ھاوکیڤشەکان

- خشتهکه بنووسهوه وستونی دووهم و سێیهم تهواو بکه. هەردوو رەگی ھاوکیڤشەکه دیاریبکه.
- هێلکاری پرونکردنەوێی نهخشەکه، که رێساکە ی لای چهپی ھاوکیڤشەکه یه بکێشه، پۆتانی ئاسۆیی سەرەکه ی دیاریبکه پاشان دوا دوو ستوونی خشتهکه تهواوبکه.

ھاوکیڤشە	دوو رەگەکه	ناوەندی دوو رەگەکه	نەخشە ی پێناسە کراو به ھاوکیڤشەکه	جیکە و نە ی سینی سەرەکه ی
$x^2 + 2x = 0$	0, -2	-1	$d(x) = x^2 + 2x$	-1
$-x^2 + 4 = 0$				
$x^2 + 4x + 4 = 0$				
$2x^2 + 5x - 3 = 0$				
$-x^2 - x + 4 = 0$				

- به کورتی باسی دۆزینەوێی پۆی سینی سەری هێلکاری پرونکردنەوێی نهخشەکه ی دوو جابکه.

✓ خالی جاودێری



له وانه کانی پێشوو ئهوه فیڕبۆین که ئهگەر  $k$  پۆی سینی سەری برپگه هاوتاکه بێت ئهوا ( $x = k$ ) ھاوکیڤشە ی تهوهره که یه تی، له لایهکی تریشهوه به هۆی هاو جیبونی برپگه هاوتاکه به دهوری تهوهره که یدا، دهتوانیت ھاوکیڤشە ی تهوهره که ی بدۆزیتهوه، له رێگه ی ههژمیرکردنی ناوهندی هەردوو رەگەکه ی

$$k = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

ھاوکیڤشە ی تهوهره ی برپگه هاوتا بریتییه له  $x = -\frac{b}{2a}$

ھاوکیڤشە ی تهوهره ی هاو جیبوون و پۆتانی سەری نهخشە ی  $f(x) = 19 + 8x + 2x^2$  بدۆزهوه.

نۆونه

شیکار

رێسای نهخشەکه به شێوه ی گشتی بنووسه  $f(x) = 2x^2 + 8x + 19$  دهبینین که  $a = 2$  و  $b = 8$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{8}{4} = -2$$

پۆتانی سەری برپگه بریتین له  $x = -2$  و  $y = f(-2) = 2(-2)^2 + 8(-2) + 19 = 11$

خالی  $(-2, 11)$  سەری برپگه هاوتاکه دهنوینیت.

ههولبده ھاوکیڤشە ی تهوهره ی هاو جیبوون و پۆتانی سەری نهخشە ی  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  بدۆزهوه.

چی دهلییت دهرباره ی بری جیاکه رهوه ی ھاوکیڤشەکه ی دوو جابا دوو ژماره ی تهواو بن. بیرکردنەوێی رەخنەگرانه

## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 دوو پێگای جیاواز باسبکە بۆ دیاریکردنی پۆی سینی بۆ خالەکانی یەکتەرپرینی بڕگە هاوتای  $y = x^2 + 2x - 3$  لەگەڵ تەوهری سینی.
- 2 پێگەیهك باسبکە بۆ دیاریکردنی سەری بڕگە هاوتا.
- 3 پەيوەندی چيیه له نيوان سەری بڕگەى هاوتا وتەوهرەكەى؟

## راھبەننامە ئاراستە کراو

بە بەکارھێنانی یاسا، پەگەکانی ئەم ھاوکێشانە دیاریبکە.

- 4  $x^2 - 5x + 4 = 0$
- 5  $2x^2 - 5x = 3$
- 6 بە بەکارھێنانی یاسا ھاوکێشە دووجای  $3x^2 - 3x = 4$  شیکاریکە، پەگەکان بە تەواوی بدۆزەرەو، پاشان بۆ نزیکترین دە نزیکبکەو.

سەری بڕگە ھاوتاکە وھاوکێشەى تەوهرى ھاوجيپوونى بدۆزەرەو.

- 7  $f(x) = x^2 - x - 2$
- 8  $f(x) = 2x^2 - 12x + 11$

## راھبەننامە وجيە جێکردن

پەگەکانی ئەم ھاوکێشانە بە تەواوی بە بەکارھێنانی یاسا بدۆزەرەو (نزیکى مەكەو).

- 9  $x^2 + 7x + 9 = 0$
- 10  $x^2 + 6x = 0$
- 11  $(x+1)(x-2) = 5$
- 12  $(x-4)(x+5) = 7$
- 13  $t^2 - 9t + 5 = 0$
- 14  $x^2 - 3x - 1 = 0$
- 15  $x^2 + 9x - 2 = -16$
- 16  $x^2 - 5x - 6 = 18$
- 17  $5x^2 + 16x - 6 = 3$
- 18  $4x^2 = -8x - 3$
- 19  $3x^2 - 3 = -5x - 1$
- 20  $x^2 + 3x = 2 - 2x$
- 21  $x^2 + 6x + 5 = 0$
- 22  $x^2 + 10x = 5$
- 23  $-2x^2 + 4x = -2$
- 24  $5x^2 - 2x - 3 = 0$
- 25  $-6x^2 + 3x + 19 = 0$
- 26  $-x^2 - 3x + 1 = 0$

بۆتانی سەری بڕگە ھاوتاکان وھاوکێشەى تەوهرى ھاوجيپوونى بنووسە.

- 27  $y = 7x^2 + 6x - 5$
- 28  $y = x^2 + 9x + 14$
- 29  $y = 3 + 7x + 2x^2$
- 30  $y = 10 - 5x^2 - 15x$
- 31  $y = 3x^2 + 6x - 18$
- 32  $y = 14 + 8x - 2x^2$
- 33  $y = 4 - 10x + 5x^2$
- 34  $y = -x^2 - 6x + 2$
- 35  $y = 3x^2 + 21x - 4$
- 36  $y = -2x^2 + 3x - 1$

$$y = -2x^2 + 8x + 13 \quad 38$$

$$y = -1 - 8x + 12x^2 \quad 40$$

$$y = 2x - 2 + x^2 \quad 42$$

$$y = 9 - 3x^2 \quad 44$$

$$y = 5x^2 + 2x - 3 \quad 46$$

$$y = 3x^2 - 18x + 22 \quad 37$$

$$y = 3x - 2x^2 + 2 \quad 39$$

$$y = 7x^2 - 12x + 2 \quad 41$$

$$y = 4x^2 - 3x - 8 \quad 43$$

$$y = 5x - x^2 \quad 45$$

47 ئەگەر يەككە لە رەگەكانى ھاوكيشە  $ax^2 + bx + c = 0$  ھەلگەراوى رەگەكەى ترى بىت ئەوا بيسەلمىنە  $a = c$ .

48 بۇ خوشى كالى چەند ياريىەكى ئاگرىنى بە شيوہەكى ستوونى بۇ ئاسمان ھەلدا بە خىرايى سەرھەتايى  $58.8 \text{ m/t}$  دەتوانىت نەخشەى  $h(t) = -4.9t^2 + 58.8t$  رىساي بەرزى بىت پاش  $t$  چرکە.

ا كاتى پىويست چەندە؟ بۇ ئەوہى ياريىە ئاگرىنەكە گەرەترىن بەرزى ھەبىت.

ب گەرەترىن بەرزى چەندە؟ كە ياريىە ئاگرىنەكە دەيگاتى.

49 پيشە سازى سەرۆكى دەستەى بەرپوہبردنى كارگەيەك داواى لە يەككە لە پايژكەرەكانى كرد بەھاي فروشتنى گولدانىكى بۇ ديارىبكات. پايژكارەكە داوى شيكرەنەوہى تىچوون وداواكارى بەكاربەرەكان لەسەر گولدان. ئەويش گەيشتە دانانى نەخشەيەك كە قازانجى كارگە بنويىت: نەخشەكە برىتى بوو لە  $P(x) = -0.3x^2 + 75x - 2000$  كاتىك  $x$  بەھاي فروشتنى يەك گولدان بىت.

ا نرخی فروشتنى يەك گولدان چەندە؟ بۇ ئەوہى زۆرتىن قازانج دەستبەويىت.

ب نرخی گەرەترىن قازانج چەندە؟

ج نرخیەكانى فروشتن چەندن كاتىك قازانج دەبىت بە سفر.

د بەھاكاني  $x$  چەندن بۇ ئەوہى كارگەكە قازانج بكات؟

ه بەھاكاني  $x$  چەندن كە كارگەكە توشى زەرەر دەكات؟

## روانىيىك بۇ دواوہ

ھاوكيشەى ئەو راستەھيئلەنە بە شيوى  $y = mx + b$  بنووسە كە بەخالى دراودا دەپوات و ستوونە لەگەل راستەھيئلە دراوہكە.

$$2x - y = 1 \quad \text{و} \quad (4, -6) \quad 51$$

$$y = x - 5 \quad \text{و} \quad (-2, 3) \quad 50$$

ھاوكيشەى نەر راستەھيئلەنە بە شيوہى  $y = mx + b$  بنووسە كە بەخالى دراودا دەپوات و تەريبە بە راستەھيئلە دراوہكە.

$$5x = 4 - y \quad \text{و} \quad (-4, -2) \quad 53$$

$$y = -3x + 12 \quad \text{و} \quad (8, -1) \quad 52$$

ئەم لاسەنگانە شيكارىكە و كۆمەلەى شيكار لەسەر تەوہرەى ژمارەكان بنويىنە.

$$|x - 3| < 5 \quad 55$$

$$|x + 6| > 2 \quad 54$$

$$|8 - 2x| \geq 6 \quad 57$$

$$|-4x| \leq 8 \quad 56$$

## روانىيىك بۇ پيشەوہ

58 نايادەتوانىت كۆمەلە شيكارىك بۇ ھاوكيشەى  $2x^2 + 5x + 6 = 0$  بدۆزىتەوہ لە كۆمەلەى ژمارە راستىيەكاندا؟ ئەمە باسبەكە بە پشت بەستىن بە ياسا (دەستوور) شيكارى ھاوكيشە دووجاكان.

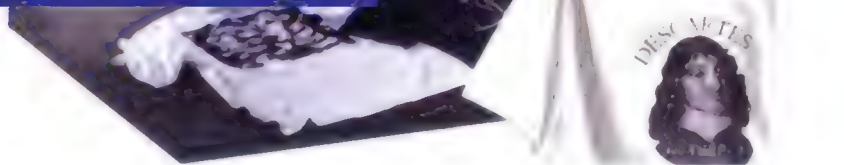
## لاسهنگه دووجاكان Quadratic Inequalities



### نامانجهكان

- لاسهنگه دووجاكان
- دهناسيټ وشيكاريان دهكات
- و كۆمهله شيكاريان به
- پوونكردهوهيى دهنوئيټ.

زۆر له پيداويستيهكانى رۆژانهمان وهك  
نهوانهي پهيوهنديان به قازانجى بازرگانيهوه  
ههيه به پيى ئيچوون وداهاى دهتوانين له ريگاي  
لاسهنگهيهكى دووجاوه چارهسەريان بكهين



سۆزان كراس ده دوريت و دهيانفرۆشيت. براكهى ليكولينهوهيهكى ئهجامدا له سه ر تيچوون و نرخ  
وداهاى به دينار، بينى تيچوونى مانگانه  $p$  و نرخى كراس  $C$  ئه م پهيوهنديه ده به سترينهوه:  
 $C(p) = 75p + 2500$

ههروهها داهاى  $R$  و نرخ  $P$  ئه م پهيوهنديه دهيانبه سترينهوه  $R(p) = -25p^2 + 700p$  به م شيويه  
قازانجى سۆزان به پيى پهيوهندي نيوان قازانج  $G$  و نرخى فرشتن  $P$  ديارى دهكرت:

$$\begin{aligned} G(p) &= R(p) - C(p) \\ &= -25p^2 + 700p - (75p + 2500) \\ &= -25p^2 + 625p - 2500 \end{aligned}$$

پيويسته سۆزان چۆن نرخى كراسيڪ دياريبكات بۆئهوهى قازانجى دهسته ويټ. يان بيركاريانه،  
سۆزان چۆن به هاى گۆراوى  $p$  ههله ده بژيريت بۆ پاسه دانى ئه م لاسهنگه  $-25p^2 + 625p - 2500 > 0$

### چالاكى

### Exploring Quadratic Inequalities

### دۆزينه وهى لاسهنگه دووجاكان

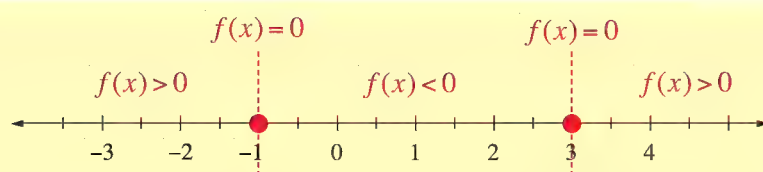
X	Y
-2	5
-1	0
0	-3
1	-4
2	-3
3	0
4	5

پيويستيت به بژميڙى پوونكردهوهيى دهبيټ .  
خشتهى بهرامبه ر به هاكانى نهخشه  $f(x) = x^2 - 2x - 3$   
دياريدهكات كه گۆراوى  $x$  و هه ر دهگريټ له نيوان -2 و 4  
ئهگه ر له خشتهكه ووردهبينهوه سى باري جياواز دهبينريټ:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \quad \text{ئهگه ر } x = -1 \quad \text{يان } x = 3 \\ f(x) &> 0 \quad \text{ئهگه ر } x < -1 \quad \text{يان } x > 3 \\ f(x) &< 0 \quad \text{ئهگه ر } -1 < x < 3 \end{aligned}$$







1. ئەم خىستەيە بنووسەو و تەواۋى بىكە بەھاكانى  $x$  كامانەن كە پاسادانى ھاۋكىشەكە دەكەن. بەھاكانى  $x$  كامانەن كە پاسەدانى لاسەنگەكە دەكەن.

بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) < 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) > 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەكانى يەكتەر بېرىنى ھېلى پوونكرىدەنەۋەيەكە لەگەل تەۋەرى سىنىيەكان	نەخشە
			2	$f(x) = x^2 - 4$
				$f(x) = -x^2 + 2x + 3$

2. ھەمان كارى پېشوو دووبارەبىكەو.

بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) < 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) > 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەكانى يەكتەر بېرىنى ھېلى پوونكرىدەنەۋەيەكە لەگەل تەۋەرى سىنىيەكان	نەخشە
			1	$f(x) = x^2$
				$f(x) = -x^2$

3. ھامان كارى پېشوو دووبارەبىكەو.

بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) < 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) > 0$	بەھاكانى $x$ كاتىك $f(x) = 0$	ژمارەى خالەكانى يەكتەر بېرىنى ھېلى پوونكرىدەنەۋەيەكە لەگەل تەۋەرى سىنىيەكان	نەخشە
			0	$f(x) = -x^2 + x - 1$
				$f(x) = x^2 + x + 3$

ا) ئەگەر ھېلكارى نەخشەيەك تەۋەرى سىنى لى دوو خالدا بېرىت، ئەوا تەۋەرى سىنى

دابەش دەكات بۇ ————— ماۋەى جىاۋاز.

ب) ئەگەر ھېلكارى نەخشەيەك تەۋەرى سىنىيەكان لى يەك خالدا بېرىت، ئەوا تەۋەرىكە

دابەش دەكات بۇ ————— ماۋەى جىاۋاز.

ج) ئەگەر ھېلكارى نەخشەيەك تەۋەرى سىنى نەبېرىت، ئەوا تەۋەرى سىنى دابەش دەكات

بۇ ماۋەى جىاۋاز. —————

✓ خالى چاۋدىرى

دەتوانىت كۆمەلەى شىكارى لاسەنگە دوۋجاكە بە ھۆى دىيارىكرىدى پەگەكانى ھاۋكىشە دوۋجاكە يان لى پىگاي ھېلكارى پوونكرىدەنەۋەيەى نەخشە دوۋجاكەو بەدۆزىتەو.

## نمونە

1

لاسەنگەي  $x^2 - 2x - 15 \geq 0$  شىكارىكە كۆمەلەي شىكار لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

شىكار

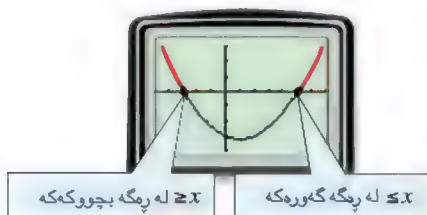
ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشە دووجاي پەيوەست بە لاسەنگەكەوھ دياردەخات كە كۆمەلەي شىكار لەدوو بەش پىكدىت.

$x \geq$  پمگە بچووكەكە يان  $x \leq$  پمگە گەرەكە.

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x+3)(x-5) = 0$$

$$x = -3 \text{ يان } x = 5$$



كەواتە كۆمەلە شىكارى لاسەنگەكە برىتييە لە كۆمەلەي بەھايەكانى  $x$  كە پاسادانى  $-3 \leq x$  يان  $x \geq 5$



ھەولبە

لاسەنگەي  $x^2 - 8x + 12 \geq 0$  شىكارىكە و كۆمەلەي شىكارىكە لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

## نمونە

2

بەگەرپانەوھ بۆ سەرەتايى وانەكە، پيوستە چۆن سۆزان نرخى كراسى  $p$  ديارىبكات بۆ دەستكەوتنى قازانچ؟

شىكار

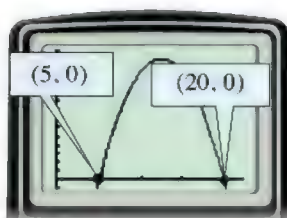
$$-25p^2 + 625p - 2500 = 0$$

$$\Delta = 625^2 - 4 \times (-25) \times (-2500) = 140625$$

$$p = \frac{-625 \pm 375}{-50} = \begin{cases} 5 \\ 20 \end{cases}$$

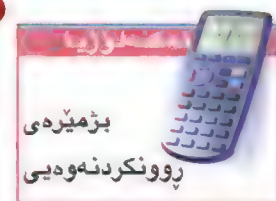
بىرى جياكەرەوھى ھاوكىشەكە:

ھەردوو پمگەكە برىتين لە



$$y = -25x^2 + 625x - 2500$$

لە ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشەكەوھ  $y = -25x^2 + 625x - 2500$  دەرەكەوئ سۆزان قازانچ دەكات ئەگەر نرخى كراسىك لە نيوان 5 و 20 ھەزار دیناردا دابنىت.



نايا سۆزان قازانچ دەكات ئەگەر نرخى كراسىك بە 20 ھەزار دینار دابنى؟



خالى جاويدىرى

## نمونە

3

لاسەنگەي  $x^2 - 2x + 3 \leq 0$  شىكارىكە و كۆمەلەي شىكار لەسەر ھېلى ژمارەكان بنوینە.

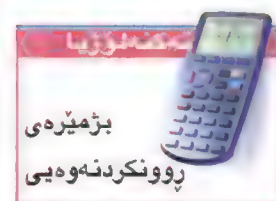
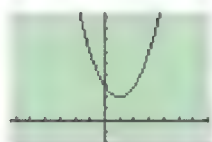
شىكار

ھېلگارى پوونكردنەوھىي نەخشە دووجاي پەيوەست بە لاسەنگەكەوھ دەرىدەخات

كە بەھاي نەخشەكە موجهە، بەھاي گۆراوى  $x$  ھەرچەندىك بىت.

واتە ھىچ بەھايەك بۆ گۆراني  $x$  نىيە پاسادانى لاسەنگەكە بكات. دەتوانين بلين

كۆمەلەي شىكارى لاسەنگەكە، كۆمەلەي بەتالە.



## به رده و امبون له بير كاريدا

- 1 پوونبكه وه چوڻ لاسهنگه ي  $x^2 - 2x - 8 \geq 0$  شيكاردهكهيت.
- 2 پوونبكه وه چوڻ هيلكاري پوونكرده وه يي بو شيكاري لاسهنگه ي  $x^2 - 2x - 8 > 0$  يارمه تيت ده دات.
- 3 پوونبكه وه چوڻ شيكاري لاسهنگه ي  $(x-2)^2 < 0$  به بي بهكاره يڼاني هيلكاري پوونكرده وه يي ده دوزيته وه.

## راڻيڼاني ټاراسته كراو

- 4 لاسهنگه ي  $x^2 - 7x + 12 \geq 0$  شيكاريكه وكمه له ي شيكار له سر هيلكي ژمارهكان بنويڼه.
- 5 به ها ته واره كاني  $x$  كامانه؟ كه پاساداني  $-2x^2 + 25x - 72 > 0$  دهكهن.

## راڻيڼان وجيښه جيكردن

نهم لاسهنگانه شيكاريكه وكمه له ي شيكار له سر هيلكي ژمارهكان بنويڼه.

- |                       |    |   |    |
|-----------------------|----|---|----|
| $-x^2 + 5x - 6 > 0$   | 7  | $x^2 - 1 \geq 0$                        | 6  |
| $x^2 - 4x - 5 < 0$    | 9  | $x^2 - 8x + 12 \leq 0$                  | 8  |
| $50 - 15x > -x^2$     | 11 | $x^2 - 7x + 10 \leq 0$                  | 10 |
| $x^2 - x - 12 \leq 0$ | 13 | $x^2 \leq \frac{3}{4} + x$              | 12 |
| $x^2 - 4x - 12 > 0$   | 15 | $-x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{5}{9} > 0$ | 14 |
| $x^2 + x - 6 \leq 0$  | 17 | $x^2 - 2x - 99 > 0$                     | 16 |
| $x^2 \leq 7x - 6$     | 19 | $x^2 - x + 20 < 0$                      | 18 |
| $10 - x^2 \geq 9x$    | 21 | $x^2 + 35 > -12x$                       | 20 |
| $x^2 + 3x - 18 > 0$   | 23 | $x^2 + 10x + 25 > 0$                    | 22 |
| $x^2 + 6x \geq 7$     | 25 | $x^2 - 2 > x$                           | 24 |
| $-x^2 + 3x + 6 < 0$   | 27 | $15 - 8x \leq -x^2$                     | 26 |
| $x^2 + 5x - 7 < 4x$   | 29 | $4x - 1 > 8 - x^2$                      | 28 |

- 30 نه خشيكي دووجا  $f(x)$  بنوسه كه پاساداني  $f(x) \geq 0$  بكات بو بهاكاني  $x$  كه دهكه ويته نيوان 2 و 6 به بهاي هردو ژمارهكه شهوه.

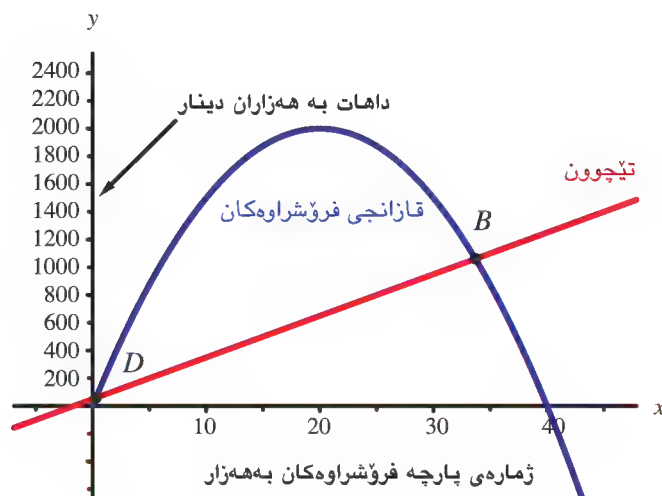
- 31 لاسهنگه يكي دووجا بنوسه كاتيڪ كومه له ي شيكارهكه ي نهو بهايانه ي  $x$  بن كه پاساداني  $x < 3$  يان  $x > 7$  دهكهن.

به رهنكاري وونه وه

**وەرز** لەسەرەتای دەست پێکردن لە یاری سەبەتەدا، ناویژوان تۆپەکە بە شێوەیەکی ستوونی ھەڵدەدا. نەخشەی دووجای  $h(t) = -16t^2 + 24t + 5$  نمونەییەکی بیرکارییە بۆ بەرزى تۆپەکە بە پێى کات، کاتی  $h$  بەرزى تۆپەکە و  $t$  کات بنوینیت، دیاریبکە لە کام دوو چرکەدا بەرزى تۆپەکە لە 9m بەرزتر دەبێت؟

**بازرگانی** نەخشەی  $y = -0.1x^2 + 8x - 50$  نمونەییەکی بیرکاریانەییە کە قازانج لە فرۆشتنی  $x$  یەکە لەبەرھەمییکی پیشەسازی دەنوینیت. کەمترین یەکەى فرۆشراو چەند بێت بۆ ئەوێ فرۆشیارکە قازانج بکات؟

**بازرگانی** یەكێك لە كۆمپانیایەكان لێكۆڵینەوێتی ئەنجامدا بۆ تیچوونی بەرھەم و فرۆشتنی یەكێك لە بەرھەمەکانی، گەیشته ئەوێ کە نەخشەی  $C(x) = 50 + 30x$  نمونەییەکی بۆ تیچوونی بەرھەم ھێنان و نەخشەی  $R(x) = 5x(40 - x)$  نمونەییەکی بۆ داھاتی فرۆشتن، کاتی  $x$  ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان بێت بە ھەزاران. بەلام قازانجی بە دەستھاتوو ئەم نەخشەییە دەنوینیت  $P(x) = R(x) - C(x)$  ئەم ھێلکارییە بەکاربھێنە بۆ وەلام دانەوێ پرسیارەکان.



أ ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان لە نۆوان کام دوو بەھایەدا دەبن بۆ دەست کەوتنى قازانج.

ب ژمارەى پارچە فرۆشراوەکان چەند دەبن بۆ ئەوێ زۆرترین قازانج بکریت.

ج ئایا گەورەترین تیچوون ھەییە کە ناکریت لێی تیپەربێت؟ پوونیکەو.

د ھێلکاری پوونکردنەوێی نەخشەی قازانج بکێشە.

ه لەسەرەتای کام ھێندەى فرۆشراو كۆمپانیاکە دەست بە زەرەرکردن دەکات.



## روانیټیک بۆ دواوه



هێلکاری پروونکردنهوهیی ئەم پهیوهندیانه بکێشه، ئایا پهیوهندییهکه نهخشه دهنوێتین یان نا

$$y = |x| \quad 35$$

$$x = |y| \quad 36$$

$$x = y^2 \quad 37$$

ئەم هاوکێشانه شیکاریکه به هۆی نووسینی رهگه که به تهواوی.

$$-2x^2 = -16 \quad 38$$

$$-3x^2 + 15 = -6 \quad 39$$

$$32 = 2x^2 - 4 \quad 40$$

## روانیټیک بۆ پێشهوه



بەهای  $b$  دیاریبکە بە جوړیک هێلکاری نهخشه  $y = x^3 - 2x^2 + 3x + b$  بهخالی (1,9) 41

دابڕوات.

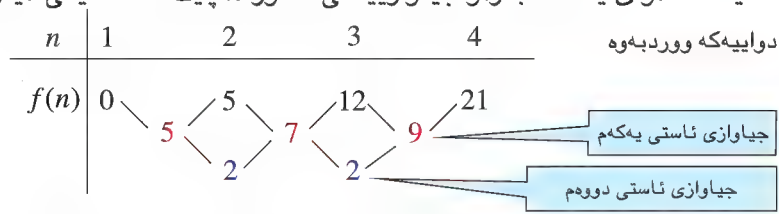
پاسادانی وهلامهکەت بکە به له جیاتیدانانی بههای  $b$  به بهای دیاریکراوهکه. هێلکاری پروونکردنهوهیی نهخشهکه بکێشه.

# جیاوازی چیە؟

زۆر لەیەک بەدواوە ژیان دەکەن، ئەمەش یەکەم پێک دێت کە پێناسە کراوە. لەیەک بەدواوە  
دوو جیاوازی ژیان دەکەن.

$n$	1	2	3	4	5	6	7	...	$n$
$S(n)$	1	4	9	16	25	36	49	...	$n^2$

پادە یەکەمەکان لەم یەک لەدواوە یەکەدا بریتین لە  $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2$  لە پادە  
یەکەمەکانی ئەم یەک بەدواوە یەکە دەبینین ئەو پادە یەکە  $n$  بێت بریتییە لە  $n^2$ ،  
لەوێشەوە دەتوانین بڵێین ئەخەشە  $f(x) = x^2$  ئەو یەک بەدواوە یەکە دروست دەکات کە پادە  
نۆییهکە  $f(n) = n^2$  ئەویش بە لەجیاتیدا نانی ژمارە سێ شتی  $n$  بە گۆراوی  $x$ .  
چۆن ئەخەشە پێکدەهێنی لەیەک بەدواوە یەکە کێکەو کە پادە یەکەمەکانی زانراو بێت؟ یەکە لەو  
پێگایانە، پێگای کۆتاییە جیاوازییەکانە. دەتوانیت ئەم پێگایە بە کاربێت کاتی تێبینی دەکەیت  
کە یەک لەدواوە یەکە بەرەو جیاوازییەکی نەگۆر دەچێت لە ئاستێکی دیاریکراودا. لەم یەک لە



سەرئێشە ئەو بەدە کە جیاوازییەکان لە ئاستی دوو هەمدا یەکسانن. ئەمەش وایان لێ دەکات لەم  
بارەدا بەدواوە ئەخەشە یەکە دوو جیاوازی بگەرێن بۆ پێکدەهێنی یەک لەدواوە یەکە.  
بنووسە و هەڵبە بەهێڵەکان بە کارهێنانی بەهێڵەکانی  $n$  و پادەکانی بەرامبەری  
بدۆزیتەوه.

$$f(n) = an^2 + bn + c$$

$$f(1) = a(1)^2 + b(1) + c = a + b + c$$

$$f(2) = a(2)^2 + b(2) + c = 4a + 2b + c$$

$$f(3) = a(3)^2 + b(3) + c = 9a + 3b + c$$

$$f(4) = a(4)^2 + b(4) + c = 16a + 4b + c$$

$n$	1	2	3	4
$f(n)$	$a+b+c$	$4a+2b+c$	$9a+3b+c$	$16a+4b+c$

$3a+b$        $5a+b$        $7a+b$   
 $2a$        $2a$

بەراورد کردنی ئەم خەشە لەگەڵ خەشە جیاوازییەکان پێگە دەدات بە نووسینی ئەو هاوکێشە  
کە هاوکۆڵەکی ئەخەشە دوو جیاوازی پاسادانی دەکەن.

$$2a = 2 \qquad 3a + b = 5 \qquad a + b + c = 0$$

سیستەمی ئەو ھاوکیشانە بە دەستت ھێناو بە لەجیاتیدانان شیکاریکە.

•  $2a = 2$       کەواتە  $a = 1$

•  $3a + b = 5$       کەواتە  $b = 2$

$3 + b = 5$

•  $a + b + c = 0$       کەواتە  $c = -3$

$1 + 2 + c = 0$

پوختە ئێمانە پێشوو نەخشە  $f(n) = n^2 + 2n - 3$  پێکدێنیت کە یەک لەدوای یەکە درووەکە لێو دروست دەبێت.

لە ئەنجامەکە دُنیا بە بە لەجیاتى دانانى بە ھاى  $n$  بە بە ھاکانى 5 و 6 و 7 ئەگەر بزانییت یەک لە دوای یەکەکە بریتى بە 0, 12, 21, 32, 45, 60, ...

### چالاکى 1 ديارىکردنى نەخشە دووجاگان

چەند کۆمەڵە یەک لە دوو خوێندکار یان زیاتر پێکبەنێنە و سەرۆکێک بۆ ھەر یەکێکیان دا بنی. سەرۆکەکە دوور لە ھاوڕێکانى، نەخشە یەکی دووجا ھەڵدەبژێرێت کە ھاوکرۆلکەکانى ژمارەى تەواو بن و بەکارى دەھێنێت بۆ دروستکردنى یەک بەدوای یەکێکی 5 ژمارەیی. سەرۆکەکە یەک بەدوای یەکەکە پیشاندانى ئەندامانى کۆمەڵەکە دەدات، داواى دۆزینەوێ نەخشەکەیان لێدەکات.

### چالاکى 2 ديارىکردنى ھاوکیشەى دووجا بۆ ژمارە شەشەکان

ئەندازى یاریەکی تەلار سازى دیزاینى تەلاریکی واکێشاو وەک لە وێنەکەدا دیارە ئەگەر سەیری تەلارەکە بکەیت شەش لاریکەکانى تیا دەبینێت کە ھەر یەکێکیان لەناو ئەوى تریاندا یە ئەم دیمەنەش وەک یەک بە دوایەکیک لە ژمارەکاندا دەنویێت. ئەگەر  $n$  ژمارەى خالەکان بێت لە ھەر لایەکی شەش لاکاندا، ئەوا ژمارەکانى یەک بەدوای یەکەکە ژمارەى خالەکان دەنویێت لە ھەر شێو یەک لە شێو ئەندزەییەکان.



چوار ژمارەى یەكەم لەم یەك بەدوایەكە بنووسە و رێگای کۆتایی جیاوازیەکان بەکاربەنێنە بۆ دۆزینەوێ نەخشە یەك کە لە یەك بەدوایەكەکە پەیدا دەبێت.

# پیداچوونهوهی بهش

$$f(x) = -3x^2 - 6x - 7 \quad 22$$

نهم هاوکیشانه به پیگای یاسا شیکاریکه.

$$x^2 - 7x = -10 \quad 23$$

$$6x = 2 - 5x^2 \quad 24$$

$$x^2 = 1 - x \quad 25$$

$$2x + 1 = 2x^2 \quad 26$$

$$x^2 + 6x = -8 \quad 27$$

$$11x = 5x^2 - 3 \quad 28$$

$$x = 6x^2 - 3 \quad 29$$

$$3 = x^2 + 5x \quad 30$$

پوتانی سهری نهم برکانه دیاریکه.

$$f(x) = x^2 + 7x + 6 \quad 31$$

$$f(x) = x^2 - x - 12 \quad 32$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \quad 33$$

$$f(x) = x^2 + 12x + 5 \quad 34$$

ژمارهی رهگهکانی نهم هاوکیشانه دیاریبکه به بهکارهیتانی جیاکهرهوه

$$4x^2 - 20x = -25 \quad 35$$

$$9x^2 + 12x = -2 \quad 36$$

$$x^2 = 21x - 110 \quad 37$$

$$-x^2 + 6x = 10 \quad 38$$

دریژی لا نه زانراوده که لهه سیگوشه وهستاوه بدوژهوه. وه لامهکته بو نزیکتیرین ده نزیکبهوه.

$$b = 5; a = 4 \quad 39$$

$$a = 1; c = 4 \quad 40$$

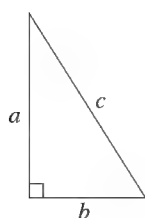
$$c = 12; b = 7 \quad 41$$

$$c = 15; a = 12 \quad 42$$

$$b = 5; c = 25 \quad 43$$

$$a = 6; b = 6 \quad 44$$

$$c = 5.8; b = 3.2 \quad 45$$



نهم نهخشانه لهسهر شیوهی گشتی بنووسه و دیاریکه که نهخشهی دووجان.

$$f(x) = -(x+1)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = 4(2x-1)(3x+2) \quad 2$$

ویتهی پروونکردنهوهی نهم نهخشانه بکیشه و پوتانی سهری نهخشه که بهنزیکراوهی دابنی:

$$f(x) = -x^2 + 3x - 1 \quad 3$$

$$f(x) = 5x^2 - x - 12 \quad 4$$

نایا نهم برکه هاوتایانه بو سهرهوه یان خوارهوه کراوهن؟ نایا نهخشه که بههای گهرهترین یان بچووکتیرینی ههیه؟

$$f(x) = -x^2 - x - 1 \quad 5$$

$$f(x) = (x-3)(x+2) \quad 6$$

نهم هاوکیشانه شیکاریکه وشیکاری تهواو بنووسه که نزیکرایتهوه بو نزیکتیرین بهش له سه.

$$3x^2 = 60 \quad 8 \quad x^2 = 8 \quad 7$$

$$x^2 + 4 = 9 \quad 10 \quad x^2 - 3 = 46 \quad 9$$

$$(x-5)^2 = 48 \quad 12 \quad (x-3)^2 = 64 \quad 11$$

$$6(x+2)^2 = 30 \quad 14 \quad 7(x+1)^2 = 54 \quad 13$$

نهم هاوکیشانه به شیتهلکردن شیکاریکه.

$$x^2 - 10x + 24 = 0 \quad 15$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0 \quad 16$$

$$6t^2 + 11t - 10 = 0 \quad 17$$

نهم هاوکیشانه به تهواوکردنی دووجا شیکاریکه.

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad 18$$

$$x^2 - 7x - 8 = 0 \quad 19$$

$$4x^2 + 4 = 17x \quad 20$$

نهم نهخشانه به شیوهی پیوانهیی بنووسه وپوتانی سهرهکانی بنووسه.

$$f(x) = 2x^2 - 16x + 33 \quad 21$$





## تاقىکردنەۋەى بەش

ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بە تەۋاۋىردىنى دووجا شىكارىكە

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 14$$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0 \quad 15$$

ئەندازە: ئەگەر پۈۋبەرى سىڭۇشەيەك 30 مەتر دووجا

بىت، ۋەرزىيەكە 4 مەتر لە درىژى بىنكەكەى كەمتر

بىت. درىژى بىنكە ۋەرزىيەكەى بدۆزەۋە.

ئەم ھاۋكىشە دووجايانە بە ياسا شىكارىكە.

$$x^2 - 2x - 5 = 0 \quad 17$$

$$-3x^2 + 15 = 12x \quad 18$$

ھاۋكىشەى تەۋەرەى ھاۋجىۋوون و پۇتانى سەرى بىرگە

ھاۋتايەكان بنووسە.

$$y = x^2 - 7x + 10 \quad 19$$

$$y = 3x^2 + 18x + 6 \quad 20$$

بىرى جياكەرەۋە بەكارىيەنە بۇ دىارىكرىنى ژمارەى

پەگەكانى ئەم ھاۋكىشە دووجايانە.

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \quad 21$$

$$-3x^2 = 5 + 3x \quad 22$$

$$4x^2 = 27 \quad 23$$

ئەم لاسەنگە دووجايانە شىكارىكە وشىكارەكە لەسەر

تەۋەرەى ژمارەكان بنوۋتە.

$$x^2 - x - 12 > 0 \quad 24$$

$$-2x^2 + 4x + 6 \geq 0 \quad 25$$

$$2 \leq x^2 + 4x - 3 \quad 26$$

$$1 > -x^2 - 2x - 6 \quad 27$$

رېئىساي ئەم نەخشانە بەشىۋە گشتى  $f(x) = ax^2 + bx + c$

بنووسە ۋەاكۇلكەكانى دىارىيكە. پۈۋى كرانهۋەى بىرگە

ھاۋتاكە دىارىيكە ۋەايا سەرەكانى گەۋرەترىن يان

بچوۋىكرىن بەھاي ھەيە.

$$f(x) = (x+3)(x-4) \quad 1$$

$$f(x) = -5(x+1)(x-7) \quad 2$$

$$f(x) = -2(x+3)(3x) \quad 3$$

ھەر يەك لەم ھاۋكىشە شىكارىكە بە نووسىنى رەگە

تەۋاۋەكەى، پاشان نىكىيكەۋە بۇ نىكىكرىن بەش لە سەد.

$$(x-7)^2 = 12 \quad 5 \quad 3x^2 = 81 \quad 4$$

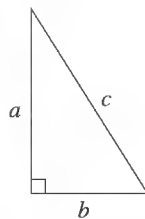
درىژى لاي سىيەمى ئەم سىڭۇشە گۆشە ۋەستائە

بدۆزەۋە بۇ نىكىكرىن دە نىكىكەۋە.

$$b = 9 : a = 7 \quad 6$$

$$c = 4 : a = 2 \quad 7$$

$$c = 9.2 : b = 8 \quad 8$$



شىتەلكرىن ولىكانى سقرى بەكارىيەنە بۇ دۆزىنەۋەى

سقرى ئەم نەخشە دووجايانە.

$$f(x) = -x^2 - 9x \quad 9$$

$$f(x) = 4x^2 - 64 \quad 10$$

$$f(x) = 4x^2 - 4x + 1 \quad 11$$

$$f(x) = x^2 - 3x - 10 \quad 12$$

بىردۆزى ژمارەكان: ئەگەر ئەنجامى لىكانى دوو

ژمارە 90 بىت ژمارەيەكيان 3 ى زياتر بىت لە دوو

تەۋەندى ئەۋى تريان. ھاۋكىشەيەكى دووجا

بنووسە كە پەگەكانى ئەم دوو ژمارەيە بن، پاشان

بە شىتەلكرىن ۋە بە بەكارىيەنە لىكانى سقرى

ھاۋكىشەكە شىكارىكە.

# تاقىکردنەۋەى كەلەكەبوو

10 بەھای نەخشەى  $f(x) = 11 - \frac{1}{2}x$  چەندە كاتىك  $x = -6$  ؟

11 كىميا زانايەك دەيەۋىت 60 مل لە گىراۋەيەك ئامادە بىكات، كە پىژەى سۈيىيەكەى تىايدا 5% بىت بە بەكارھىنانى دوو گىراۋە كە پىژەى سۈيىيەى لىيەكەمىاندا 2% و لە دوومىاندا 12% يە پىۋىستە چەند لەھەريەككە لەو دوو گىراۋەيە بەكاربىت ؟

12 بەھای  $8^{\frac{2}{3}}$  چەندە ؟

13 بىرى  $\frac{(3^2-7)^2}{3^{(2^2-1)}}$  كورتبەكەۋە.

14 بىرى جىياكەرەۋەى ھاۋكىشەى  $x^2 + 4x + 1 = 0$  ھەژماربەكە.

15 جۆرى ئەۋىپەرى بەھای نەخشەى  $f(x) = -x^2 + 2x + 1$  دىارى بەكە (گەرەتەرىن يان بچوكتەرىنە) پاشان بەھاكەى بدۆزەۋە.

16 فىزىيا دىلان تۋپىكى لەبەرزى 3 م بەردايەۋە بە نىزىكەى بۆ نىزىكتەرىن دەيەك لە چركەيەكدا كاتى پىۋىستە چەندە ؟ بۆ ئەۋەى تۋپەكە بگاتە سەر زەۋى. نەخشەى  $h(t) = -5t^2 + 3$  بەكاربىنە كاتىك  $h$  بەرزى بىت بە مەتر  $t$  كات بىت بە چركە.

17 بازىرگانى كۆمپانىيەكى كوردستان جۆرىكى تايبەت لە بژمىر دەفرۆشەت نەخشەى :

$$P(x) = -x^2 + 90x + 497975$$

كاتىك  $x$  نەرخى بژمىرە  $P$  قازانجى كۆمپانىيەكە بىت. ئەۋ نەرخە چەندە كە زۆرتەرىن قازانج بۆ كۆمپانىيەكە دەستەبەردەكات ۋە لامەكەت بە نىزىكەرەۋەى بە دىنار بنووسە.

1 ژمارەى رەگەكانى ھاۋكىشەى  $5x^2 + 2x + 1 = 0$  لە كۆمەلەى ژمارە پاستىيەكاندا چەندە ؟

ا ☐ 2 ب ☐ 0

ج ☐ 1 د ☐ جگە لەمانە

2 كام لەم جووتە پىكخراۋانە شىكارى سىستىمى ئەم ھاۋكىشەھىلەيە دەكات

$$\begin{cases} 5x + y = 11 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

ا ☐ (2, 1) ب ☐ (3, 2)

ج ☐ (-1, 2) د ☐ (5, 6)

3 بىرى  $\frac{x^2y^{-1}}{x^{-3}y^2}$  كورت بىكەرەۋە.

4 شىتەلكردنى رادەدارى  $x^2 + 5x + 6$  برىتەيە لە

ا ☐  $(x+1)(x+6)$

ب ☐  $(x-2)(x-3)$

ج ☐  $(x-1)(x-6)$

د ☐  $(x+2)(x+3)$

5 كام لەۋ ووشانە باسى شىكارى سىستىمى دوو ھاۋكىشەى  $\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ 4x + 10y = 6 \end{cases}$  دەكات.

ا ☐ ئەستەمە ب ☐ سنووردراۋ نىيە

ج ☐ سنووردراۋە د ☐ ھىچ لەمانە

6 بەپوۋنكردنەۋەى لاسەنگەى  $-\frac{1}{3}x \leq 6$  شىكاربەكە.

7 سىستىمى ھاۋكىشەى ھىلى  $\begin{cases} 3x - 2y = 2 \\ x + y = 4 \end{cases}$  شىكاربەكە.

8 ھاۋكىشەى  $x^2 + 3x + 1 = 0$  شىكاربەكە.

9 رىسايەكى نەخشە بنووسە ھىلكارى پوۋنكردنەۋەكەت دەست دەكەۋىت لە ھىلكارى پوۋنكردنەۋەى  $f(x) = x^2$  كە بە شىۋەيەكى ئاسۋىيى 3 يەكە بەرەۋە لاي چەپ بىكىشەۋە.

بهشی چوارهم

# برهکان و نهخشه رادهدارهکان

## Polynomial Functions and Expressions

1. رادهدارهکان.

2. نهخشه رادهدارهکان.

3. لیکان و دابهشکردنی رادهدارهکان.

4. هاوکیشه و لاسهنگه رادهدارهکان.

پرژهی بهشهکه

پیداچوونهوه

تاقیکردنهوهی بهش

تاقیکردنهوهی کهلهکهبوو



# برهكان و نهخشه پادهدارهكان

## Polynomial Functions and Expressions

بهشى

4

زورجار پادهدارهكان بهكاردههينين بۇ  
ههژميركردينى ياساى پوويه و  
قهبارهكان، بهكاريش ديت بۇ ئو  
پيداويستيانهى كه پيوهنديان به هيزى  
كيشكردين و بهكاربهروهه ههيه. ههروهه  
بهكاريش ديت له زور پيداويستى ترى  
ژيانى پوژانهمان. نمونهش بۇ ئو  
بهكارهينانى له ههژميركردينى قهبارى  
ئو تهلاره نارپكانهى كه لهوينهكهوه  
دهيبييت.

لهم بهشه دا ئووه فيردهبيت كهچون  
كردارهكان لهسر نهخشه ئهناجم دهديت  
و چون هيلكارى پوونكردينهويهيكهى  
دهكيشين و رهگهكانى دياريدهكهين.

وانهكان

1. پادهدارهكان.

2. نهخشه پادهدارهكان.

3. ليكدان و دابهشكردينى

پادهدارهكان.

4. هاوكيشه و لاسهنگه

پادهدارهكان.

پروژهى بهشهكه







### دەريارەى پروژەى بەش

لەم بەشەدا نەخشەى پادەدار بەکار دىڭىن بۇ پىكەيىنانى چەند نمونەىەك بۇ بارەكانى ژيانى پوژانە. پەيوەندىيەكەش كاتىك نمونەىى دەبىت كە وەلامى تەواوى پىداوىستىيەكانمان بىداتەو. لەكاتى ئىشكرىنت لەم بەشە، ئەو شىو دەفرانە دەخەملىنىت بە بەكارهينانى نەخشەى پادەدار كە پىكىدىنىت لەپەيوەندى نىوان قەبارەى ئەو ئاوى لە دەفرەكەدايە لەگەل بەرزىيەكەى. دواى تەواوىوونت لە بەشەكە تواناى ئەمانەى خوارەوت دەبىت:

- كۆكرىنەو وپىكخستنى پىدراوەكان.
- نەخشەىەكى پادەدار پىكەيىنىت كە نزيك بىت لە پەيوەندى نىوان پىدراوەكان.
- دلىنا دەبىت لە راستى نمونەكە.





ئامانجهكان

- پادهدارهكان دهناسيټ وپله وهاكۆلكهكانيان جيادهكاتوه.
- بههاي پادهدارهكان به لهجاتيدانان دهورزيتوه.
- پادهدارهكان كۆدهكاتوه وليكيان دهردهكات.



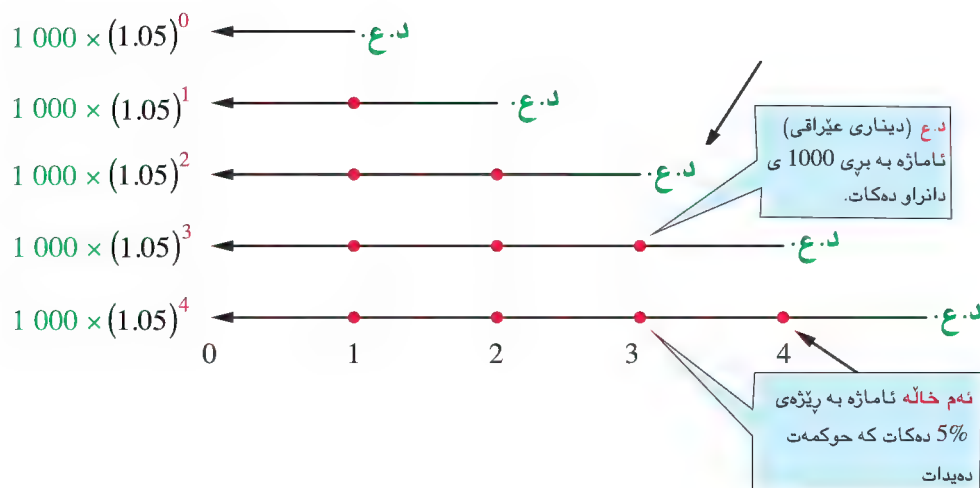
پادهدارهكان بهكارديت بۆ دروست كردنى زۆر له نموونهي پيداويستيهكانى زيانى روژانهمان

له يهكك له ولاتهكان حكومهت سندوقىكى تايبهتى داناوه كه هانى كرێكاران دهيات پاره دابنن و بۆيان كۆبئتهوه، تاوهكو له پيريدا كهلكى ليومرېگرن. ههركرێكارىك له سهرهتاي ههموو ساليكدا 1000 دينار داهنئيت و حكومهتيش 5% ئهه پارهي له سندوقهكهدا بۆ ههر كرێكارىك داهنئيت كه له سالى سهرهوه دهست پئدهكات.

هيكارى خوارهه زيادبوونى پارهى دانراوى رزگار دهنوئيتت له ماوهى 4 سالد. خشتهى خوارهوه پارهى دانراوى رزگار له كۆتايى ههر ساليكدا دياريددهكات.

جيبه جيكوندهكان

پاشهكهوت



کۆتایی سال	پارهی دانراو
سفر	1000
1	$1000 + 1000(1.05)$
2	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2$
3	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3$
4	$1000 + 1000(1.05) + 1000(1.05)^2 + 1000(1.05)^3 + 1000(1.05)^4$

ئەگەر حکومەت پزىۋە 6% يان 7% يان 8% لە جياتى 5% دابنيت تەنھا ئەووت لەسەرە كە ژمارەى 1.05 بگۆرپت بۆ ژمارەى 1.06 يان 1.07 يان 1.08 .

ئەگەر ھىماى  $x$  دابنيتى بۆ ئەو ژمارە گۆراو، دەتوانيت پارەى دانراوى پزگار بەم شىۋەيە بنوسيت:

$$1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$$

بەم جۆرە برانەش پىيان دەوترپت برى زۆر پادەدار **Polynomial Expression** كە برىتيە لە كۆى كۆمەلەك برى سادەتر كە پىي دەوترپت پادە

پادە **Term** برىتيە لە ھىندىكى جەبرى پىكدپت لە ئەنجامى لىكدانى ژمارەيەك لە گۆراوئەك يان زياتر وەك: برى  $3x^2b$ ، لەوانەيە تەنھا يەك گۆراوى تىداپت. وەك  $5x^2$  يان تەنھا ژمارە بپت وەك ژمارە 10 لەم كاتەدا پىي دەوترپت پادەى نەگۆر **Constant Term** ژمارە لە پادەى جەبرى پىي دەوترپت ھاوكلەكە يان بەشە نەگۆرەكە **Constant Part** بەلام بەبەشەكەى تر دەوترپت گۆراو **Variable Part** . بۆ نمونە:

• ھاوكلەكەى  $x$  برىتيە لە 1 و بەشە گۆراوئەكەى  $x$  .

• ھاوكلەكەى  $-2xb$  برىتيە لە -2 و بەشە گۆراوئەكەى  $xb$  .

• ھاوكلەكەى  $-\frac{b^3x^2}{2}$  برىتيە لە  $-\frac{1}{2}$  و بەشە گۆراوئەكەى  $b^3x^2$  .

• ھاوكلەكەى  $-bc$  برىتيە لە -1 و بەشە گۆراوئەكەى  $bc$  .

پلەى پادەكە **Degree of Term** برىتيە لە توانى گۆراوئەكە ئەگەر تاكانە بپت. بەلام ئەگەر لە گۆراوئەك زياتر بپت برىتيە لە كۆى توانى گۆراوئەكان، بۆ نمونە پلەى پادەى  $-\frac{b^3x^2}{2}$  برىتيە لە 5 . پادەدار **Polynomial** برىتيە لە كۆى چەند پادەيەك، لەم وانەيدا فۆرى پادەدارى يەك گۆراو دەپت. ھەندىك پادەدار بەناوى تايبەتى دەناسرئەو. ئەو پادەدارەى لە دوو پادە پىكدپت پىي دەوترپت پادەدارى دوانى **Bionomial** و ئەوەى لە سى پادە پىكدپت پىي دەوترپت پادەدارى سىيانى **Trinomial** . پلەى پادەدار **Degree of Polynomial** برىتيە لە گەورەترين توانى پادەكانى كە ئەو پادەدارە پىك دەھىن دەتوانين پادەدارەكان بە پىي پلەكانيان پۆلين بكەين وەك لەم خستەيەدا رووندەپتەو.

پۆلئىكرنى پادەدارەكان بە پىي پلەكانيان		
پلە	ناوئەكەى	نمونە
سفر	نەگۆرە	3
1	ھىلىيە	$5x + 4$
2	دووجاييە	$-x^2 + 5x - 11$
3	سىجاييە	$4x^3 + x^2 + 2x + 3$

## نمونە

پلەى ئەم پادەدارانە چەندە؟

ا  $4x^2 - 3x + 6x^5$

ب  $-2x^3 + 3x^4 + 4x^3 + 5$

- ا پلەى ھەر پادەيەك لە پادەكانى پادەدارەكە  
يەك لەدواى يەك بریتییه لە 2 و 1 و 5  
لەوشەو پلەى پادەدارەكە (5) ە.
- ب پلەى ھەر پادەيەك لە پادەكانى پادە دارەكە  
يەك لەدواى يەك بریتییه لە 3 و 4 و 3 و  
سفر لەوشەو پلەى پادەدارەكە (4) ە.

ھەولبە

پلەى ئەم پادەدارانە دیاریبکە.

ا  $4x^2 + 4 - 8x - 4x^3$

ب  $3x^3 + 2x^3 - 6x^5$

### Evaluating Polynomials

### ھەژمارکردنى بەھای پادەدارەکان

لە نموونەى (2) ھو بۆت دەردەکەوێت چۆن پادەدار لە ژيانى پوژانەدا بەکار دێت.

پارەى دانراوى پزگار لە کۆتایی سالى چوارەمدا چەندە؟ ئەگەر حکومەت پزەى 6% ى دانا لە جیاتى 5% ؟

شیکارى

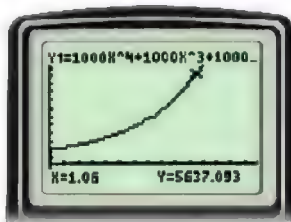
لە جیاتیدانان بەکاربێتە

$$y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$$

$$1000 + 1000(1.06) + 1000(1.06)^2 + 1000(1.06)^3 + 1000(1.06)^4 = 5637.09$$

پزگای دووهم : بە بەکارھێنانى بژمیرەى پونکردنەوھى (ئەگەر ھەبێت).

نەخشەى  $y = 1000 + 1000x + 1000x^2 + 1000x^3 + 1000x^4$  لە ناو بژمیرەكەدا بنوسە بۆ بەدەستھێنانى خستەى بەھاكان یان وینەى پونکردنەوھى نەخشەكە.



بەھای  $y$  بریتییه لە 5637.07  
بەنزیکەى

X	Y1
1.03	5308.1
1.04	5418.5
1.05	5525.6
1.06	5637.1
1.07	5750.7
1.08	5866.6
1.09	5984.7

ھەولبە بەھای پادەدارى  $3x^4 + 2x^2 + 2x - 5$  ھەژماربکە کاتێک  $x = 1.5$

### کوکردنەو و لیکدەرکردنى پادەدارەکان Adding and Subtracting Polynomials

بۆ کوکردنەو و لیکدەرکردنى پادەدارەکان تەنھا ھاوکۆلکەى پادە لە یەكچوھەکان کو دەکەریتەوھە یان لەیەکیان دەردەکەین. پادە لە یەكچوھەکان ئەوانەن کە توانى گۆراوھەکانیان یەكسانن. پاش کردارى كورت کردنەو پادەدارەكە بە شیوھى گشتى بنوسە.

شیوھى گشتى **Standard Form** بریتییه لە پزکردنى پادەکان لە توانى گەرە بۆ بچووك.



## نمونە

$$(-2x^2 - 3x^3 + 5x + 4) + (-2x^3 + 7x - 6)$$

3

شىكار

$$\begin{aligned} (-2x^2 - 3x^3 + 5x + 4) + (-2x^3 + 7x - 6) &= (-3x^3 - 2x^2) + (5x + 7x) + (4 - 6) \\ &= -5x^3 - 2x^2 + 12x - 2 \end{aligned}$$

$$(2x^4 + 4x^3 + 5x - 2) + (-2x^4 - 7x^2 + 8x - 10)$$

بىر كىرەنەۋە پەخىنە گرانە رادەدارى  $P$  بىۋىزەۋە كە پاسەدانى  $(2x^2 - 3x + 5) + p = 0$  دەكات.

$$(-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8)$$

4

شىكار

$$\begin{aligned} (-6x^3 - 6x^2 + 7x - 1) - (3x^3 - 5x^2 - 2x + 8) &= (-6x^3 - 3x^3) + (-6x^2 + 5x^2) + (7x + 2x) + (-1 - 8) \\ &= -9x^3 - x^2 + 9x - 9 \end{aligned}$$

$$(3x^3 - 12x^2 + 5x + 1) - (-x^2 + 5x + 8)$$

هەۋلىدە

## راھىيان

### بەردەۋامبۇن لە بىر كارىدا

- 1 به دەرپرېنى خۆت رادەدار پېناسەبە.
- 2 چۆن پلەى رادەدارىك ديارىدەكەيت، ئەۋە پوونىكەرەۋە.
- 3 پوونىكەرەۋە چۆن دوو رادەدار كۆدەكەيتەۋە و لەيەكتريان دەرەكەيت.
- 4 پوونىكەرەۋە چۆن ھەژمىرى بەھای رادەدار دەكەيت ئەگەر بەھای گۇراۋەكەيت زانى.
- 5 پوونىكەرەۋە چۆن رادەدار بە شىۋەى گشتى دەنوسىت.

### راھىيانى ئاراستە كراۋ

پلەى ھەر رادەدارىك چەندە؟

$$3x^3 - 12x^2 - 5x - 12x^5 + 1$$

6

$$3x^{10} + 3x^2 + 2$$

7

$$x^3 + 2x^2 - x + 1$$

8

$$(2x^3 + 3x^2 - x + 2) + (-3x^2 + 4x + 5)$$

9

$$(6x^3 - 5x^2 + 14x + 3) - (3x^3 - 2x^2 + 7x - 2)$$

10

ئهم رادهدارانه به شیوهی گشتی بنووسه.

$$\begin{array}{ll} 4x^4 + x^2 + x^3 + x + 1 & \text{12} \\ 5x^3 + 4x + 2x^2 + 1 & \text{11} \\ \frac{13}{25}x^4 + \frac{5}{7}x^3 + \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2} & \text{14} \\ 2.7x^3 + 3.3x^8 + 4.1x^2 & \text{13} \end{array}$$

ئایا ئهم برانه رادهدار دهنوینن؟ ئهگهر وهلامهکه بهلئیه پلهی رادهدارهکه دیاریبکه.

$$\begin{array}{ll} -4x^2 + 3x^3 - 5x^6 + 4 & \text{16} \\ 7x^5 + 3x^3 - 2x + 4 & \text{15} \\ 4x^2 + 5x^2 - x + 1 & \text{18} \\ x^3 + 2^x - x - 7 & \text{17} \\ 7.81x^4 + 8.9x^3 + 2.5x^2 & \text{20} \\ 0.35x^4 + 2x^2 + 3.8x & \text{19} \\ \frac{8}{x^3} - \frac{7}{x^2} + x & \text{22} \\ \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} + 6 & \text{21} \\ \frac{x^5}{7} - \frac{x^3}{3} & \text{24} \\ \frac{5}{7}x^6 + \frac{2}{3}x^4 + 5 & \text{23} \\ 7x\sqrt{x} + 4 & \text{26} \\ \sqrt{x} - 1 & \text{25} \end{array}$$

ههژمیری بههای رادهدارهکه بکه کاتیك  $x$  بهها پیدراودهکه وهریگریت.

$$\begin{array}{ll} x = -2 : x^4 + 2x^3 + 2 & \text{28} \\ x = -3 : x^3 + x^2 + 1 & \text{27} \\ x = 3 : -4x^3 + 1 + x & \text{30} \\ x = 4 : -2x^3 - 3x + 2 & \text{29} \\ x = 6 : 5x^3 + 2x^2 - 5x + 2 & \text{32} \\ x = 5 : 3x^3 + x^2 + 2x + 4 & \text{31} \\ x = 3.8 : 5x^3 + 4x + 2x^2 + 1 & \text{34} \\ x = 2.5 : 1 + x^2 - 3x^3 & \text{33} \end{array}$$

$$x = 2 : \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{8}x^2 + \frac{5}{8}x + \frac{7}{8} \quad \text{35}$$

$$x = 10 : \frac{3}{10}x^3 + \frac{7}{10}x^2 + \frac{1}{10}x + \frac{9}{10} \quad \text{36}$$

ئهمانه کۆیکهوه یان لهیهکتریان دهریکه، پاشان ئهنامهکهت لهسهه شیوهی گشتی بنووسه

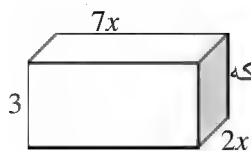
ویلهکهی دیاریبکه.

$$\begin{array}{ll} (x^3 + x^2 + x + 1) + (2x^3 + 3x^2 + x + 3) & \text{37} \\ (x^5 + x^3 + x) + (x^4 + x^2 + 1) & \text{38} \\ (1 - 5x + x^3) - (2x^4 + 5x^3 - 10x^2) & \text{39} \\ (5x^3 + 3x^2 + 8x + 2) - (2x^2 + 4x + 7) & \text{40} \\ (2x^2 - 5x + 3) + (4x^3 + 6x^2 - 2x + 5) & \text{41} \\ (x^2 - 5x^3 + 7) - (6x + x^3 + 3x^2) & \text{42} \\ (x^4 + 5x^2 + x) - (x^4 + 2x^3 + x - 4) & \text{43} \\ (8x^2 + x^3 + 1 - 3x) + (2x^3 + 11x^4) & \text{44} \\ (\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1) + (\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x) & \text{45} \\ (-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) + (4.9x^3 + 2.5x^4) & \text{46} \end{array}$$

به‌های  $a, b, c, d$  دیاریکه تا یه‌کسانیه‌که راست بیت.

$$(11x^3 + ax^2 - x + b) - (4x^3 - 3ax + 5) = cx^3 - 2x^2 + dx - 1 \quad 47$$

$$(ax^3 + 2x^2 + cx + 1) \text{ به } (5x^3 - 3) \text{ زیاتره له } (3x^3 + bx^2 + d - 7x) \quad 48$$



49 **ئه‌ندازه** به‌پیی  $x$  بری جه‌بری بۆ پووبه‌ری گشتی پاکه‌تیک هه‌ژماریکه که درێژی بنکه‌که‌ی  $7x$  و پانییه‌که‌ی  $2x$  و به‌رزیه‌که‌ی  $3$  بیت.

50 **پیشه‌سازی** به‌زۆری راده‌داره‌کان به‌کارده‌هینریت بۆ ده‌ربیرینی تیچوونی به‌ره‌میک له

به‌ره‌مه‌کانی پیشه‌سازی. <sup>10</sup>

ئه‌گه‌ر تیچووی به‌ره‌می  $x$  پارچه له  $C(x) = x^3 - 15x + 15$  بیت، تیچوونی 10 000 پارچه چهنده؟

51 **پیشه‌سازی** ئه‌گه‌ر تیچوونی به‌ره‌می  $x$  پارچه  $c(x) = 3x^3 - 18x + 45$  بیت تیچوونی 20 000 پارچه چهنده؟

## روانیتیک بۆ دواوه

ئه‌مانه شیته‌لێکه.

$$8(x^2 + 6x) \quad 53$$

$$6(x^2 - 4x) \quad 52$$

ئه‌م هاوکێشانه شیکاریکه.

$$-2(b + 3) = 5 - 6(2b - 7) \quad 55$$

$$\frac{6x - 12x + 18}{3} = 1 \quad 54$$

$$\begin{cases} 6x = 4 - 2y \\ 12x - 4y = 16 \end{cases} \text{ سسته‌می هیلێ شیکاریکه.} \quad 56$$

ئه‌م ژمارانه به‌ شیوه‌ی زانستی بنووسه.

$$8\,900\,000\,000 \quad 58$$

$$7\,100\,000 \quad 57$$

## روانیتیک بۆ پیشه‌وه

59 چوارگۆشه‌یه‌ک پووبه‌ره‌که‌ی ده‌کاته  $x^2 + 6x + 9$  درێژییه‌که‌ی به‌پیی  $x$  هه‌ژمێریکه.

## نەخشە پادەدارەکان Polynomial Functions



### ئامانچەكان

- نەخشە پادەدار دەناسىتەو.
- ھېلكارى پونكىرنەوھىي نەخشە پادەدار دەكىشېت و باسى شېوھەكى دەكات.
- ئەو پرسىارانە شىكارىدەكات كە نەخشە پادەدارى تىدايە .
- بەھاي ئەوپەرى نەخشە دەناسىت.
- لە گۆرانی نەخشە پادەدار دەكۆلىتەو.



ھەردوو رېئىسائى ھەزمارىدىنى قەبارە و رووھىرى گشتى دوو نمونەن بۇ نەخشە پادەدار بەكارىدىت بۇ شىكارىدىنى پرسىارەكانى زىيانى پۇژانەدا وەك لە پىشەسازىدا

لاقە كە بەرپۆھەرى كۆمپانىيەكى بەرھەمھېتائى پاكىزكەرەوھىيە، دەپھوى دورىيەكانى قوتوى ھەلگىرتى پاكىزكەرەوھەكان دەستكارى بكات.

لەبەشەكانى پېشوو ھەندىك نەخشە وەك نەخشە ھېلى و نەخشە دووجات ناسى، ئەوانە دوو بارى تاييەتى نەخشەبوون لە نەخشە پادەدارەكان.

### Polynomial Functions

### نەخشە پادەدارەكان

نەخشە پادەدار: ئەو نەخشەيە كە بە شېوھى رېئىسايەكى پادەدارى يەك گۆراو دەنوسرىت.



کومپانیایه کی بهرهمه پانی پاکژکه ره وه بهرهمه مکانی ده خاته قوتویه کی لاکیشه تهریبی که درژییه که ی 20 cm و پانییه که ی 10 cm و بهرزییه که ی 30 cm بیت. بهرپوه بهری کومپانیایه که دهیه ویت دستکاری دوورییه کان قوتوه که بکات.

1. قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه که پیش دستکاری کردن چهنده؟

2. نه گهر بهرپوه بهر که بیه ویت قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه که بهرپژه ی 10% که مبه کاته وه، نه واه قه باره و پرو بهری گشتی قوتوه په دابوه که چهنده؟

X	پرو بهر	قه باره
9.0	1944	4860
9.1		
9.2		
9.3		
9.4		
9.5		

3. بهرپوه بهر برپاریدا که بهرزییه که ی نه گورپت به لام درژییه که ی دوو نه وهنده ی پانییه که ی بیت.

قه باره و پرو بهری گشتیه که ی به پنی پانییه که ی به گورپاوی  $x$  بدوره ره وه.

4. نه و خسته یی بهرام بهر ته واه بکه.

5. به های  $x$  چهنده دهی که واه قه باره که ی بکات نزیك بیته وه له قه باره ی داواکراو؟ نه م به هایه واه له پرو بهری گشتی ده کات نزیك بیته وه له پرو بهری گشتی داواکراو؟ پرو نیبکه ره وه.

✓ خالی چاودیری

## نمونہ

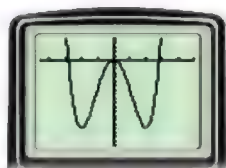
1

ہیلکاری پروونکردنہوہی نہم نہخشانہ بکیشہ و باسی شیوہکھی بکہ.

$$y = x^4 - 2x^2 + 2 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$y = 3x^3 - 5x^2 - 2x + 2 \quad \boxed{\text{ا}}$$

شیکار



ب



ا

ہیلکاری ئو نہخشہ پلہ چوارہ لہ پیتی  
لاتینی W دہچیت و سی جیگورکی  
تیدایہ و دووانیان بہ شیوہی U و  
سیہمیان بہ شیوہی n .

ہیلکاری ئو نہخشہ سیجایہ لہ پیتی  
لاتینی n دہچیت و دوو جیگورکی  
تیدایہ یهکیان بہ شیوہی U و  
دوہمیان بہ شیوہی n .

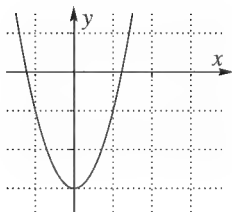
ہیلکاری پروونکردنہوہی ہریہک لہم نہخشانہ بکیشہ و باسی شیوہکھی بکہ. **ہولبدہ**

$$y = 2x^4 - 3x^2 + x + 2 \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$y = -3x^3 - 2x^2 + 2x + 1 \quad \boxed{\text{ا}}$$

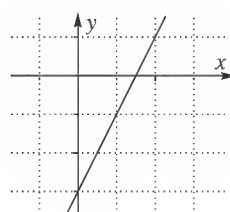
سہرنجی ہیلکاری پروونکردنہوہی ہریہک لہ نہخشہی ہیلی و دووچا و سیجا و چوارجا لہم  
وینانہدا بدہ.

نہخشہی دووچا



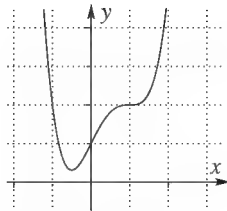
$$y = 2x^2 - 3$$

نہخشہی ہیلی



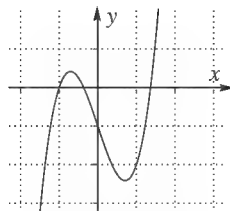
$$y = 2x - 3$$

نہخشہی پلہ چوار



$$y = x^4 - 2x^3 + 2x + 1$$

نہخشہی سیجا



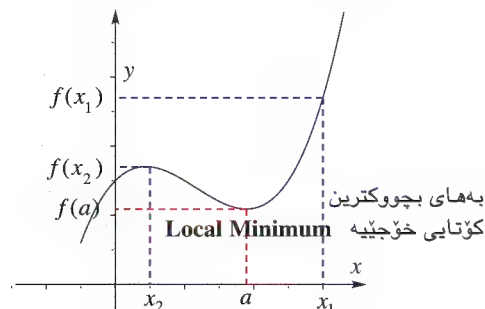
$$y = 2x^3 - 3x - 1$$

مہودای نہخشہ پلہ تاکہکان دیاریبکہ لہ نہخشہکانی پیشودا؟ چی دہلیت سہبارت بہ مہودای  
نہخشہ پلہ جووتہکان.

✓ خالی جاودیری

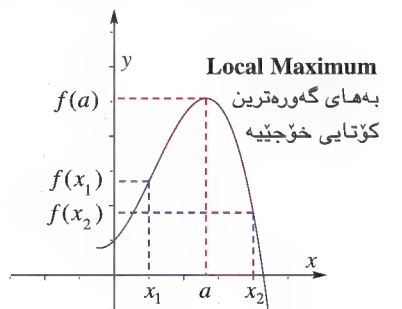
## Extremum of Polynomial Function بەھايەكانى ئەوپەرى نەخشە زادەدارەكان

كاتىك ھىلكارى پوونكردنەۋى نەخشەك بەرە سەرە دەچىت وپاشان بەرەخوارەۋە دادەبەزىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا. نەخشەك بەھاي گەرەترىن كۆتايى خۆجى ۋەردەگەرەت لە ماۋەيەدا. بەلام ئەگەر ھىلكارى پوونكردنەۋى نەخشەك بەرە خوارەۋە بىرات پاشان بەرە سەرەۋە بچىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا بەھاي بچوكترىن كۆتايى خۆجىي ۋەردەگەرەت لە ماۋەيەدا.



ئەگەر  $x \neq a$  لە نۆيان  $x_1, x_2$  دا

$$f(x) > f(a) \text{ ئەوا}$$



ئەگەر  $x \neq a$  لە ماۋەي  $x_1, x_2$  دا

$$f(x) < f(a) \text{ ئەوا}$$

### Extremum Value ئەوپەرى بەھاي

بەئمارەي  $f(a)$  دەوترىت گەرەترىن كۆتايى خۆجىي Local Minimum ئەگەر  $f(x) < f(a)$

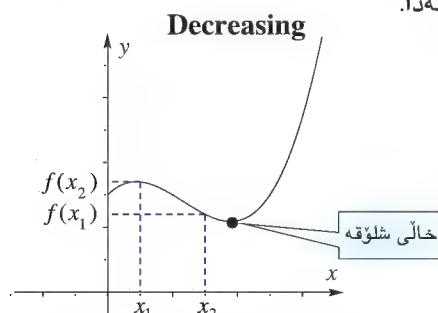
بەھاي  $x$  ھەرچەندىك بىت لە ھاۋسىي  $a$  كاتىك  $x \neq a$

بەئمارەي  $f(a)$  دەوترىت بچوكترىن كۆتايى خۆجىي Local Maximum ئەگەر  $f(x) > f(a)$

بەھاي  $x$  ھەرچەندىك بىت لە ھاۋسىي  $a$  كاتىك  $x \neq a$

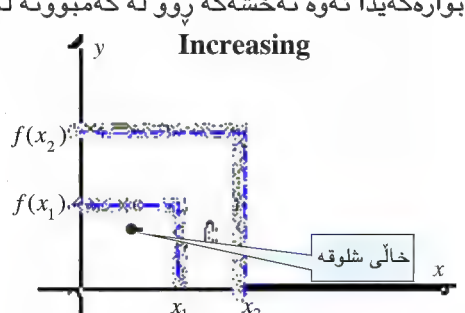
بەئمارەي  $f(a)$  دەوترىت بەھاي ئەۋپەرى خۆجىي نەخشەك، Local Extremum ئەگەر بەھاكە گەرەترىن يان بچوكترىن بەھاي خۆجىي نەخشەك بىت.

بەخالەكانى سەر ھىلكارى چەماۋەكە، كە ئەۋپەرى بەھا دەنۆين دەوترىت خالى شلوق لە پىرەۋى نەخشەكە Turning Points. نەخشەكە لە كاتى تىپەپىنى بەو خالانەدا دەگۆرىت كە لە پوۋ لە زياد بوۋنەۋە بۆ پوۋ لە كەمبوۋن يان لەكەمبوۋنەۋە بۆ زيادبوۋن. نەخشە سىجكان بە لايەنى زۆرەۋە دوو خالى شلوقيان ھەيە. بەلام نەخشە پلە چوارەكان بە لايەنى زۆرەۋە سى خالى شلوقيان ھەيە. بە شىۋەيەكى گشتى ژمارەي خالە شلوقەكانى نەخشەيەكى پلە  $n$  برىتييە لە  $(n-1)$  بە لايەنى زۆرەۋە. ئەگەر سەرنجى ھىلكارى پوونكردنەۋى ئەم دوو نەخشەيە بدەيت، تىپىنى ئەۋە دەكەيت كە ھىلكارى نەخشەكە لەۋانەيە بەرە سەرەۋە يان بەرە خوارەۋە بىت. بەنەخشەيەك دەوترىت پوۋ لە زيادبوۋنە لە ماۋەيەكى بوارەكەي ئەگەر ھىلكارى پوونكردنەۋى بەرە سەرەۋە بىت لە ماۋەيەدا بەلام ئەگەر ھىلكارى نەخشەكە بەرە خوارەۋە بىت لە ماۋەيەكى بوارەكەيدا ئەۋە نەخشەكە پوۋ لە كەمبوۋنە لە ماۋەيەدا.



ئەگەر  $x_1 < x_2$  لە ناۋچەي پوۋ لە

$$f(x_1) > f(x_2) \text{ ئەوا كەمبوندا ئەۋە}$$



ئەگەر  $x_1 < x_2$  لە ناۋچەي پوۋ لە زيادبوندا

$$f(x_1) < f(x_2) \text{ ئەۋە}$$

## Increasing and Decreasing Functions

پوو له زيادبوون و پوو له كه مېوونى نه خشه كان

با  $x_1$ ،  $x_2$  دوو ژماره ي ماوه يه كي بواړى نه خشه ي  $f(x)$  بن .

نه خشه كه پوو له زيادبوون ده بېت كاتيك ئهم مهرجه بېته دى

$$\text{ئەگەر } x_1 < x_2 \text{ ئه‌وا } f(x_1) < f(x_2)$$

نه خشه كه پوو له كه مېوون ده بېت كاتيك ئهم مهرجه بېته دى

$$\text{ئەگەر } x_1 < x_2 \text{ ئه‌وا } f(x_1) > f(x_2)$$

## نمونە

هیلکاری پونکردنه وه یی  $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$  بکیشه.

ا بهای ئه وه پری نه خشه كه بۆنزیكترین بهش له ده نزیكېكه وه.

ب ناوچه ی پوو له زيادبوون و پوو له كه مېوونى نه خشه كه ديارىكه.

شیکار

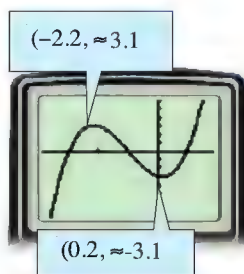
ا هیلکاری پونکردنه وه یی نه خشه كه دوو خالی شلوقى ههیه

یه کیکیان بهای گه وره ترینه 3.1 به نزیكیى ئه ویتریان بهها

بچووكترینه وه به نزیكى -3.1 .

ب نه خشه كه پوو له كه مېوونه له ماوه ی  $-2.2 < x < 0.2$

به ده ر له و ماوه یه پوو له زيادبوونه.



ساغېكه وه خشته كاری بژمیره یی پونکردنه وه یی به کار بهینه «ئەگەر دەستکەوت» بۆ ساغکردنی بهها نزیكییه كانی پۆتانه كانی خاله شلوقه كان.

X	Y1
-2.5	2.625
-2.4	2.856
-2.2	3.093
-2.0	3.072
-1.8	3.069
-1.6	3.071
-1.4	3.071
-1.2	3.071
-1.0	3.071
-0.8	3.071
-0.6	3.071
-0.4	3.071
-0.2	3.071
0.0	3.071
0.2	3.071
0.4	3.071
0.6	3.071
0.8	3.071
1.0	3.071
1.2	3.071
1.4	3.071
1.6	3.071
1.8	3.071
2.0	3.071
2.2	3.071
2.4	3.071
2.5	3.071

X	Y1
-3	0
-2	3
-1	0
0	-3
1	0
2	3
3	0
-2	3

له م خشته یه ئه وه پوونده بېته وه كه ژماره ی 3.1 بهای نزیكیى بههای گه وره ترین كۆتایی خوجییه.

له م خشته یه وه ده ر ده كه ویت كاتيك بههای  $x$  له هاوسی 2- دا بېت، بههای نه خشه كه له بههای هاوسی كانی گه وره تر ده بېت ئه مهش ئه وه ده گه یه نیت كه پوی سینی بههای گه وره ترین له نیوان -3، -1 دا ده بېت.

ئەگەر توانیت هه مان پێگا به کار بهینه بۆ ده رخستنی بههای بچووكترین كۆتایی خوجییه.



## بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

- 1 باسی خالە شلۆقەکانی نەخشەى پادەدارى  $f(x) = 2x^2 + x^3 + 3x + 1$  بکەو جۆرەکەى دیاریبکە.
- 2 بەهای گەورەترین و بچووکتەین کۆتایی خۆجییهکەى پیناسەبکە.
- 3 ئەویەری بەهای نەخشەکە پیناسەبکە.
- 4 پوولە زیادبوون و پوولە کەمبوونی نەخشەکە پیناسەبکە.
- 5 ناوچەى پوولە زیادبوون و پوولە کەمبوونی نەخشەى پرسىارى 1 دیاریبکە.

## راھینانى ئاراستە کراو

- 6 هیلکاری پوونکردنەوہیى نەخشەى  $y = x^3 + x^2 - 2x$  بکیشە.
- 7 ژمارەى خالە شلۆقەکانی نەخشەکە چەندە؟
- 8 ئەویەری بەھاکان دیاریبکە کەبۆ نزیکتەین دە نزیکرابنەوہ.
- 9 ناوچەى پوولە زیادبوون و پوولە کەمبوونی بۆ دیاریبکە.

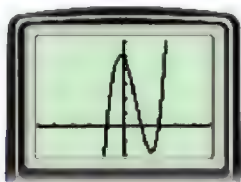
## راھینان وجییه جیکردن

هیلکاری پوونکردنەوہیى ئەم نەخشانە بکیشە ولە هیلکاریەکەوہ بەهای ئەویەری نەخشەکە وجۆرەکەى دیاریبکە. بەھاکان بۆ نزیکتەین بەش لە دە بنوسە.

- |                             |    |                            |    |
|-----------------------------|----|----------------------------|----|
| $y = x^3 + x^2 - 3x + 1$    | 11 | $y = 2x^3 - 5x$            | 10 |
| $y = 3x - 3 - 3x^3$         | 13 | $y = 2x^3 - 4x + 1$        | 12 |
| $y = -x^2 + 6x - 11$        | 15 | $y = -2x + 3 + x^2$        | 14 |
| $y = -x^4 + x^3 + 4x^2 - 3$ | 17 | $y = x^4 - 5x^2 + 2$       | 16 |
| $y = 3x^3 - x^4 - 3x - 3$   | 19 | $y = -3x^3 + 3x + x^4 + 3$ | 18 |

هیلکاری پوونکردنەوہیى نەخشەکە بکیشە و ناوچەکانى پوولە زیادبوون و پوولە کەمبوونىان بۆ دیاریبکە.

- |                            |    |                           |    |
|----------------------------|----|---------------------------|----|
| $y = -2x^3 + 3x$           | 21 | $y = x^3 - 4x$            | 20 |
| $y = -x^4 + 3x^2 + 3$      | 23 | $y = x^4 - 2x^2 + 2$      | 22 |
| $y = x^2 - 6x + 7$         | 25 | $y = -x^2 + 4x - 1$       | 24 |
| $y = -x^4 + 3x^3 - 3x - 3$ | 27 | $y = x^4 - 3x^3 + 3x + 3$ | 26 |
| $y = -x^3 + 4x - 2$        | 29 | $y = x^3 - 3x + 3$        | 28 |



شېۋەى بەرامبەر بەشېكى ھېلكارى نەخشەى

30

$$y = 10x^3 - 25x^2 + x^4 - 10x + 24$$

ھەموو سېفەتەكانى نەخشەكە پروون نېيە ۋەك لە ۋىنەكەدا

دىارە. چۆن وا دەكەيت تا پروونبېتەۋە؟

**نەندازە** نەخشەىەكى زۆر رادەدار بنووسە ھەژمىرى پرووبەر قەبارەى داواكراو بكات.

قەبارەى شەش پالۆيەك لايەكى  $2x$  سم بېت.

31

پرووبەرى گشتى شەش پالۆيەك لايەكى  $x$  سم بېت.

32

پرووبەرى گشتى لاکىشە تەرىپىك بەرزىەكەى  $x$  سم ودرىژى بىنەكەى  $7x$  وپانىيەكەى  $3x$  سم بېت.

33

قەبارەى لولەكېك بەرزىيەكەى  $5$  م ونيوتىرەى بىنەكەى  $x$  م بېت.

34

شېۋەى بەرامبەر بەشېك لە ھېلكارى پروونكرىدەۋەى

35

نەخشەى  $f(x) = -x^4 + 2x^2 - x + 3$  دەنۆيىت.

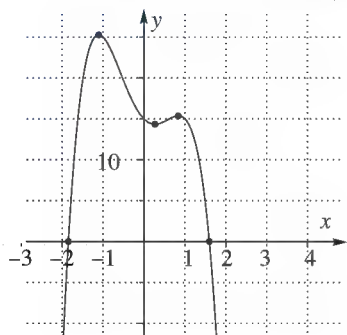
بەھاي نىزىكەى سىفرەكانى نەخشەكە بنووسە.

ا

بەھايەكانى ئەۋپەرى نەخشەكە بە نىزىكەى

ب

بنووسە.



## روانىيىك بۆدواۋە



ئەم خىشتەى تەۋاۋ بىكە كە بەھاي رادەدارى  $g(x) = x^4 - 2x^2 - 2$  ھەژمىر بكات. پاشان

36

بەھاي گەرەتەرىن وىچوۋكەتەرىن بەھاي  $x$  ى ھەر يەككىيان دىارىيەكە.

$x$	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$g(x)$									

## روانىيىك بۆپىشەۋە



ئەم برانە بەسادەتەرىن شېۋە بنووسە.

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

38

$$(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

37

# ليكدان ودابه شکردنى پاده داره كان

## Multiplying and Dividing Polynomials



### نامانجه كان

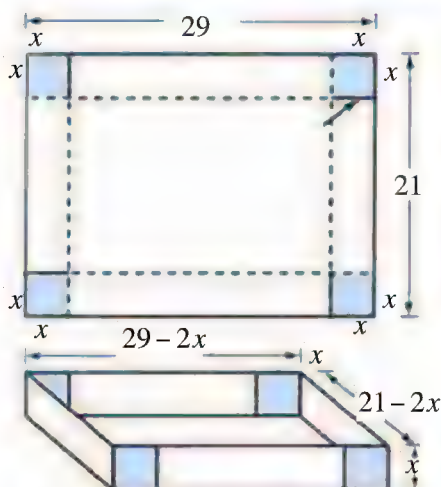
- پاده دارىك له يه كيكى ترده دات.
- پاده داره كان به به كارهينانى هاوئنه جامه ناسراوه كان شيتهدكات.
- بيردوژى هاوكولكه بۇ دۆزينه وى كولكه پاده داره كان به كاردهينيت.
- پاده دارىك به سهر يه كيكى ترده دابه شده كات.
- پرسياره كان به به كارهينانى بيردوژى هاوكولكه و بيردوژى ماوه شيكارده كات.

### جيبه چيكر دنه كان

### پيشه سازى

### بوچى

ده توانيت شيتهدكردن به كاربينيت بۇ پيكرهينانى پاده دارىك كه قه بارى خشته كيك يان لاكيشه تهرىبىك كه له سهره وه كراويه بنوينيت



بۇ دروستكردنى لاكيشه تهرىبىكى كراوه له سهره وه به به كارهينانى پارچه كارتونىك، پيوسته چوار چوارگوشه يه كسان له گۆشه كانيدا بېرپيت ولاكان بنوشتينيت. قه بارى قوتوه پهدابوه كه به هوى پيوانه ي پارچه كارتونه كه ولاكانى چوارگوشه براوه كه ديارى ده كريت. ئه گهر هاتوو دريژى لاكانى كارتونه كه 29 cm و 21 cm بيت ئه وا قه بارى قوتوه كه  $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$

كاتيك  $x$  دريژى لايه كى چوارگوشه براوه كه بيت.

### Multiplying Polynomials

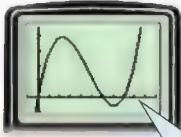
### ليكدانى پاده داره كان

قه بارى قوتوه كه  $V(x) = x(29-2x)(21-2x)$  وه ك پاده دارىك به شيوه ي گشتى بنووسه.

### نورونه

### شيكار

$$\begin{aligned} v(x) &= x(29-2x)(21-2x) \\ &= x[29(21-2x) - 2x(21-2x)] \\ &= x[609 - 58x - 42x + 4x^2] \\ &= x[609 - 100x + 4x^2] \\ &= 609x - 100x^2 + 4x^3 \\ &= 4x^3 - 100x^2 + 609x \end{aligned}$$



دەردەكەوئ كەهەردوو هیلە  
پونكرندنهوهییهكه جوتن.

### ساغبكهوه

دەتوانیت راستی لیکدانهكەت پاسادان بکەیت بە بەکارهێنانی هیلە  
پونكرندنهوهی نهخشەى  $V(x)$  بە شیوهی یەكەمیداو بەشیوهی گشتیهكهیدا.  
ئەگەر هەردوو چهماوهكه جوتبوون لیکدانهكەت راستە.

هەولبده  $f(x) = 2x^2(x^2 + 2)(x - 3)$  وهك رادهداريک به شیوهی گشتی بنوسه.

## Factoring Polynomials

## شیتەل کردنی رادهدارەکان

بۆ ئەوهی رادهداريک شیتەلکەیت، هەولبده به شیوهی لیکدانی دوو هاوکۆلکه یان زیاتر بنوسیت.

### نموونه 2

ئەم رادهدارانه شیتەلکە.

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 \quad \text{ب}$$

$$x^3 - 5x^2 - 6x \quad \text{ا}$$

شیکار

$$x^3 - 5x^2 - 6x = x(x^2 - 5x - 6) \quad \text{ا}$$

$$= x(x - 6)(x + 1)$$

بەر دووجاکه شیتەلکە.

دەتوانین رادهداركه  $x^3 + 4x^2 + 2x + 8$  كه به دەرهيانی گەرەترین کۆلکەى هاویش له  
نیوان رادهی یەكەم و دووهم و رادهی سێهەم و چوارەم شیتەلکەین.

$$x^3 + 4x^2 + 2x + 8 = (x^3 + 4x^2) + (2x + 8)$$

$$= x^2(x + 4) + 2(x + 4)$$

هەریهك له دوو رادهیهی ناو كه وانهكه شیتەلکە

$$= (x^2 + 2)(x + 4)$$

$(x + 4)$  به هاویش وەردهگرین

هەولبده ئەم رادهدارانه شیتەلکە

$$x^3 - x^2 + 2x - 2 \quad \text{ب}$$

$$x^3 - 9x \quad \text{ا}$$

هاوئەنجامه ناسراوهكان پۆلیکی گرنه دەبینن له شیتەلکردنی رادهدارەکاندا.

### Special Identities هاوئەنجامه ناسراوهكان

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

### نموونه 3

ئەم رادهدارانه شیتەلکە.

$$49y^2 + 14y + 1 \quad \text{ب}$$

$$x^2 - 10x + 25 \quad \text{ا}$$

$$x^3 - 8 \quad \text{ه}$$

$$x^3 + 27 \quad \text{د}$$

$$4y^2 - 25 \quad \text{ج}$$



### شیکار

ا  $x^2 - 10x + 25 = (x)^2 + 2 \times 5x + (5)^2 = (x+5)^2$   
 ب  $49y^2 + 14y + 1 = (7y)^2 + 2 \times 1 \times 7y + (1)^2 = (7y+1)^2$   
 ج  $4y^2 - 25 = (2y)^2 - (5)^2 = (2y+5)(2y-5)$   
 د  $x^3 + 27 = (x)^3 + (3)^3 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$   
 ه  $x^3 - 8 = (x)^3 - (2)^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$

### هەولبەدە

هەردوو پادەدارى  $x^3 + 1000$  و  $x^3 - 125$  شیتەل بکەیت.  
 لەیادت بێت ئەگەر ژمارەى  $x$  یەکى لە سفرەکانى نەخشەى  $f(x)$  بێت کاتێک  $f(x) = 0$  مانای  $-2$  یەکیکە لە سفرەکانى نەخشەى  $f(x) = x^3 + 8$  لەبەر ئەوەى  $f(-2) = (-2)^3 + 8 = -8 + 8 = 0$   
 ئەگەر سەرنجى نەخشەى  $f(x) = (x-2)(3x^2 + 5x - 4)$  بدەیت. بەزویى بۆت دەردەکەوێت کە ژمارە 2 سفریکە لە سفرەکانى نەخشەکە  $(f(2) = 0)$ .  
 ئیستا پێچەوانەى ئەم راستییە بخەرە پێش چاوى خۆت. بۆ نموونە ئەگەر ژمارە  $\frac{1}{4}$  سفریک بێت لە سفرەکانى نەخشە پادەدارەکە، ئایا برى  $(x - \frac{1}{4})$  کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى؟ وەلامى ئەمەش لەم بێردۆزەدا دەردەکەوێت.

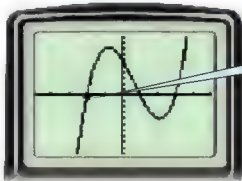
### بیردۆزى کۆلکە Factor Theory

ئەگەر ژمارە  $a$  سفریک بێت لە سفرەکانى نەخشەى پادەدارى  $f(x)$ ، ئەوا  $(x-a)$  کۆلکە یەکە لە کۆلەکانى، پێچەوانەکەشى راستە.

دەتوانیت ئەم بێردۆزە بۆ شیتەلگەردنى پادەدارەکان بەکاربێنیت.

### نموونه

ئایا برى  $x+2$  کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى نەخشەى پادەدارى  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ .



لە هێلکاری پونکردنەوهیەکەوه  
 دەردەکەوێت  $-2$  سفریکە لە  
 سفرەکانى نەخشەکە.

### شیکار

$x+2$  بە شیۆه  $x-a$  بنوسه  
 $x+2 = x - (-2)$  کەواته  $a = -2$   
 $f(-2)$  هەژمار بکە

$$\begin{aligned}
 f(-2) &= (-2)^3 - 2(-2)^2 - 5(-2) + 6 \\
 &= -8 - 2 \times 4 + 10 + 6 \\
 &= -8 - 8 + 10 + 6 = 0
 \end{aligned}$$

کەواته  $(x+2)$  کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

### هەولبەدە

ئایا برى  $(x+3)$  کۆلکە یەکە لە کۆلکەکانى پادەدارى  $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$

دهتوانیت پرسته لیکدانی برهکان به شیوهی دابه شکردن به دوو ریځای جیاواز بنووسین.

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x^2 + 5x + 6)(x - 2)$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x - 2} = x^2 + 5x + 6$$

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^2 + 5x + 6} = x - 2$$

دابه شکردن

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 5x + 6 \overline{) x^3 + 3x^2 - 4x - 12} \\
 \underline{-(x^3 - 2x^2)} \phantom{-12} \\
 5x^2 - 4x \phantom{-12} \\
 \underline{-(5x^2 - 10x)} \phantom{-12} \\
 6x - 12 \\
 \underline{-(6x - 12)} \\
 0
 \end{array}$$

دابه شکردن

دابه شکردن

دابه شکردن

دهتوانیت راده داره کان به سهر  $x - a$  دابه شکهین

به به کاره یانانی دابه شکی نهقلیدی Long Division

یان دابه شکی بژمیږهیی Synthetic Division

« ترکیبی » واته دابه شکردن نهقلیدی

راده داره کان له دابه شکردن ژماره کان دهچیت.

سهرنجی دابه شکردن  $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$  به سهر

$x - 2$  بده:

هنگاوی 1 راده داره کان به شیوهی گشتی بنووسه.

هنگاوی 2 رادهی یه که می به شکارو به سهر رادهی یه که می به شکارو دابه ش بکه.  $x^3 \div x = x^2$

هنگاوی 3  $x^2$  له دابه شکانی دابه ش بونه که دا پهیدا دهی بنووسه وله به شکارو که بده  $x^2(x - 2) = x^3 - 2x^2$

هنگاوی 4 دابه شکانی  $x^3 - 2x^2$  له به شکارو که ده ریکه.

هنگاوی 5 هنگاوهکانی 1 و 2 و 3 له دابه شکانی لیکد رکرده که دوو باره بکه وه.

دابه شکردن بژمیږی:

دابه شکردن بژمیږهیی کارناسنیت بو دهکات له بهر نه وهی گوږاوه کان نانوسینه وه.

هنگاوی 1: به شکارو له لای چهپ و راده داری به شکارو

لای راست به شیوهی گشتی بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 x-2 & x^3 & +3x^2 & -4x & -12 & \\
 \hline
 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 \hline
 & 1 & & & & \\
 \hline
 & & 1 & & & \\
 \hline
 & & & 1 & & \\
 \hline
 & & & & 1 & \\
 \hline
 & & & & & 1
 \end{array}$$

هنگاوی 2: ژماره ی  $a$  (لیرده 2) له لای چهپ

وهاوکولکهکانی راده داره که له لای راستدا

بنووسه. هاوکولکه ی یه که م (لیرده 1) له ژیر هیله که

وله هاوکولکه ی دوو همدا بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 \hline
 \times & 1 & & & & \\
 \hline
 & 2 & & & & \\
 \hline
 & & 10 & & & \\
 \hline
 & & & 10 & & \\
 \hline
 & & & & 10 & \\
 \hline
 & & & & & 10
 \end{array}$$

هنگاوی 3: 2 له 1 بده و نه نجامه که ی له گهل 3 دا

کوڅکه وه. به مه ش (5) ت دهست ده که ویت. له ژیر

هاوکولکه ی سیپم راده دار بنووسه.

هنگاوی 4: 2 له 5 بده و نه نجامه که ی له گهل 4 دا

کوڅکه وه و به مه ش (6) ت دهست ده که ویت. له ژیر

هاوکولکه ی چوارهم راده دار بنووسه.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 2 & 1 & 3 & -4 & -12 & \\
 \hline
 \times & 1 & & & & \\
 \hline
 & 2 & & & & \\
 \hline
 & & 10 & & & \\
 \hline
 & & & 10 & & \\
 \hline
 & & & & 10 & \\
 \hline
 & & & & & 10
 \end{array}$$

ههنگاوی 5 : 2 له 6 بده وئەنجامه‌که‌ی له‌گه‌ڵ ، -12  
داکوێکه‌وه. به‌مه‌ش سفرت ده‌ست ده‌که‌وێت.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 3 & -4 & -12 \\ & & 2 & 10 & 12 \\ \hline & 1 & 5 & 6 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 5x + 6$

ئەنجامی دابه‌شکردن

ماوه

ماوه‌ی کرداری دابه‌شکردنه‌که بریتییە له سفر، ئەو ژمارانه‌ی له کو‌تایدا ده‌ستمان که‌وتوون 1 ، 5 ، 6 که هاوکۆله‌ی ئەنجامه دابه‌شکردنه‌که‌یه که‌واته ئەنجامی دابه‌ش کردنه‌که بریتییە له  $x^2 + 5x + 6$  که‌واته دابه‌شکردنی بژمیری کاتی‌ک به‌کار‌دێت که به‌شدراوه‌که بریکی هی‌لی له‌سه‌ر شیوه‌ی  $x - a$  بێت، به‌لام ئەگەر به‌شدراوه‌که پله‌که‌ی له 1 زیاتربێت، پێویسته دابه‌شکردنی ئەقلیدی (دریژی) به‌کاربه‌ی‌نیت.

پاده‌داری  $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$  به‌سه‌ر  $x^2 + x + 1$  دابه‌شبه‌که.

## 5 نمونه

شیکار

دابه‌شکردنی ئەقلیدی

هه‌نگاوی 1:  $x^3 \div x = x^2$  دابه‌شبه‌که.

$x$  له ئەنجامی دابه‌ش کردنه‌که‌دا بنووسه.

هه‌نگاوی 2:  $x$  له‌به‌شدراو بده و ئەنجامه‌که‌ی له

به‌شکراو ده‌ریکه.

هه‌نگاوه‌کانی پێشوو دووباره بکه‌وه، تا بریکت

ده‌ست ده‌که‌ویت که پله‌که‌ی له پله‌ی به‌شدراو

که‌متر بێت.

$$\begin{array}{r} x^2 + x + 1 \overline{) x^3 + 3x^2 + 3x + 2} \\ \underline{-(x^3 + x^2 + x)} \phantom{+ 2} \\ 2x^2 + 2x + 2 \\ \underline{-(2x^2 + 2x + 2)} \\ 0 \end{array}$$

ئەنجامی دابه‌ش

به‌شکراو

به‌شدراو

ماوه

هه‌ولبده بره‌ی  $x^3 + 3x^2 - 13x - 15$  به‌سه‌ر  $x^2 - 2x - 3$  دابه‌شبه‌که.

پاده‌داری  $x^3 + x - 10$  به‌به‌کاره‌ی‌نانی دابه‌شکردن شیتە‌ل‌به‌که ئەگەر زانیت 2 سفری‌که له سفره‌کانی پاده‌داره‌که.

## 6 نمونه

شیکار

پێگای یه‌که‌م: دابه‌شکردنی ئەقلیدی به‌کاربه‌ی‌نه. پێگای دووهم: دابه‌شکردنی بژمیری به‌کاربه‌ی‌نه.

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & 1 & -10 \\ & & 2 & 4 & 10 \\ \hline & 1 & 2 & 5 & 0 \end{array}$$

$x^2 + 2x + 5$

بروانه 5  
به‌کاره‌ی‌نراوه وه‌ک  
کو‌لکه‌یه‌ک بۆ  
پاده‌ی  $x$  که دیار  
نیه‌یه له به‌شکراو

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 5 \overline{) x^3 + 0x^2 + x - 10} \\ \underline{-(x^3 + 2x^2 + 5x)} \phantom{- 10} \\ 2x^2 + x - 10 \\ \underline{-(2x^2 + 4x + 10)} \\ 5x - 10 \\ \underline{-(5x - 10)} \\ 0 \end{array}$$

هه‌ولبده پاده‌داری  $x^3 - 13x - 12$  شیتە‌ل‌به‌که به‌به‌کاره‌ی‌نانی دابه‌شکردن ئەگەر زانیت 3- سفری‌که له سفره‌کانی پاده‌داره‌که.

## بیرکردنه‌وهی پەخنه‌گرانه

پوونیکه‌وه بوچی ئەنجامی لیکدانه‌کان له دابه‌شکردنی بژمی‌ره‌ییدا کۆده‌کرێته‌وه، به‌لام له دابه‌شکردنی ئەقلیدیدا له یه‌ك ده‌رده‌کری‌ن.

به‌پێی بیردۆزی ماوه. به‌های پاده‌داری  $P(x)$  له‌کاتی له‌جیاتیدانانی  $a$  له  $x$  بریتییه‌ له‌ به‌های ماوه‌ی دابه‌شی پاده‌داره‌که به‌سه‌ر  $(x-a)$  دا.

ئه‌گه‌ر  $P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$  ئه‌وا  $P(-3)$  یه‌کسانه‌ به‌ ماوه‌ی دابه‌ش کردنی  $P(x)$

به‌سه‌ر  $x - (-3) = x + 3$ .

$$\begin{array}{r|rrrr} -3 & 2 & 7 & 2 & 1 \\ & & -6 & -3 & 3 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 4 \end{array}$$

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

$$P(-3) = 2(-3)^3 + 7(-3)^2 + 2(-3) + 1 = 4$$

ماوه بریتییه له 4

به له‌جیاتیدانان

### Remainder Theorem

### بیردۆزی ماوه

ماوه‌ی دابه‌شکردنی پاده‌داری  $P(x)$  به‌سه‌ر  $(x-a)$  دا بریتییه له ژماره‌ی  $P(a)$  (به‌های  $p$  کاتی‌ک له‌جیاتی  $x$  ژماره‌ی  $a$  داده‌نریت).

$$P(5) \text{ هه‌ژمار بکه کاتی‌ک } P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

شیکار

## نموونه

پێگای یه‌که‌م: دابه‌شکردنی بژمی‌ری به‌کاربهێنه. پێگای دووهم: له‌جیاتیدانان به‌کاربهێنه.

$$P(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x + 1$$

$$\begin{aligned} P(5) &= 2(5)^3 + 7(5)^2 + 2(5) + 1 \\ &= 250 + 175 + 10 + 1 \\ &= 436 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 5 & 2 & 7 & 2 & 1 \\ & & 10 & 85 & 435 \\ \hline & 2 & 17 & 87 & 436 \end{array}$$

$$P(5) = 436 \text{ كهواته}$$

$$P(3) \text{ هه‌ژمی‌ریکه کاتی‌ک } P(x) = 3x^3 + 2x^2 - 3x + 4 \text{ هه‌ولبده}$$



## بەردەوامىيەت لىك بىر كارىدا

- 1 پوئىيەكەۋە چۆن ھاۋئەنجامە ناسراۋەكان بۆ شىتەلكردىنى پادەدارى  $x^3 - 4x$  بەكاردىننىت
- 2 پوئىيەكەۋە چۆن بىردۆزى كۆلكە بەكاردىننىت تا بزانى ئايا  $(x+1)$  كۆلكەيەكە لە كۆلكەكانى  $x^3 - 2x^2 - 8x - 5$  يان نا.
- 3 پوئىيەكەۋە چۆن بىردۆزى ماۋە بەكاردەھىننىت بۆ ھەژمىر كرىنى  $P(5)$  كاتىك  $P(x)$  پادەدار بىت.

## راھبىننى ئاراستە كراۋ

- 4 پادەدارى  $P(x) = x(10-x)(2+x)$  بە شىۋەي گشتى بنووسە.

ھەر يەك لەم پادەدارانە شىتەلېكە.

- 5  $x^3 - 5x^2 + 6x$
- 6  $x^3 + 5x^2 + 3x + 15$
- 7  $x^3 - 216$
- 8 لە جياتىدانان بەكاربەينە تابزانىت ئايا  $(x+2)$  كۆلكەيەكە لە كۆلكەكانى پادەدارى  $x^3 + 4x^2 + 5x + 2$  يان نا.
- 9  $(x^3 + 4x^2 + 4x + 3) \div (x^2 + x + 1)$  ھەژمىر بکە.

ئەگەر 3- سىرئەك بىت لە سىرەكانى نەخشەي  $f(x) = x^3 - 14x - 15$ ، ئەۋا نەخشەكە شىتەلېكە بە بەكارھىنانى:

- 10 دابەشكردىنى بژمىرى
- 11 دابەشكردىنى ئەقلىدى (دىژى)

ئەگەر  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ ،  $f(2)$  دىاربىكە بە بەكارھىنانى :

- 12 دابەشكردىنى بژمىرى
- 13 دابەشكردىنى ئەقلىدى (دىژى)

## راھبىن و جىيە جىكرىن

ھەر يەك لەم پادەدارانە بە شىۋەي گشتى بنووسە.

- 14  $3x^2(4x^3 - 2x^2 + 5x + 2)$
- 15  $(2x-3)(x+4)$
- 16  $(2x+3)(x^3 - 5x^2 + 4)$
- 17  $(x-5)(-3x^3 - 4x - 1)$
- 18  $(x-3)(2-x)(x-1)$
- 19  $(2x-4)(x+1)^2$
- 20  $(2x+1)^3$
- 21  $(-3x^2 - x + 2)(x+1)^2$
- 22  $(x - \frac{5}{7})(\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{5}x + \frac{3}{7})$
- 23  $(x - \frac{1}{4})(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{2}{3})$

ئەم پادەدارانە شىتەلېكە.

- 24  $x^3 + 8x^2 + 15x$
- 25  $x^3 + 2x^2 - 3x$
- 26  $3x^3 - 300x$
- 27  $18x^3 - 60x^2 + 50x$

$x^3 - 2x^2 - 5x + 10$	<b>29</b>	$x^3 + 3x^2 - x - 3$	<b>28</b>
$1 - x + x^2 - x^3$	<b>31</b>	$x^3 + x^2 + x + 1$	<b>30</b>
$x^3 + x^2 + 2 + 2x$	<b>33</b>	$x^3 + 9x^2 + 14x$	<b>32</b>
$27x^3 - 125$	<b>35</b>	$x^3 - 64$	<b>34</b>
$27 + 8x^6$	<b>37</b>	$x^6 - 1$	<b>36</b>

ئايا بېرى ھېلى بەرامبەر ئىكەن پادەدارانە كۆلەپكەن لى كۆلەپكەن پادەدارەكە يان نا. (لە جىياتيدانان بەكاربېئەنە).

$x+6$ :	$x^3 + 5x^2 - 18x - 48$	<b>39</b>	$x-1$ :	$x^2 + x + 1$	<b>38</b>
$x-6$ :	$x^3 - 8x^2 + 9x + 18$	<b>41</b>	$x-4$ :	$x^3 + 3x^2 - 18x - 40$	<b>40</b>
$x+3$ :	$x^3 - x^2 - 17x - 15$	<b>43</b>	$x-2$ :	$x^3 + 6x^2 - x - 30$	<b>42</b>

بە دابەشكردنى ئەقلىدى ئەنجامى ئەمانە بدۆزەرەو:

$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	<b>45</b>	$(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$	<b>44</b>
		$(x^3 - 7x - 6) \div (x + 1)$	<b>46</b>
		$(x^3 + 11x^2 + 39x + 45) \div (x + 5)$	<b>47</b>
		$(3x^2 - x + x^3 - 3) \div (x^2 + 4x + 3)$	<b>48</b>
		$(x^3 + 6x^2 - x - 30) \div (x^2 + 8x + 15)$	<b>49</b>
		$(x^3 - 5x^2 - 13x + 42) \div (x^2 + x - 7)$	<b>50</b>
		$(10x - 5x^2 + x^3 - 24) \div (x^2 - x + 6)$	<b>51</b>
		$\left(x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}\right) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$	<b>52</b>
		$\left(x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{16}\right) \div \left(x + \frac{3}{4}\right)$	<b>53</b>

بە دابەشكردنى بۆلمىرى ئەنجامى ئەمانە بدۆزەرەو:

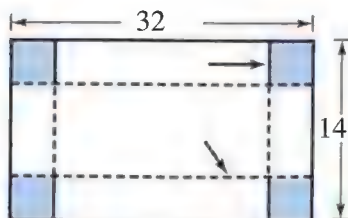
$(x^2 - 3x + 2) \div (x - 1)$	<b>55</b>	$(x^2 - 4x - 12) \div (x - 4)$	<b>54</b>
		$(x^3 + x^2 - 9x - 9) \div (x + 1)$	<b>56</b>
		$(x^3 - 2x^2 - 22x + 40) \div (x - 4)$	<b>57</b>
		$(x^2 + 5x^3 - 18) \div (x + 3)$	<b>58</b>
$(x^3 + 3) \div (x - 1)$	<b>60</b>	$(x^3 - 27) \div (x - 3)$	<b>59</b>
		$(x^2 - 6) \div (x + 4)$	<b>61</b>

بە دابەشكردنى بۆلمىرى و لەجىياتيدانان بەھاي داواكراو ھەژمارىكە.

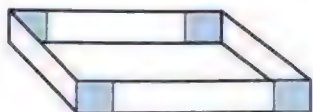
$f(2)$ :	$f(x) = x^2 + 1$	<b>63</b>	$f(1)$ :	$f(x) = x^2 + 1$	<b>62</b>
			$f(3)$ :	$f(x) = 4x^2 - 2x + 3$	<b>64</b>
			$f(-2)$ :	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 3x + 1$	<b>65</b>

بەھاي  $k$  چەندە بۆ ئەوھى بېرە ھېلەكە كۆلەپكەن بېت لى كۆلەپكەن پادەدارەكە.

$x+3$ :	$kx^3 - 2x^2 + x - 6$	<b>67</b>	$x-2$ :	$x^3 + 3x^2 - x + k$	<b>66</b>
---------	-----------------------	-----------	---------	----------------------	-----------

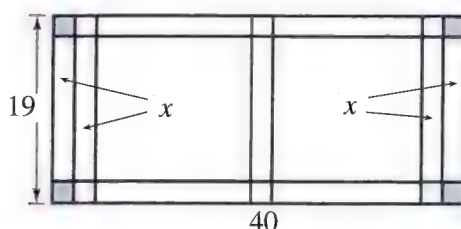


**پیشه سازی** به به کارهینانی پارچه کارتونیکی لاکیشیهیی دریزی 32 سم وپانییهکهی 14 سم بیټ قوتویهك سهرهکهی کراوه دروستکراوه لهم شیوه دهردهکەویټ ئەگەر بهرزی قوتوهکه  $x$  سم بیټ ئەوا قهبارهکهی بریتیه له

$$V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x)$$


**68** قهبارهی قوتوهکه به شیوهی گشتی نهخشهی رادهدار بنوسه.

**69** قهبارهی قوتوهکه چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2 سم بیټ؟



**پیشه سازی** به به کارهینانی پارچه کارتونیکی لاکیشیهیی دریزییهکهی 40 سم و پانییهکهی 19 سم قوتویهکی پیتزا دروست کرا، ئەگەر بهرزی قوتوهکه  $x$  سم بیټ ئەوا قهبارهکهی بریتیه له

$$V(x) = \frac{1}{2}x(19 - 2x)(40 - 5x)$$

**70** قهبارهی قوتوهکه به شیوهی گشتی نهخشهی رادهدار بنوسه.

**71** قهبارهی قوتوهکه چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2 cm سم بیټ؟

**72** قهبارهی قوتوهکه چهنده کاتیك بهرزییهکهی 2.5 cm سم بیټ؟



## تیروانینیك بۆ دواوه

**73** لاسهنگهی  $x + 3 \leq 3(x - 1)$  شیکار بکه و کۆمهلهی شیکارهکه لهسهر هیلی ژمارهکان بنوینه.

ئهم برانه شیههلبکه.

**76**  $x^2 + x - 12$

**75**  $2x^2 - 32y^2$

**74**  $5b^2 - 5c^2$

**79**  $2x^2 + 11x + 15$

**78**  $4x^2 + 4x + 1$

**77**  $5 - 6x + x^2$

کۆبکهوه یان لیڤدهریکه.

**80**  $(2x^2 - 7x + 5) + (x^3 + 6x^2 - 4x + 1)$

**81**  $(x^4 - 5x^2 - x) - (x^4 + 4x^3 - x + 6)$

**82**  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}x^3 + 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x\right)$

**83**  $(-3.2x^2 + 2.7x^3 + 7.8x) - (4.9x^3 + 2.5x^4)$

## تیروانینیك بۆ پیشهوه

**84** ژمارهی سفرهکانی نهخشهی  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 3x - 18$  ههژمیر کردنی  $f(2)$  دیاریبکه.

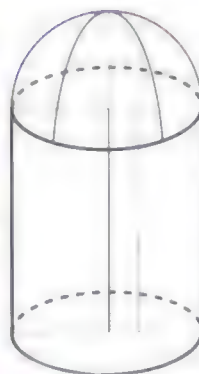


نامانجه کان

- به شیتله کردن هاوکیشه ی راده دار شیکار دهکات.
- به پوونکردنه وهی رهمگه کانی هاوکیشه دهخه ملینیت.
- به پوونکردنه وهی لاسهنگه ی راده دار شیکار دهکات.



ده توانیت زور له پیداویستی هکانی  
ژیان به به کارهینانی هاوکیشه  
ولاسهنگه کان جیبه جی بکهین وه دیاری  
کردنی نیوه تیره ی بنکه ی سایلوییه کی  
دانه ویله به قه باره یه کی دیاری کراو



پاش ئه وهی جوتیاره کان دانه ویله کانیان ده دورنه وه له سایلوی تایبه تیدا دانه ویله که هه لده گرن.  
ئه و سایلویانه ش پیکدیت له لوله کیکی بازنه یی وه ستاو، نیوه گویه کی به سه ره وهیه. وه له  
وینه که ی سه ره وه دا دیاره. ده شانیت بۆ قه باره ی لوله که ئه م ریسایه به کار دهینیت  $C(r) = \pi r^2 h$   
کاتیک  $C$  قه باره، و  $r$  نیوه تیره ی بنکه، و  $h$  به رزی لوله که بهیت، هه ره ها قه باره ی گو به پیی ئه م  
یاسایه هه ژمار ده که ی  $H(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$  له وهی پیشو ده ره که ویت که قه باره ی سایلوکه به م  
چه شنه ده بیت.  $T(r) = H(r) + C(r) = \frac{4}{3}\pi r^3 + \pi r^2 h$   
شاسوار ده یه ویت سایلویه کی دانه ویله که به رزی 8m قه باره که ی 650 مته رسیجا دروست بکات،  
پیویسته نیوه تیره ی سایلوکه به چه ند دابنیت.

هاوکیشه ی  $2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$  به شیتله کردن شیکار بکه.

نونه

شیکار

$$2x^3 - 7x^2 + 3x = 0$$

$$x(2x^2 - 7x + 3) = 0$$

$$x(2x-1)(x-3) = 0$$

$$x=0 \text{ یان } 2x-1=0 \text{ یان } x-3=0$$

$$x=0 \text{ یان } x=\frac{1}{2} \text{ یان } x=3$$

ساغ بکه وه

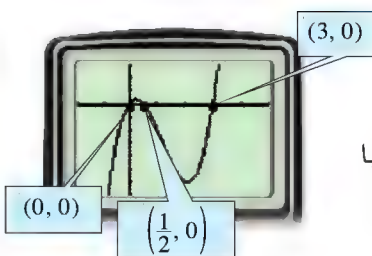
$$y = 2x^3 - 7x^2 + 3x$$

بکیشه و سه رنجی سفره کانی بده.

ئه گهر سه رنجی هیلکاری پوونکردنه وه یی نه خشه که بدهیت دلنیا

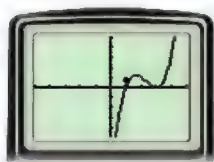
ده بیت له وهی سفره کانی نه خشه که هه مان ئه و به هایانه یه که

به شیوه ی جهبری دۆزیبوته وه.



هاوکیشه ی  $2x^3 + x^2 - 6x = 0$  به شیتله کردن شیکار بکه. هه ول بده





شیتەلکردنی پادەدارەکه بوو ھۆی شیکارکردنی ھاوکیشەکە ی پێشوو،  
 پەرەکه شیتەل بوو بۆ ئەنجامی لیکدانی 3 کۆلکە، لەمەو ھاوکیشەکە  
 3 شیکار یان 3 پەرگی جیاوازی ھەیە. بەلام لەھەندێ ھاوکیشە ی  
 پادەدار پەرگەکان دووبارە دەبنەو ەک لەم نمونەیدا دەرەکەوێت:

## نمونە 2

ھاوکیشە ی  $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$  بەبەکارھێنانی پوونکردنەو ەیی و دابەشکردنی بژمیرو و  
 شیتەلکردن شیکاریکە.

شیکار ھێلکاری پوونکردنەو ە ی نەخشە ی  $y = x^3 - 7x^2 + 15x - 9$  بەکاربھێنە بۆ خەمڵاندنی  
 پەرگەکانی ھاوکیشەکە. لە ھێلکاریەکەو ە پوون دەبێتەو ە که 1 یەکیک لە سفرەکانی نەخشەکە ی ە،  
 دەشتوانین دُنیا بین لەو بەدانا نەو ە ی بەھاکە لە جیاتی  $x$ . بێردۆزی ھاوکیلکە و دابەش کردنی  
 بژمیرو بەکاربھێنە بۆ دابەش کردنی  $x^3 - 7x^2 + 15x - 9$  بەسەر  $x-1$ .  
 کەواتە،

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -7 & 15 & -9 \\ & & 1 & -6 & 9 \\ \hline & 1 & -6 & 9 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = (x-1)(x^2 - 6x + 9)$$

$$= (x-1)(x-3)^2$$

$$x-1=0 \text{ یان } x-3=0 \text{ یان } x-3=0$$

$$x=1 \text{ یان } x=3 \text{ یان } x=3$$

پەرگەکانی ھاوکیشە ی  $x^3 - 7x^2 + 15x - 9 = 0$  بریتی یە لە

1 و 3 و 3 پەرگی 3 دووجار دووبارە بۆتەو ە.

ئەنجامی  
 دابەش بریتی یە لە  
 $x^2 - 6x + 9$

ھەوڵبەدە

ھاوکیشە ی  $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$  بە پوونکردنەو ە ی و دابەشکردنی بژمیرو و شیتەلکردن  
 شیکاریکە.

لەوانە یە کۆلکە ی  $(x-a)$  لە شیتەلکردنی پادەدار یکی و ەک  $y$  دووبارە بێتەو ە و ەک لە نمونە ی  
 پێشوو دا بینرا. لەم بارە دا دەوتریت  $a$  پەرگیکی دووبارە یە **Multiple Root**. بە ژمارە ی ئەو  
 جارانی کە  $(x-a)$  تیا دووبارە دەبێتەو ە لەو ھاوکیشە ی  $P(x)=0$  دەوتریت پلە ی  
 دووبارە بوونەو ە ی پەرگی  $a$ . پەرگی 3 لە ھاوکیشە کە رەگیکی دووبارە بوونەو ە ی پلە دوو. کاتی ک  
 رەگی  $a$  لە پادەدار ی کدا دووبارە دەبێتەو ە و اتا ھێلی پوونکردنەو ە ی نەخشە کە لە تەو ەری  $x$   
 دەرکەو یت لە خالی  $(a, 0)$  بێ ئەو ە ی بێریت. ناشتوانین بَلین خالی لیکەو ەتن ھەمیشە پەرگیکی  
 دووبارە بوونەو ە یە. لەبەر ئەو ە ی ھێلکاری پوونکردنەو ە یە کە ئەو ە ندە و ورد نییە کە ئەمە ی لی  
 دەرئەنجام بدەین. دەتوانین ھەندیک پادەدار شیتەلکە ی بە دانانی گۆراو یکی تر لە جیاتی گۆراو ە  
 بنە پەتی یە کە و ەک لەم نمونە دا دەرەکەو یت.

## نمونە 3

ھاوکیشە ی  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$  بە شیتەلکردن شیکاریکە.  
 شیکار

شیکارکردنی پرسیارەکان

1. شیکارکردنی پرسیار یکی سادە تر: دەتوانین پادەدار ی  $x^4 - 4x^2 + 3$  بگۆرین بۆ پادەدار یکی  
 دووجا بە دانانی  $y = x^2$  لە جیاتی گۆراو ە بنە پەتی یە کە، ئەو کاتە پادەدارە کە دەبێتە  $y^2 - 4y + 3 = 0$

$$x^4 - 4x^2 + 3 = 0$$

$$(x^2)^2 - 4(x^2) + 3 = 0$$

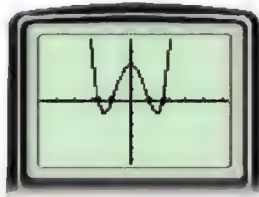
$$y^2 - 4y + 3 = 0$$

$$(y-1)(y-3) = 0$$

$$y = 3 \text{ یان } y = 1$$

2.  $x^2$  له جیاتی  $y$  داده‌نن پاشان به‌های  $x$  بدوژره‌وه که په‌گه‌کان هاوکښه بنه‌په‌تییه که دیاریده‌کین  $x^2=1$  یان  $x^2=3$  په‌گه‌کانی هاوکښه بنه‌په‌تییه که بریتیه له  $x=\pm 1$  یان  $x=\pm\sqrt{3}$   $x=1$   $x=-1$   $x=\sqrt{3}$   $x=-\sqrt{3}$

ساغېکه‌وه



هیلکاری پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی  $y = x^4 - 4x^2 + 3$  بکښه و سهرنجی سفره‌کانی نه‌خشه‌که بده ده‌بنیت هیلی پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌که ته‌وه‌ری سینی ده‌پرېت له  $-1$  و  $1$  له دوو خالی هاوجی به پپی ته‌وه‌ری صاده‌کان له  $-\sqrt{3} \approx -1.7$  و  $\sqrt{3} \approx 1.7$  ده‌نوینن.

هه‌ولېده هاوکښه‌ی  $x^4 - 9x^2 + 14 = 0$  به شپته‌لکړدن شیکاریکه.

## ژماره‌ی په‌گه‌کانی هاوکښه‌ی را‌ده‌دار Number of Roots for Polynomial Equation

له نمونه‌کانی پېشوو درکه‌وت ژماره‌ی په‌گه‌کانی هاوکښه‌ی پله سی بریتیه له 3 په‌گه و ژماره‌ی په‌گه‌کانی هاوکښه‌ی پله چوار ده‌بېته 4 په‌گ به‌لام نهمه به گشتی راست نییه.

4 هاوکښه‌ی  $x^4 - 1 = 0$  شیکاریکه.

شیکار

$$x^4 - 1 = (x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ = (x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$$

ناتوانین کولکه‌ی  $x^2 + 1$  شپته‌لېکه‌ین له‌بهر ته‌وه‌ی نهم را‌ده‌داره له ژماره را‌ستیه‌کاندا هیچ سفریکی نییه چونکه  $x^2$  ژماره‌یه‌کی سالب نابېت. که‌واته، ژماره‌ی په‌گه‌کان هاوکښه‌ی  $x^4 - 1 = 0$  تنها دوو په‌گه.

## Polynomial Inequalities

## لاسه‌نگه را‌ده‌داره‌کان



5 لاسه‌نگه‌ی  $x^4 - 4x^2 < 0$  شیکاریکه.

شیکار

هیلکاری پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌ی  $y = x^4 - 4x^2$  بکښه له هیلکاری پروونکردنه‌وه‌یی نه‌خشه‌که‌وه درده‌که‌وېت که  $-2$  و  $0$  و  $2$  سفره‌کانی نه‌خشه‌کن و به‌های نه‌خشه‌که سالب ده‌بېت کاتیک  $x$  به‌های  $-2$  و  $2$  ودرده‌گریت جگه له سفر واتا  $-2 < x < 2$  جگه  $x \neq 0$ .

هه‌ول بده لاسه‌نگه‌ی  $x^4 - 4x^2 \leq 0$  شیکاریکه.

## بەردەوامبون لە بیرکاریدا

1 ئەو پەییوەندیانە پوونبکەووە کە سفری نەخشەکە وەرگی ھاوکیشەکە و ھاوکۆلکە ی پادەدارو

خالی یەکتەرپین لەگەڵ تەوهری سینی بەیەکەووە دەبەستیتەووە.

2 چی دەلاییت دەربارە ی سفرەکانی نەخشەیکە ی پادەدار لە جوړی  $y = (x-3)^n$  ؟

## راهنانی ئاراستە کراو

بە شیتەلکردن ئەم ھاوکیشانە شیکاریکە.

$$x^3 + 15x^2 + 54x = 0 \quad 4$$

$$x^3 - x^2 - 12x = 0 \quad 3$$

هێلکاری پوونکردنەوهدی و دابەشکردنی بژمیڤی وشیتەلکردن بەکارینە بۆ دۆزینەوهدی هەموو

پەگەکانی ھاوکیشەکانی.

$$x^3 - 3x - 2 = 0 \quad 6$$

$$x^3 - 5x^2 + 3x = 0 \quad 5$$

بە هۆی گۆڤاویکی نوێ وشیتەلکردن پەگەکانی ئەم ھاوکیشانە بدۆزەووە.

$$x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \quad 8$$

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad 7$$

9 ئەگەر نەخشە ی  $V(r) = \frac{1}{3}\pi r^3 + 25\pi r^2$  قەبارە ی

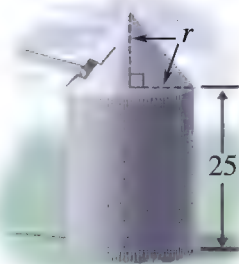
سایلۆیکە دانەوێلە بنوینیت وە ک لە شێوهدی بەرامبەر دا

هاتوو کاتی ک  $r$  نیو تیرە ی بنکە ی لولەکە کە بیّت بە

مەترە، نیو تیرە ی بنکە ی لولەکە کە هەژمیڤر بکە بۆ

نزیکتە ی دە نزیکبکەووە، ئەگەر قەبارە ی سایلۆکە  $2\,042\text{m}^3$

بیّت.



## راهنان و جێبەجێکردن

بە شیتەلکردن پەگەکانی ئەم ھاوکیشانە دیاریکە.

$$x^3 + 2x^2 - 48x = 0 \quad 11$$

$$x^3 + 2x^2 - 35x = 0 \quad 10$$

$$x^3 - 7x^2 + 10x = 0 \quad 13$$

$$x^3 - 13x^2 + 40x = 0 \quad 12$$

$$y^3 = 49y \quad 15$$

$$x^3 = 25x \quad 14$$

$$16x - 6x^2 - x^3 = 0 \quad 17$$

$$2x^3 - 10x^2 - 100x = 0 \quad 16$$

$$20d^2 + 5d^3 - 60d = 0 \quad 19$$

$$3y^3 + 9y^2 - 162y = 0 \quad 18$$

$$3y^3 + 36y^2 = 3y^4 \quad 21$$

$$110x - 2x^3 = 12x^2 \quad 20$$

به شیتە لکردن په گه کانی ئەم هاوکیشانه دیاریبکه.

$$x^3 + 5x^2 + 7x + 3 = 0$$

23

$$d^3 - d^2 - 5d - 3 = 0$$

22

$$5d^3 - 60d^2 + 180d = 0$$

25

$$2b^3 + 16b^2 + 32b = 0$$

24

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

27

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

26

$$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$$

29

$$x^3 - 2x^2 - 9x = -18$$

28

$$x^3 + 3x^2 = 27 + 9x$$

31

$$n^3 + 8 = 2n^2 + 4n$$

30

به هۆی گوراپوێکی نوێ و شیتە لکردن په گه کانی ئەم هاوکیشانه دیاریبکه.

$$x^4 - 6x^2 + 9 = 0$$

33

$$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$$

32

$$b^4 - 24b^2 + 144 = 0$$

35

$$y^4 - 18y^2 + 81 = 0$$

34

$$b^5 - 28b^3 + 27b = 0$$

37

$$x^5 - 9x^3 + 8x = 0$$

36

$$x^4 - 14x^2 = -49$$

39

$$x^4 - 12x^2 = -36$$

38

$$n^4 + 14 = 9n^2$$

41

$$d^4 + 12 = 7d^2$$

40

42 دهروازهیهك له سهر پۆشهنبیری: خه لکی عمر خیام وهك شاعیریکی نووسهری دیوانی

چوارینهكان دهناسن، به لام هه نديکی كه میان دهزانن كه ئەم مروڤه يه كێك بووه لهو

زانایانهی كه له بیرکاریدا کاریان کردوو. ئەم زانایه پێگایهکی پیش خست بۆ دیارکردنی

سفرهکانی ئەو نهخشه پادهدارانهی بهم شێوهیه دهووسرێت  $f(x) = x^3 - bx - a$  کاتیك كه

$b > 0$  و  $a > 0$  به هۆی دۆزینهوهی پۆتانی خاله کانی يه کتربرینی هێلی پروونکردنهوهی

هه ندي نهخشه ی ناسراو له گه ل تهوهری سینییهکان.

ا به های  $a$  و  $b$  لهم نهخشه دا چهنده  $f(x) = x^3 - 7x - 6$

ب هێلکاری پروونکردنهوهی ئەم نهخشانه بکێشه به به کارهێنانی به های  $a$  و  $b$  كه له

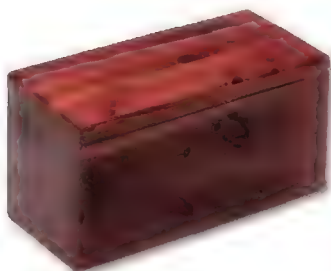
$$y = -\sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x \text{ و } y = \sqrt{x^2 + \frac{a}{b}}x \text{ و } y = -\frac{1}{\sqrt{b}}x^2$$

ج جگه له سفر پۆتانه جیاوازه کانی خالی يه کتربرینی هێلی پروونکردنهوهی

نهخشه کانی كه سفری نهخشه ی  $f(x)$  دهنوێنین دیاریبکه.

د هێلکاری پروونکردنهوهی  $f(x) = x^3 - 7x - 6$  بکێشه و سفره کانی دیاریبکه وله

ساگردهنهوهی پرسپاری پیشوو دلیا به.



43 پیشه سازی سندو قیکی تهخته پانییه که ی  $x$

ودرێژیه که ی 3 تهوهنده ی پانییه که یی و به رزییه که ش

1 ی له پانییه که ی زیاتره، دلیا به له وهی نهخشه ی

$$V(x) = 3x^3 + 3x^2$$

دوورییه کانی سندو قه که دیاری بکه کاتیك قه باره که ی

36 بێت.

44 پزیشکی گولاجیکی قیتامین شێوهی لوله کێکی بازنه یی وهستاوی ههیه که دوو

نیوه گۆ له ههر دوو سه ره کانییه تی. ئەگەر نهخشه ی  $V(r) = 10\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3$  قه باره ی

دهنکه گولاجه که بنوێنێت کاتیك  $r$  نیوه تیره ی بنکه ی لوله که که بێت به مللیمتر.

نیوه تیره ی گولاجیك چهنده کاتیك قه باره که ی  $160\text{mm}^3$  بێت.



## روانىيىك بۆدواوه

پۇتانی خالە شلۇقهکانی ئەم نەخشانه دیاریبکه، ئەوپەری بەهاکانیان بە نزیکراوی بنووسه،  
پاشان ناوچهکانی پوو له زیادبوون وپوو له کهمبوون دیاریبکه.

$$y = 2x^2 + 5x + 2 \quad \boxed{46}$$

$$y = 6x^2 - x - 12 \quad \boxed{45}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 4x - 5 \quad \boxed{48}$$

$$y = x^2 + 3x - 2 \quad \boxed{47}$$

ئەمانەى خوارەوه بە دابهشکردنى بژمىرى بدۆزەرەوه.

$$(3x^4 - 4x^2 + 2x - 1) \div (x - 1) \quad \boxed{49}$$

$$(x^4 + 4x^3 + 5x^2 - 5x - 14) \div (x + 2) \quad \boxed{50}$$

## روانىيىك بۆپيشهوه

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 7x} \times \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} \quad \boxed{51}$$

ئەم بره به بهکارهينانى شيتهلکردن کورتبکهوه

# نمونه\* (سامپل) چىيە؟

## What is the Sample?

لەكاتی کارکردنت لەم پرۆژەیدا ئەو نەخشە پادە دارانە دەدۆزیتەوێت کە دەبنە سامپلی جوړاوجۆری شیوێ دەفرییهکان. هەڵدەستیت بە تێکردنی ئاو بۆ ئاو دەفریێک بەقەبارەیهکی دیاریکراو و پێوانی بەرزى وقەبارەگەى، لە هەموو زیادکردنیکدا ئەم تاقیکردنەوێتە دووبارە بکەرەوێت تا دەفرەگە پێ دەبێت، بەمەش کۆمەڵێک جووتی پێکخراوی جیاوازی دەست دەکەوێت لەسەر پووتەختی پۆتانەکان بیاننوێنە.



\* سامپل = نمونه (نموذج)

## چالاكى 1

قەبارە (mm <sup>3</sup> )	بەرزى (Cm)	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

1. قەبارەى دەفرەكە ديارىبكە. قەبارەكە دابەش بکە بۇ 10 بەش ئەنجامى دابەشەكە لە نزیكترین ژمارەى تەواو نزیك بکەوہ ( بۇ نمونە: ئەگەر قەبارەى دەفرەكە  $347\text{mm}^3$  بێت بە دابەش کردنى بەسەر 10 دا ژمارە 34.7 دەست دەکەوێت نزیکیبکەوہ لە 35 ).
2. 10 جار ئاو بۇ دەفرەكە زیاد بکە، لەهەر جاریکدا قەبارەى زیادکراو ( $35\text{mm}^3$ ) لە نمونەى پیشوودا گۆرپانەکان کە بەسەر قەبارەى ئاوکە و بەرزیهکەى دادیت دواى هەموو زیاد کردنىک تۆمار بکە. لەخشتەیهکى وەك خشتەکەى بەرامبەرت گۆرانى قەبارەى ئاوکە و بەرزیهکەى لە ناو دەفرەکەدا تۆمار بکە. ئەم کردارە تا دەفرەكە پر دەبێ دووبارە بکەرەوہ.

## چالاكى 2

1. پێدراوہ تۆمار کراوہکانى خشتەى پیشوو بەکاربەننە. جووتە پیکخراوہکان لەسەر پروتەختى پۆتانەکان بنوینە، وای دابنێ قەبارە  $x$  و بەرزى  $y$  بێت.
2. پێدراوہکانى خشتەى پیشوو لە بژمێرى پروونکردنەوہیى (ئەگەر هەبێت) تۆماریکە داوا لە بژمێرکە بکە دوو سامپلى جیاوازى بداتى کە جووتە پیکخراوہکانى پیشوو بنوینن. سامپلى یەکەم نەخشەیهکى رادەدارى پلە 3 بێت و دووہم نەخشەیهکى دووجابێت.
3. بۇ بەراوردکردنى دوو سامپلەکە هێلکاری پروونکردنەوہیى هەردووکیان لەسەر پروتەختى پۆتانەکان بکێشە. ئەوہیان هەلبژێرە کە بێت راستترە لەوى تریان (ئەوہى کە نزیکترە لە نواندى جووتە پیکخراوہکە).
4. ئایا دەتوانیت ئەم سامپلە بەکاربێنیت بۇ خەملاندنى بەرزى ئاوى دەفرەكە بە تیکردنى قەبارەى جیاواز لە ئاوى خشتەى پیشوو؟ پروونیبکەوہ.



# پیداچوونه‌وهی به‌ش

له جیاتیدانان به‌کاردهیته تاكو بریاریدیت نایا  
پاده‌داری یه‌که‌م دابه‌ش ده‌بیټ به‌سه‌ر دووهم یان نا؟

$$(x-2) : (x^3 - 7x^2 + 4x + 12) \quad 17$$

$$(x+2) : (x^3 - 5x^2 - 11x + 12) \quad 18$$

دابه‌شبه‌که

$$(x-2) : (x^3 + 6x^2 - x - 30) \quad 19$$

$$(x^3 - 2x^2 - 11x + 12) : (x^2 - x - 12) \quad 20$$

نهم هاوکی‌شانه شیکاریکه وه‌مموو ره‌گه‌کانی دیاریبکه.

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0 \quad 21$$

$$x^4 - 10x^2 + 24 = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 10x^2 + 9 = 0 \quad 23$$

$$x^4 - 13x^2 + 12 = 0 \quad 24$$

نهم هاوکی‌شانه شیکاریکه، نه‌گه‌ر زانیت ژماره پیداووه‌که

یه‌کیک له ره‌گه‌کانیه‌تی.

$$-3 : x^3 + 7x^2 + 16x + 12 = 0 \quad 25$$

$$-3 : x^3 + 3x^2 - 16x - 48 = 0 \quad 26$$

$$4 : x^3 - 11x^2 + 38x - 40 = 0 \quad 27$$

$$6 : x^3 - 6x^2 - x + 6 = 0 \quad 28$$

$$29 \quad \text{هاوکی‌شهی } x^3 - x^2 - 6x + 6 = 0 \text{ شیکاریکه.}$$

پله‌ی نهم پاده‌دارانه دیاریبکه

$$3x^3 + 11x^2 - 2x + 1 \quad 30$$

$$8x^5 - 6x^2 + 10x^3 \quad 31$$

$$-x^2 + 8x - 5x^4 - 3 \quad 32$$

$$-2x^2 - x^3 + 7x^4 \quad 33$$

به‌های نهم پاده‌دارانه هه‌ژماریکه کاتیك  $x = -1$  ,  $x = 2$ .

$$-x^3 + 4x^2 - 2 \quad 1$$

$$x^3 + 2x^2 - 1 \quad 2$$

$$x^4 - 22 \quad 3$$

$$19 - x^3 - x^2 \quad 4$$

کو‌کردنه‌وه یان لی‌ده‌رکردن بکه پاشان نه‌نجام به

ساده‌ترین شی‌وه بنووسه

$$(3x^3 - 5x^2 + 8x + 1) + (11x^3 - x^2 + 2x - 3) \quad 5$$

$$(7x^3 - 8x^2 + 2x - 3) - (x^3 + x^2 - 6) \quad 6$$

هی‌لکاری پوونکردنه‌وه‌یی نهم نه‌خشانه بکی‌شه‌نایا

نه‌خشه‌که به‌های گه‌وه‌رتین یان بچووکترینی هه‌یه،

به‌های نزیکه‌بیان بنووسه. ناوچه‌ی پوو له زیادبوون

وو‌وو له‌که‌مبوونیان بنووسه.

$$f(x) = x^2 - 2x + 9 \quad 7$$

$$f(x) = -x^2 + 5x - 4 \quad 8$$

$$f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 1 \quad 9$$

$$f(x) = -2x^3 + x^2 - 9 \quad 10$$

لی‌کبه‌ه پاشان به‌ساده‌ترین شی‌وه بنووسه.

$$2x^3(5x^4 - 3x + x^2 - 6 - x^3) \quad 11$$

$$(x+4)(x^3 - 7)(x+1) \quad 12$$

نهم پاده‌دارانه شپته‌لی‌که

$$x^3 + 4x^2 - 5x \quad 13$$

$$x^3 - 3x^2 - 10x \quad 14$$

$$x^3 - 125 \quad 15$$

$$27x^3 + 1 \quad 16$$





## تاقىکردنەۋەى بەش

4

بەھاي ئەم پادەدارانە ھەژمارىكە كاتىك  $x$  بەھاي 2- و 3 وەرگىت.

$$x^3 - 2x^2 + 5 \quad 1$$

$$x^4 - x^2 + 3x - 4 \quad 2$$

$$5x^2 - 3x + 1 \quad 3$$

$$7x^3 + x^2 - 2 \quad 4$$

ئەم پادەدارانە كۆيكەرەۋە يان لە يەكپاندەرىكە پلە وژمارەى پادەكانى ديارىكە پاش ئەۋەى بە شىۋەى گشتى بنووسە.

$$(5x^3 - 3x^2 + x - 7) + (3x^2 - x - 6) \quad 5$$

$$(2x^5 + 9x^3 - 7x + 4) - (9x^3 + 3x^2 + 4) \quad 6$$

پارە پىدان: لە يەكئى لە وولاتەكان حكومت سندوقىكى تايپەتى دانا بۆ ھاندانى كرىكارەكانى. بە كۆكردنەۋەى برى يارمەتى 5000 دىنار

لەسەرەتاي ھەر سالىك تاۋەكو لە پىرىدا سوۋدى لىۋەرگىرن، حكومەتەش 7% ى كۆى پارەى دانراۋى ھەر كرىكارىك بىدات، سەرجمەى پارەى دانراۋى كرىكارىك چەندە؟ دواى دانانى قىستى پىنجەم.

ھىكارى پوونكردنەۋەى ئەم نەخشانە بكىشە. گەرەتەرىن وچوۋكتەرىن بەھا بۆ نىكتەرىن دەىى بدۆزەرەۋە. وناۋچەى پوۋ لە زىادبوون وپوۋ لەكەمبوونىشيان بۆ ديارىكە.

$$f(x) = 2 - 2x - x^2 \quad 8$$

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + 4 \quad 9$$

$$f(x) = x^4 - 3x^2 - 4 \quad 10$$

$$f(x) = 5 - 3x^2 - x^3 \quad 11$$

ئەم پادەدارانە شىتەلېكە.

$$5x^4 - 180x^2 \quad 12$$

$$4x^3 - 5x^2 - 8x + 10 \quad 13$$

$$2x^3 + 128 \quad 14$$

$$x^4 - 7x^3 + 12x^2 \quad 15$$

بەبەكارھىتانى دابەشكردنى ئەقلىدى ئەمانە دابەشېكە.

$$(2x^4 - 7x^3 - 15x^2 + 8x + 12) \text{ بەسەر } (2x + 3) \quad 16$$

$$(x^3 + 3x^2 - 2x - 6) \text{ بەسەر } (x^2 - 2) \quad 17$$

بەبەكارھىتانى دابەشكردنى بژمىرى ئەمانە دابەشېكە.

$$(-x^3 + 6x^2 - 11x + 6) \text{ بەسەر } (x - 3) \quad 18$$

$$(x^3 + 6x^2 - 27) \text{ بەسەر } (x + 3) \quad 19$$

$$V(x) = x(14 - 2x)(32 - 2x) \text{ نەخشەى } \quad 20$$

پىشە سازى نەخشەى لاكىشەتەرىب دەنۆنىت. پادەدارى قەبارەى بە شىۋەى گشتى بنووسە پاشان قەبارەكەى ھەژمىر بىكە كاتىك  $x=3$

پەگەكانى ئەم ھاۋكىشانە بدۆزەرەۋە.

$$-2x^3 + 7x^2 + 3x = 0 \quad 21$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 22$$

$$x^4 - 6x^2 + 8 = 0 \quad 23$$

$$x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 14x = 0 \quad 24$$

$$\text{وزە: سايلىۋى غازى شل بە شىۋەى لولەككىكى} \quad 25$$

بازنەىى ۋەستاۋە كە ھەرىكەى لە سەرەكانى بە نىۋە گۆيەك داپۇشراۋە. ئەگەر نەخشەى

$$V(r) = 15\pi r^2 + \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ قەبارەى سايلىۋەك بىت} \quad 26$$

بەمەتر سىجا كە  $r$  نىۋەتيرەى بىكەكەى بىت،

بەھاي نىكەىى قەبارەى سايلىۋەكە ھەژمار بىكە

كاتىك نىۋەتيرەى بىكەكەى  $0.5m$  بىت.

ئەم نەخشە پادەدارانە بنووسە كە پاسادانى ئەم مەرجانە دەكەن.

$$\text{پلەكەى } = 2, f(0) = 3 \text{ سفرەكانى } 1 \text{ و } \frac{3}{7} \quad 26$$

$$\text{پلەكەى } = 3, f(0) = -18 \text{ سفرەكانى } 3 \text{ و } -3 \quad 27$$

ۋ -1

$$\text{پلەكەى } = 3, f(0) = 30 \text{ سفرەكانى } 3 \text{ و } -1 \text{ و } 2 \quad 28$$

ۋ 2

# تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

- 1 کام جووتی پیکخراو ده‌بیته کۆمه‌له شیکاری هەردوو لاسه‌نگه‌ی  $y \geq -x$  و  $y \geq 3x+2$  ؟  
 ا  $(1, -5)$  ب  $(0, 5)$   
 ج ا و ب پیکه‌وه د نه‌ا و نه‌ب
- 2 لاری راسته‌هێلی  $3x+4y=2$  بریتیه له  
 ا 3 ب  $\frac{3}{2}$   
 ج  $-\frac{3}{4}$  د 4
- 3 هاوکێشه‌ی ئەو راسته‌هێله‌ی به‌ خاڵی  $(1, -3)$  دا ده‌روات ئەستوونه له‌ گه‌ل راسته‌هێلی  $y=2x-2$  کامه‌به‌؟  
 ا  $2y=-x+5$  ب  $2y=-x-5$   
 ج  $y=-\frac{1}{2}x+6$  د  $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
- 4 کام له‌مانه‌ شیتە‌لکردنی راده‌داری  $x^2-5x+6$  ده‌نوێنیت؟  
 ا  $(x-2)(x-3)$  ب  $(x+2)(x-3)$   
 ج  $(x+1)(x+6)$  د  $(x-1)(x-6)$
- 5 سه‌ری کام له‌م نه‌خشانه به‌های گه‌وره‌ترین ده‌نوێنیت.  
 ا  $y=3x^2+5x$   
 ب  $y=7x+5x-3x^2$   
 ج  $y=3+5x+\frac{1}{3}x^2$   
 د  $y=\frac{1}{3}x^2$
- 6 ژماره‌ی کۆمه‌له شیکاری سسته‌می هاوکێشه سنورداره‌کان ده‌کاته.  
 ا سفر ب 1  
 ج I به‌ لایه‌نی که‌مه‌وه د ژماره‌یه‌کی نا‌کۆتایی
- 7 به‌های  $|-2.5|-|3.2|$  ؟ هه‌ژمێر بکه‌.  
 ا 15 ب -1  
 ج 3 د -3
- 8 یه‌کتەرپینی راسته‌هێلی  $x-5y=15$  له‌گه‌ل ته‌وه‌ری صادی بریتیه له
- 9 کۆمه‌له‌ی شیکاری لاسه‌نگه‌ی  $4x+2 < 2x+1$  بریتیه له  
 ا  $x \geq 1$  ب  $x > 2$   
 ج  $x < \frac{1}{3}$  د  $x < -\frac{1}{2}$
- 10 کام له‌مانه کۆمه‌له‌ی شیکاره‌ بو لاسه‌نگه‌ی  $|x| \leq 5$   
 ا  $-5 \leq x \leq 5$  ب  $2 \leq x \leq -2$   
 ج  $5 \leq x \leq -5$  د  $-3 \leq x \leq 3$
- 11 کۆمه‌له‌ی شیکاری سیستمی هێلی  $\begin{cases} x+2y=4 \\ 2x+y=5 \end{cases}$  بریتیه له  
 ا  $(2, 3)$  ب  $(2, 1)$   
 ج  $(-3, 2)$  د  $(0, 1)$
- 12 راده‌داری  $(x+1)(x+2)(x-4)$  به‌ شیوه‌ی گشتی بنووسه.  
 ا  $x^2-5x-36$  ب  $-3y^2-5y$
- 13 ئەم نه‌خشه دووجایه له‌سه‌ر شیوه‌ی بنه‌ره‌تی بنووسه  $f(x)=2x^2-8x+9$ .
- 14 کۆیکه‌وه  $(2x^3+3x^2+1)+(5x^2-2x+2)$ .
- 15 لێده‌ریکه  $(5x^3+4x^2-x)-(x^2+2x-1)$ .
- 16 ئەم بره دووجایانه شیتە‌ل‌بکه‌ (نه‌گه‌ر توانرا)  
 ا  $x^2-5x-36$  ب  $24x^2+5x-36$
- 17  $36x^2-46x-12$
- 18 ئەم هاوکێشه  $\frac{x+2}{2} = \frac{2x}{3}$  شیکاریکه‌.
- 19  $36x^2-46x-12$
- 20 ئەم هاوکێشه  $\frac{x+2}{2} = \frac{2x}{3}$  شیکاریکه‌.

بهشی پینجه م

بره کان و نه خشه

ریژهییه کان

Expressions  
and Rational Function

1. گۆرانی پیچه وانه و نه خشه ی هه لگه پراوه.

2. نه خشه ریژهییه کان

3. لیكدان ودابه شکردنی بره ریژهییه کان.

4. کوکرنه وه و لیده رکردنی بره ریژهییه کان.

5. هاوکیشه و لاسهنگه ریژهییه کان.

6. نه خشه ی رهگی دووجا

پروژه ی به شه که

پیداچوونه وه

تاقیکردنه وه ی بهش

تاقیکردنه وه ی که له که بوو



# برهكان و نهخشه پڙهيهكان

## Expressions and Rational Function

لهم بهشدا برهكان و نهخشه پڙهيهكان ونهخشه پڙهيهكان  
دووجا دهخوينين. بره پڙهيهكان نهو برانهن كه بهشيويه  
پڙهيهكان دوو پادهدار دنووسريټ بهلام نهخشه پڙهيهكان نهو  
نهخشانهن كه به هوي بره پڙهيهكانهوه پيناسه دهكريټ.  
نهخشه پڙهيهكان ونهخشه پڙهيهكان دووجا له زور بواري جياوازا  
بهكار دهينريټ. وهك فيزيا و كيميا ونهاندازه ونابوري  
وبازرگاني.

بهشي

5

### وانهكان

1. گورانې پيچهوانه  
ونهخشه ههگهپاوه.
2. نهخشه پڙهيهكان
3. ليكدان ودابهشكردي  
بره پڙهيهكان.
4. كوكردهوه  
وليدهركردني بره  
پڙهيهكان.
5. هاوكيشه ولاسهنگه  
پڙهيهكان.
6. نهخشه پڙهيهكان دووجا

پروژي بهش

قهبارهه هاوينه بره نهو گورزه تيشكه دياريدهكات كه  
دهچيته چاوهوه. له كاميراى فوټوگرافيدا كوني هاوينهكه  
بره گورزه تيشكهكه دياريدهكات.







### دەربارەى پروژەى بەش

زۆربەمان دەتوانىن ناوەندەى كۆمەلەك بەھا بە ئاسانى ھەژمىر بكەين. ناوەندەكان لە زۆر بوارەكانى ژياندا بەكار دەھێنرێن وەك گۆرپى دراوى بيانى لە بانكەكاندا، زىادكردنى كرێى كرێكار، بەكاربردنى سوتەمەنى بۆ ئۆتۆمبىل، ناوەندەكانى خێرايى. دەتوانىن چەند جۆرێك ناوەندە ھەژمار بكەين. لەم بەشەدا دوو جۆريان وەر دەگرين. ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو. پێدراوەكان بەكار دەھێنن بۆ ديارىكردنى ئەو ناوەندەى كە شياوترە لە ھەر بارێكدا.

پاش تەواوبوونى ئەم بەشە تواناي ئەمانەت دەبێ كە:

- ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو ھەژمار بكەيت بۆ كۆمەلە پێدراوێك.
- پەيوەندى نێوان ناوەندە ژمىرەيى و ناوەندە گونجاو ديارى بكەيت.
- شياوترين ناوەند ديارى بكەيت بۆ ھەژماركردنى كۆمەلەك پێدراو.

# گۆرانی پېچەوانە ونەخشەى ھەلگەراوہ

## Inverse Variation and Inverse Function



### نامانجەکان

- گۆرانی پېچەوانە دەناسیټ و نەگۆرەکەى دیاریدەکات.
- ھاوکێشەى گۆرانی پېچەوانە دەنوسرێت.
- ئەو پرسیارانە شیکاردەکات کە پەيوەندیان بە ژيانى پوژانەو ھەيە وگۆرانىکى پېچەوانەيان تێدايە.



### بۆجى

لەو پەيوەندیانەى کە دوو گۆراو پیکەو ە دەبەستێتەو، پەيوەندییەکى وەک رێژەى نێوان گۆراوى بەستراو وگۆراوى سەرەست نەگۆرە. لەھەندى پەيوەندیىدا لیکدانى دوو گۆراو کە نەگۆرە يەکەم جوړى پەيوەندى نەخشەيەکى ھێليیە و پەيوەندییەکەى تر جوړیکە لە نەخشەى رێژەى نموونەش بۆ ئەو پەيوەندى نێوان ژمارەى کریکار وکاتى خايەنراو بۆ تەواوکردنى پرۆژەيەک

زۆربەى جار لاوەکان خۆيەخشانە ھەلەدەستن بە چاندنى دارو دەرخت بۆ سەوز کردنى ناوچە پووتەکان. ژمارەى بەشاربووکان لە چاندنى دەرختەکاندا پۆلىکى گرنگى دەبێت لە دیاریکردنى کاتى پيوست بۆ ئەنجامدانى ئەم پرۆژەيە. ھەرچەند ژمارەکە زيادبکات، کاتى پيوست کەم دەبێتەو بە پېچەوانەوشەو لەم چالاکیەدا ئەو جوړە پەيوەندییەت بۆ پروندەبێتەو.

### چالاکى 1

#### Exploring Inverse Variation

#### دۆزینەوہى گۆرانی پېچەوانە

تیمیكى دێدەوانى بەلێنیدا درەخت بچینیت بۆ سەوز کردنى ناوچەيەکى پرووت وا دانرا ھەر تیمێک لە سەعاتیکدا دە درەخت بروینیت.

1. یەک تیم چەند کاتى پيوستە بۆ پواندنى ھەموو درەختەکان.
2. کاتى پيوست چەند دەبێت ئەگەر 50 تیم بەکارکە ھەستن.
3. کاتى پيوست چەند دەبێت ئەگەر 100 تیم بەکارکە ھەستن.
4. نەخشەيەک بنوسە کاتى خايەنراو بە کاتژمێر  $T$  و ژمارەى تیمەکان  $x$  بێت بۆ پواندنى ھەموو درەختەکان.

✓ خالى چاودێرى



## گۆرانی پېچەوانە Inverse Variation

دوو گۆرپاوی  $x$ ،  $y$  به گۆرانی پېچەوانه بهیهك ده‌بەستریڼه‌وه، ئه‌گەر ئه‌نجامی لیکدانیان بکاته نه‌گۆرپک، به‌هاکانیان هەر چه‌ندیک بێت. واته  $xy = h$  کاتیک  $h$  ژماره‌یه‌کی راستی بێت جگه له سفر پېشی ده‌وتریت نه‌گۆرپ گۆرانی پېچەوانه. Constant of The Inverse Variation Relation. به‌پېی په‌یوه‌ندی  $xy = h$ ،  $h \neq 0$  نابێت هیچ یه‌کیک له گۆرپاوه‌کان به‌های سفر وه‌رگریت. ده‌توانین په‌یوه‌ندی پېچەوانه‌که‌ی پېشوو به‌م شپوهیه بنوسین  $y = \frac{h}{x}$ .

## چالاکى 2

### Exploring The Inverse Function

### دۆزینه‌وه‌ی نه‌خشه‌ی هه‌لکه‌راوه

1. ئه‌م خسته‌یه بنوسه‌وه و ته‌واویبکه کاتیک  $y = \frac{1}{x}$

$x$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	5	6
$y$									
$xy$									

2. به دواى شپوازیک بگه‌رێ. به‌های  $y$  چی لیدیت کاتیک به‌های  $x$  زیاد بکات؟ ئه‌ی  $y$  چی لیدیت که  $x$  که‌مبکات؟

3. هه‌نگاوی یه‌که‌می چالاکیه‌که دووباره‌بکه‌وه که  $y = \frac{2}{x}$  یا  $y = \frac{4}{x}$ ، ئایا بپروات وایه که شپوازه دۆزراوه‌که‌ی پرسیاره‌که به شپاوی ده‌مینیتته‌وه ئه‌گەر  $y = \frac{3}{x}$ ؟ هه‌نگاوی یه‌که‌م دووباره بکه‌وه کاتیک  $y = \frac{3}{x}$ .

4. په‌یوه‌ندی  $y = \frac{h}{x}$  چۆن ده‌گۆرپت کاتیک  $h > 0$ ، کاتیک به‌های  $x$  زیاد بکات وه‌روه‌ها کاتیک که‌مبکات؟

5. ئه‌گەر  $h > 0$ ،  $y = \frac{h}{x}$  ئایا ده‌گونجیت به‌های  $x$  سفر بێت؟ ئه‌وه لیکبده‌وه.

شیکاری پرسیار

✓ خالی چاودێری

ئه‌گەر به‌های گۆرپاوی  $x$  و گۆرپاوی  $y$  بزانیته‌وه په‌یوه‌ندییه‌ی گۆرانی پېچەوانه ده‌گه‌یه‌نیت ئه‌وا ده‌توانیت به‌های نه‌گۆرپ  $h$  بدۆزیتته‌وه وه‌روه‌ها ده‌ستوانیت  $y$  وه‌ك نه‌خشه‌یه‌ك به‌ پېی  $x$  به‌م شپوهیه بنوسیت  $y = \frac{h}{x}$ ، له‌و نموونه‌یه‌ی له ژيانی پۆزانه‌وه وه‌رده‌گیرین زۆریه‌ی کات به‌های  $x$  و  $y$  موجه‌ب ده‌بن.

ئه‌گەر گۆرپاوی  $x$  و  $y$  پېچەوانه بگۆرین،  $y = 13.5$  کاتیک  $x = 4.5$

نه‌گۆری گۆرپانه‌که بدۆزه‌وه هاوکیشه‌ی په‌یوه‌ندییه‌که‌ی نیوان  $x$  و  $y$  بنوسه.

ب به‌های  $y$  له‌م بارانه‌دا بدۆزه‌وه که  $x = 0.5$ ،  $x = 1$ ،  $x = 1.5$ ،  $x = 2$ ،  $x = 2.5$

شیکار

$y$	$x$
121.5	0.5
60.75	1
40.5	1.5
30.375	2
24.3	2.5

ا  $h = xy = 4.5 \times 13.5 = 60.75$  ده‌توانیت په‌یوه‌ندییه‌که به‌م شپوهیه

بنوسیت  $y = \frac{60.75}{x}$

ب به‌کاره‌ینانی بژمیر به‌های  $y$  به‌ پېی به‌هاکانی  $x$  ی

دیاریکراو بدۆزه‌وه.

## نموونه

ههولبده  $x$  و  $y$  دوو گۆپراوی پېچەوانەن کاتیک  $y=120$  ئەوا  $x=6.5$  نەگۆری گۆپراوە و هاوکیشە  $y$  پەيوەندی نیوان  $x$  و  $y$  بنووسە پاشان بەهای  $y$  هەژمێریکە کاتیک  $x$  ئەم بەهایانە وەردەگریت  $x=14$   $x=12.5$   $x=8$   $x=4.5$   $x=1.5$

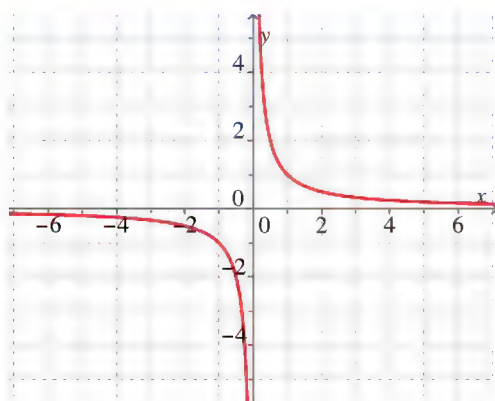
## Inverse Function

## نەخشەى هەلگەپراوه

کەمیک لەمەوپیش دیتت کە هاوکیشە  $y = \frac{h}{x}$  کاتیک  $h \neq 0$  پەيوەندییەکی پېچەوانە دەنوییتت لە نیوان دوو گۆپراوی  $x$  و  $y$  ئەم پەيوەندییەش بە نەخشەى  $y$  بە پێی  $x$  دەناسریت. سادەترین جۆری ئەم نەخشەییەش ئەوەیە کاتیک نەگۆرەکە 1 بێت واتە هاوکیشە بەم چەشنە بێت  $f(x) = \frac{1}{x}$

### Inverse Function نەخشەى هەلگەپراوه

نەخشەى هەلگەپراوه ئەو نەخشەییە کە بەم هاوکیشە دەردەبێت  $f(x) = \frac{1}{x}$



شیوەی بەرامبەر هێلکاری پوونکردنەوهی ئەم نەخشە دەنوییتت ئەگەر بەوردی سەرنجی هێلکارییەکە بدەیت، تێبینی ئەم خالانە دەکەیت:

1. دەتوانیت بەهای  $y$  هەژمار بکەین بە پێی  $x$  بۆ هەموو بەهاکانی  $x$  جگە لە سفر. مانای ئەوەیە بۆاری نەخشەکە هەموو ژمارە راستیەکانە جگە لە سفر.
2. تا بەهای  $x$  زیاد بکات بەهای  $y$  کەم دەکات ئەمەش بەو دەردەبێن و دەلێن نەخشەکە پوولەکەم بوونە.

3. کاتیک  $x$  مۆجەب بێت و بەهاکەى زیادبکات، بەهای  $y$  بە مۆجەبی دەمێنێتەوه و نزیک دەبێتەوه لە سفر. بەم شیوەییەش دەریدەبێن نزیکدەبێتەوه لە سفر لەلای مۆجەب کاتیک  $x$  نزیک دەبێتەوه لە  $+\infty$

4. کاتیک  $x$  سالب بێت و بەهاکەى کەمبکات، بەهای  $y$  بە سالبی دەمێنێتەوه و نزیک دەبێتەوه لە سفر. بەم شیوەییەش دەریدەبێن.  $y$  نزیک دەبێتەوه لە سفر لەلای سالب کاتیک  $x$  نزیکدەبێتەوه لە  $-\infty$

5.  $y$  نزیکدەبێتەوه لە سفر کاتیک بەهای پووتی  $x$  وەردە وەردە زیاد دەکات. لێرەشدا دەوتریت راستە هێلی  $y=0$  واتە تەوهری  $x$  دەرکەناری ئاسۆیی هێلی پوونکردنەوهی نەخشە هەلگەپراوەکەیه.

6. هەر چەندە بەها سالبەکانی گۆپراوی  $x$  زیاد بکات، بەهاکانی  $y$  بە سالبی دەمێنێتەوه و کەمەدەکات لێرەدا دەوتریت  $y$  نزیک دەبێتەوه لە  $-\infty$  کاتیک  $x$  نزیک دەبێتەوه لە سفر لەلای چەپەوه.

7. هەر چەندە بەها مۆجەبەکانی گۆپراوی  $x$  کەمبکات، بەهاکانی  $y$  بە مۆجەبی دەمێنێتەوه و زیاد دەکات. لێرەدا دەوتریت  $y$  نزیک دەبێتەوه لە  $+\infty$  کاتیک  $x$  نزیک دەبێتەوه لە سفر لەلای راستەوه.

8. بەهای پووتی  $y$  وەردە وەردە زیاد دەکات کاتیک بەهای پووتی  $x$  وەردە وەردە کەم بکات. لێرەشدا دەوتریت راستە هێلی  $x=0$  واتە تەوهری  $y$  دەرکەناری شاولی هێلی پوونکردنەوهی دەرکەناری نەخشە هەلگەپراوەکەیه.



## 2

له پووته ختی پوټانه کانداهه ردوو هیلی پروو  
 $f(x) = \frac{1}{x+1}$  بکیشه، ئه و جیگورکی ئه ندازه یی  
 هیلی روونکردنه و هیی دووهم چییه؟

## ههولیدە

له پووتهختی پۆتانهکاندا هەردوو هێلی پوونکردنەوهیی نهخشی هه‌لگه‌پاوه و نهخشی  $f(x) = \frac{1}{x+1}$  بکێشه، ئه‌و جیگۆرکی ئەندازەییانە که هێلی پوونکردنەوهیی یه‌که‌م ده‌گۆرێت بۆ هێلی روونکردنەوهیی دوهم چیه‌؟

## به رده و امپوون له پیرکاریدا

 $x = 2$  $x = 60$  كاتيڪ  $y = 12$  698

كام له هاوكيشانه گۆرانی پىچەوانەيە له نىوان دوو گۆراوەكهدا.

$\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$ <b>13</b>	$y = 10 - x$ <b>12</b>	$y = \frac{-28}{x}$ <b>11</b>	$xy = 400$ <b>10</b>
$y = \frac{42}{x}$ <b>17</b>	$x = y$ <b>16</b>	$\frac{x}{5} = \frac{3}{y}$ <b>15</b>	$x = 10y$ <b>14</b>

له برسياره كانى 18 تا 23، پهيوەندى نىوان  $x$  و  $y$  پهيوەنديەكى پىچەوانەيە.

$x = 12$ <b>18</b>	$y = 8$ <b>كاتيک</b>	$x = 6$ بهاي $y$ چەندە ئەگەر
$x = 36$ <b>19</b>	$y = 9$ <b>كاتيک</b>	$x = 12$ بهاي $y$ چەندە ئەگەر
$y = 4$ <b>20</b>	$y = 3$ <b>كاتيک</b>	$x = 32$ بهاي $x$ چەندە ئەگەر
$y = -4$ <b>21</b>	$y = 3$ <b>كاتيک</b>	$x = -8$ بهاي $x$ چەندە ئەگەر
$x = 2$ <b>22</b>	$y = \frac{3}{5}$ <b>كاتيک</b>	$x = -60$ بهاي $y$ چەندە ئەگەر
$x = 27$ <b>23</b>	$y = \frac{3}{4}$ <b>كاتيک</b>	$x = 12$ بهاي $y$ چەندە ئەگەر

**24** ئەندازە سىگۆشەيەك پروبەرەكەى نەگۆرە. ئەو

پهيوەنديە كامەيە كه بنكه و بهرزی بهيهكهوه

دەبەستيت؟ ئەگەر بهرزیيەكەى  $36\text{cm}^2$  بێت

كاتیک بنكهكەى  $22\text{cm}$  بێت. دريژی بنكهكەى

چەندە کاتيک بهرزیيەكەى ببيته  $24\text{cm}$  ؟

**25** ئەندازە: لاکيشەيەك پروبەرەكەى  $36\text{cm}$  بێت.

دريژی لاکيشەيەك چەندە كه هەمان پروبەرى

هەبێت و پانييەكەى  $3\text{cm}$  بێت؟ ئەگەر واتدانا

پروبەرى لاکيشەكە نەگۆرپيێت، جۆرى پهيوەندى

نىوان دريژی و پانی دیاریبکە.

**26** **ميکانیک** پهيوەندى نىوان خيړايى خولانەوهى

پهپکيکى ددانایى و ژمارەى ددانەکانى گۆرانیکی

پىچەوانەيە. خيړايى پهپکيک 20 ددانى هەبێت

چەندە؟ ئەگەر بزانيهت خيړايى خولانەوهى پهپکيکى

16 ددانى 500 خول بێت له يەك خولەكدا.

**گەشت** تیکرپای گۆرانی خيړايى هۆيەكى گواستەنەوه وکاتی خايەنراو بۆ برينى ماوهيەكى دیارى

کراو پهيوەنديەكى پىچەوانەيە

**27** ئامانج ماوهيەكى دیاریکراوى به 6 کاتژمير به تیکرپای  $80\text{Km}$  له کاتژميرێکدا برى کاتی

پيويست چەندە بۆ برينى هەمان ماوه ئەگەر خيړاييەكەى  $90\text{Km/h}$  بوايە.

**28** فرۆکەيەك پيويستى به  $2.7$  کاتژمير هەيە بۆ برينى ماوهى نىوان دووشار به تیکرپای

$1020\text{ km/h}$ . فرۆکەكە چەند کاتی پيويستە بۆ برينى هەمان دوورى، کاتيک تیکرپای

خيړايەكەى  $810\text{ km/h}$  بێت.



**29** **فیزیا** ئەگەر درېژى شەپۆلىكى رادىئو لەرلەرەكەى پېچەوانە بگۆرېت، درېژى شەپۆلىك چەندە ئەگەر لەرلەرەكەى  $2000Kh$  بېت. ئەگەر زانیت شەپۆلىك درېژىيەكەى  $200m$  بېت لەرلەرەكەى  $3000kh$ .

**30** **مۇسقىقا** ئەگەر ژى عودىك بلەرېتەو ئەوا دەنگىك دروستەكات. پەيوەندى نۆوان ژمارەى لەرلەرەكان ودرېژى ژىيەكەى پەيوەندىيەكى پېچەوانەىە. درېژى ژىيەك چەندە؟ كاتىك ژىيەكە  $370$  جار بلەرېتەو لە چركەيەكدا. ئەگەر بزانت درېژى ژىيەك  $28cm$  بېت  $518$  لەرىنەوەى ەىە لە چركەيەكدا؟

## روانىيىك بۆدواو

هەر يەكە لەم برانە بە توانى موجهب بنووسە.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-2} \quad \text{33}$$

$$ab^{-3} \quad \text{32}$$

$$x^{-1} \quad \text{31}$$

$$\left[(x^{-3})^{-2}\right]^{-3} \quad \text{35}$$

$$y^{-2}b^3c^{-5}d \quad \text{34}$$

پۆتانى سەر و هاوکیشەى تەوەرەى ئەم برگە هاوتایانە بدۆزەو.

$$y = -x^2 - 5x + 6 \quad \text{38}$$

$$y = x^2 + 2x - 3 \quad \text{37}$$

$$y = -3x^2 + 5 \quad \text{36}$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad \text{41}$$

$$y = x^2 + x + 1 \quad \text{40}$$

$$y = x^2 + 2 \quad \text{39}$$

پلەى ئەم رادەدارانە دیارییکە.

$$-5x^3 - x^4 + 1 \quad \text{44}$$

$$2 - 5x + 7x^2 - x^3 \quad \text{43}$$

$$3x^5 - 2x^4 + x^2 - 1 \quad \text{42}$$

## روانىيىك بۆپېشەو

**45** خشتەيەك بۆ بەهایەكانى نەخشەى  $f(x) = \frac{1}{x+2}$  دروستبکە بە پیدانى بەهای  $-3$  تا  $-1$  بە پلەدارکردنى کە هەر هەنگاویکی  $0.1$  بېت. خشتەكە بەکاربېنە بۆ دیاریکردنى بەهاكانى  $y$  كاتىك  $x$  نزيك دەبېتەو لە  $-2$ .



بۇجى

نەخشە رېژەيەكان بەكارىن بۇ  
نۈندى گەلىك پەيۋەندى زىانى پۇزانەمان  
زۇر جار نەم نەخشە بۇ شىكارى نەو  
پرسىارانە بەكارىنن كە پەيۋەندىيان پە  
بەرەمى ئاۋىتە ھەپە

## نامانچەكان

- نەخشە رېژەيەكان  
دەناسىت وبەھاكى  
ھەژمار دەكات.
- ھىلكارى پوونكرندنەوھى  
نەخشە رېژەيى دەكىشيت  
و بوارەكى ديارىدەكات و  
ھاۋكىشەى دەرەكانەكانى  
ديارىدەكات.

ئاسۇ لە تاقىگەيەكى كىمىيادا كاردەكات. كارەكى و پىۋىست دەكات رېژەى سوۋرى گىراۋەيەك  
رېك بخت. ئاسۇ دەتوانىت نەخشەيەكى رېژەيى بەكاربەينىت بۇ نۈندى رېژەى سوۋرى گىراۋەيەك.

ئاسۇ گىراۋەيەكى 65 ml لايە رېژەى سوۋرىيەكى 10% يە و x ml ئاۋى دلۋىپنراۋى بۇ زىاد  
كرد بەمەش گىراۋەيەكى نوۋى دەستدەكەۋىت.

نەخشەى s بنوسە كە رېژەى سوۋرى گىراۋە نوۋىيەكە بە پىنى ھىندى ئاۋە دلۋىپنراۋەكە بىت.

رېژەى سوۋرى گىراۋە نوۋىيەكە چەندە ، ئەگەر ئاسۇ 100 ml زىادبكات؟

شىكار

ئەندازەى خۇى لە گىراۋە بنەپتەكە

$$10\% \times 65 = 6.5$$

خۇى ← 6.5  
گىراۋە ← 65

ئەندازەى خۇى لە گىراۋە نوۋىيەكە:

$$\frac{6.5}{65+x}$$

خۇى ← 6.5  
گىراۋە ← 65+x

زىادكردى x ml لە ئاۋى دلۋىپنراۋ

نەخشەى رېژەى سوۋرى لە گىراۋە نوۋىيەكە:

$$c(x) = \frac{6.5}{65+x}$$

بۇ ھەژمىر كرىدى رېژەى سوۋرى پاش زىاد كرىدى 100 ml لە ئاۋى دلۋىپنراۋ، ھەژمىرى

بەھای نەخشەكە بكە كاتىك x = 100

$$c(100) = \frac{6.5}{65+100} \approx 0.039 \text{ يان } 3.9\%$$

## نمونە

جىبەجى كرىدەكان  
كىمىا



برې پېژهي Rational Expression بریتیه له پېژهي نیوان دوو پادهدار. نهخشی پېژهي  
 Rational Function به پی پې پېژهي پیناسه دهکړت. نهخشی  $c(x) = \frac{6.5}{65+x}$  له نمونه 1 دا  
 نهخشی پېژهي به پی پې پېژهي  $\frac{6.5}{65+x}$  پیناسه کراوه.  
 نایا نهخشی  $f(x) = \frac{x^2+2}{|x|}$  نهخشی پېژهي؟ پوښیکه وه.  
 نهخشی هله پراوه  $f(x) = \frac{1}{x}$  سادهترین نهخشی پېژهي کانه. لهوانه پېشودا بینیت بههای  
 نهخشی هه ژمار ناکړت کاتیک  $x=0$ . به شیوه کی گشتی بواری نهخشی پېژهي هه مو ژماره  
 راستیه کانه جگه لهو ژمارانه ژیره دهکن به سفر، نهو ژمارانه ژیره دهکنه سفر پیان  
 دهوتریت ژماره قه دهغه کراوه کان بو گوپاوی  $x$

✓ خالی چاودېږي

## نمونه

2 بواری نهخشی  $f(x) = \frac{x^2-12x+12}{x^2+9x+20}$  دیاریکه.

شیکار

ژماره قه دهغه کراوه کان دیاریکه، نهویش به دوزینه وهی هه ردو په کی هاوکیښه  $x^2+9x+20=0$

$$x^2+9x+20=0$$

$$(x+4)(x+5)=0$$

$$x=-4 \text{ یا } x=-5$$

کهواته بواری نهخشی هه مو ژماره راستیه کانه جگه له -4 و -5.

هه ولېده بواری نه خشی  $f(x) = \frac{3x^2+x-2}{x^2+2x-3}$  دیاریکه.

## Vertical Asymptotes

## د هرکانه نارسته ستونیه کان

بیرت بی نهخشی هله پراوه د هرکانه ناریک ستونی هیه هاوکیښه کی  $x=0$  و د هرکانه ناریک  
 ناوسوی هیه هاوکیښه کی دهکاته  $y=0$  به شیوه کی گشتی دهکړت نهخشی پېژهي  
 د هرکانه ناریک ناوسوی وشاولی هه بیټ. له چالاکیه دا نهوهمان بو پوښه بیټه وه.

چالاکی

## Exploring Vertical Asymptotes

## د دوزینه وهی د هرکانه نارسته ستونیه کان

1. نهخشی  $y = \frac{1}{x-2}$  به کار بهیښه

ا) نه خشی بنوسه وه، به به کار هیښانی بژمیر ته واییکه.

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
y										

ب) نه خشی بنوسه وه، به به کار هیښانی بژمیر ته واییکه.

x	3	2.9	2.8	2.7	2.6	2.5	2.4	2.3	2.2	2.1
y										

✓ خالی چاودیڙی

2.  $y$  جی به سهر دیت کاتیک  $x$  نیکبیتوه له 2 له لای چپ ورده ورده؟ ئی جی به سهر دیت کاتیک  $x$  نیکبیتوه له 2 لای راست ورده ورده. پیشبینی بهای  $y$  به چند دهکیت ئه گهر  $x=2$ .
3. ئه گهر  $y = \frac{1}{x+3}$  به به کارهینانی بژمیر بهای  $y$  هژمیریکه کاتیک نیکبیتوه له -3 له لای راست پاشان ولای چپ. چون پیشبینی بهای  $y$  دهکیت ئه گهر  $x=-3$

✓ خالی چاودیڙی

بهو ژماره راستیانهی کهوا لیناگهر پیت نه خشی پژیی پیناسه کراویت دوتریت ژماره قهدهغه کراوه کان Excluded Values بوئو نه خشیه.

بواری نه خشی پژیی بریتییه له هه موو ژماره راستیه کان جگه له ژماره قهدهغه کراوه کانی ئو نه خشیه.

✓ خالی چاودیڙی

بهای قهدهغه کراوی نه خشی  $y = \frac{x+3}{x^2-x-6}$  دیاریکه.

دهکیت نه خشی پژیی دهکانهاری ستونی له ژماره یهکی قهدهغه کراودا هبیئت. مهرجی هه بوونی ئهم دهکانهارش بریتییه له:

### دهرکه ناری ستونی Vertical Asymptotes

ئه گهر  $x-a$  کولکه یهک بیئت له کولکه کانی ژیره نه خشیه کی پژیی و کولکه ی سهره نه بیئت ئهوا راسته هیلی  $x=a$  دهرکه ناری ستونی نه خشیه کیه.

### نمونه

دهرکه ناره ستونییه کانی نه خشی  $y = \frac{2x}{x^2-1}$  بدۆزهوه.

شیکار

$$y = \frac{2x}{x^2-1} = \frac{2x}{(x+1)(x-1)}$$

دوو ژماره ی قهدهغه کراوی نه خشیه کی بریتین له -1 و 1

له بهر ئه وهی هیچ کولکه یه کی ژیره کولکه ی سهره ش

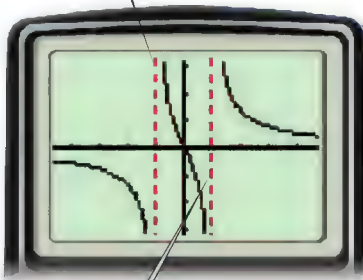
نییه بۆیه  $x=1$  و  $x=-1$  دوو دهرکه ناری ستونی

نه خشیه کن.

ساغیکه وه به به کارهینانی بژمیری پوونکردنه وهی

وینه ی نه خشی  $y = \frac{2x}{x^2-1}$  بکیشه. دلنیا بکه که هه ردوو راسته هیلی  $x=1$  و  $x=-1$  دهرکه ناری ستونین.

دهرکه ناری ستونی  
 $x = -1$



دهرکه ناری ستونی  
 $x = 1$

هه ولبد

دهرکه ناره ستونییه کانی نه خشی  $y = \frac{x}{x^2+5x+6}$  بدۆزهوه.

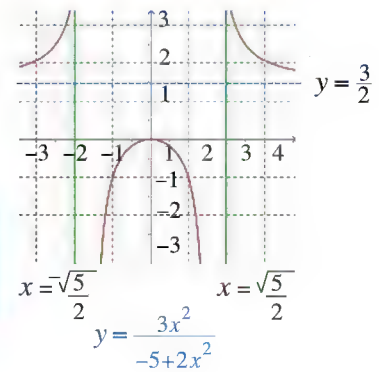
✓ خالی چاودیڙی

نه خشیه کی پژیی بنووسه که سهری 1 بیئت و راسته هیله کانی  $x=2$  و  $x=-2$  دهرکه ناره ستونییه کانی بن.

## Horizontal Asymptotes

## دەرکەنارە ئاسۆییەکان

بەسوود وەرگرتن لە هێلکاری پوونکردنەوهیی نەخشەیی  $y = \frac{3x^2}{-5+2x^2}$  دەتوانین دەرکەنارە ئاسۆییەکانی نەخشە پێژەییەکی دیاری بکەین. لەوێنەکەوه دەرکەوێت راستە هێلی  $y = \frac{3}{2}$  دەرکەناری ئاسۆیی نەخشەکەیه، ئەم دوو خشتەییە خوارەوه دەری دێخەن هەتا  $x$  دوریکەوێتەوه لە سفر بە ئاراستەیی  $+\infty$  یان  $-\infty$  بەهەی  $y$  لە  $\frac{3}{2}$  نزیك دەبێتەوه.



x	y
-10	1.5385
-20	1.5094
-30	1.5042
-40	1.5023
-50	1.5015
-60	1.501
-70	1.5008

بەهەی  $x$  لەسفر  
دور دەکەوێتەوه  
بە ئاراستەیی  $-\infty$

بەهەی  $y$  لە  $\frac{3}{2}$   
نزیك دەبێتەوه

بەهەی  $y$   
نزیك دەبێتەوه  $\frac{3}{2}$

x	y
10	1.5385
20	1.5094
30	1.5042
40	1.5023
50	1.5015
60	1.501
70	1.5008

بەهەی  $x$  لەسفر  
دور دەکەوێتەوه بە  
ئاراستەیی  $+\infty$

ئەگەر پلەیی سەرەیی نەخشەکە و پلەیی ژێرەیی نەخشەکە یەکسان بن ئەوا دەتوانیت هاوکۆڵکەیی پادە سەرەکیەکان هەردووکیان بەکاربهێنیت (بۆ سەرە 3 و بۆ ژێرە 2) بۆ نووسینی هاوکۆڵکەیی دەرکەناری ئاسۆیی نەخشەکە  $y = \frac{3}{2}$ .

## Horizontal Asymptotes دەرکەنارە ئاسۆییەکان

- ئەگەر پلەیی سەرە لە پلەیی ژێرە بچووکتەر بوو ئەوا راستە هێلی  $y = 0$  دەرکەناری ئاسۆیی نەخشەکەیه.
- ئەگەر پلەیی سەرە لە پلەیی ژێرە گەورەتر بوو ئەوا نەخشەکە دەرکەناری ئاسۆیی نییه.
- ئەگەر پلەیی سەرە و ژێرە یەکسانبوون و  $m$  هاوکۆڵکەیی پادەیی سەرەکی سەرە و  $n$  هاوکۆڵکەیی سەرەکی ژێرە بێت، ئەوا راستە هێلی  $y = \frac{m}{n}$  دەرکەناری ئاسۆیی نەخشەکەیه.

## نموونه

دەرکەنارە ئاسۆیی و ستوونیەکانی نەخشەیی  $y = \frac{x}{x^2-2x-3}$  بدۆزەوه.

شیکار

1. بۆ دۆزینەوهی دەرکەناری ستوونی ژێرە شیتەلێکە.

$$y = \frac{x}{x^2-2x-3} = \frac{2x}{(x-3)(x+1)}$$

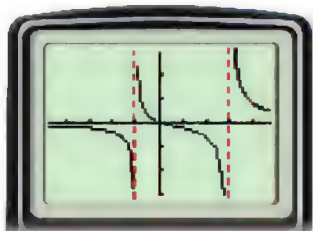
لەبەر ئەوهی هەردوو کۆڵکەکانی ژێرە نابنە کۆڵکەیی سەرە کەواتە نەخشەکە دوو دەرکەناری ستوونی هیه. کەبریتهیە لە دوو راستەهێلی  $x = -1$  و  $x = 3$ .

2. لەبەر ئەوهی پلەیی سەرە بچووکتەر لە پلەیی ژێرە، ئەوا

نەخشەکە تەنها یەک دەرکەناری ئاسۆیی هیه کە بریتییه لە راستەهێلی  $y = 0$ .

ساغبکەرەوه

وێنەیی هێلی پوونکردنەوهیی  $y = \frac{x}{x^2-2x-3}$  بکێشه و دەرکەنارەکان دیاریکە.



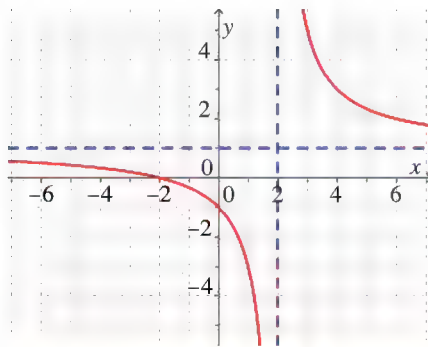
## به کارهينانی دهرکه نارەکان بۆ کيشانی هيلکاری پوونکردنه وهی

### Using Asymptotes to Graph

له نموونهی 5 دا، ئەوه فيردەبن چۆن دهرکه نارەکان به کاربێنن بۆ کيشانی هيلکاری پوونکردنه وهی نهخشەي پيژەيی.

هيلکاری پوونکردنه وهی نهخشەي  $y = \frac{x+2}{x-2}$  بکيشه و دهرکه نارە ئاسۆي و ستوونيه کانی له سەر دیاریکە.

شیکار هاوکيشه دهرکه نارەکان بنووسه پاشان و وینهي بکيشه، يەك دهرکه نارە ستوونی ههيه هاوکيشه که  $x = 2$  و يەك دهرکه نارە ئاسۆي ههيه هاوکيشه که  $y = 1$ . خشته يەك دروستبکه بۆ دیارکردنی ئەو خالانەي دەرکەونە سەر هيلکاری پوونکردنه وهی نهخشەي.



x	-1	0	1	3	4	5
y	$-\frac{1}{3}$	-1	-3	5	3	$2\frac{1}{3}$

پاشان خالەکان له سەر پووتەختی پۆتانه کان دیاریکەر و وینه که بکيشه به گهيانندی خالەکان له هەر لایه کيدا به چه ماوه يه کی گونجاو.

## راهييان

### به رده و امبوون له بير کاريدا

- 1 چۆن ژماره قەدەغە کراوه کانی نهخشەيەکی پيژەيی دیاریدە که يت.
- 2 چۆن دهرانیت کۆلکەي  $x - a$  بۆ ژيهری نهخشەيەکی پيژەيی دهرکه نارە ستوونی دیاریدە کات يان نا.
- 3 چۆن دهرکه نارەکان به کاردهيینی بۆ کيشانی هيلکاری پوونکردنه وهی نهخشەي  $y = \frac{x-5}{x-3}$

### راهيانی ئاراسته کراو



- 4 **کيميا** به گه رانه وه بۆ نموونه يه که می سهرتای وانه که له سەر پيژەي سويزی. هاوکيشەي ئەو نهخشەيە بنووسه که پيژەي سويزی گيراوه نوپيه که دیاریدە کات. کاتيک ئاسۆ  $x$  ml ئاوی دلۆپینراو بۆ  $90$  ml له گيراوه که زياد بکات. بۆ ئەوه ي پيژەي سويزيه که ي ببيته  $15\%$  پيژەي سويزی گيراوه نوپيه که دهبيته چه ند؟ ئەگەر ئاسۆ  $150$  ml ئاوی دلۆپینراو بۆ گيراوه بنه پرتيه که زياد بکات.
- 5 بواي نهخشەي  $f(x) = \frac{2x^2-5}{x^2-7x+12}$  دیاریکە.

دهرکه نارەکانی ئەم نهخشانه دیاریکە.

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x^2-5x+6}$$

8

$$f(x) = \frac{2x^2-1}{x^2-9}$$

7

$$f(x) = \frac{3x-1}{4x^2-9}$$

6

هيلکاری پوونکردنه وهی نهخشەي  $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$  بکيشه و هه موو دهرکه نارەکانی دیاریکە.

9



ئەم نەخشە پێژەیین یان نا؟ ئەگەر پێژەیین بوارەکی دیاریکە، ئەگەر نا هێیکە پوونیکەوه.

11  $f(x) = \frac{x+2}{2x}$

10  $f(x) = \frac{x}{2x-7}$

13  $f(x) = \frac{x}{(2x-7)(x+3)}$

12  $f(x) = \frac{1}{x^2}$

15  $f(x) = \frac{|x^2-4|}{|x+2|}$

14  $f(x) = \frac{5^x}{x^5}$

دەرکەنارەکانی ئەم نەخشە پێژەییانە دیاریکە.

17  $f(x) = \frac{x+2}{2x^2}$

16  $f(x) = \frac{3x+5}{x-2}$

19  $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2+5x+6}$

18  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2-4x+4}$

21  $f(x) = \frac{x^2-2x+1}{x^2+x-2}$

20  $f(x) = \frac{x^2-16}{4-5x+x^2}$

بوار و دەرکەنارەکانی ئەم نەخشە دیاریکە.

23  $f(x) = \frac{2x}{2x(x-5)}$

22  $f(x) = \frac{2x-2}{2x+2}$

25  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+4x-21}$

24  $f(x) = \frac{(3x-1)(x+2)}{x+2}$

27  $f(x) = \frac{7x+8}{x^2-10x+25}$

26  $f(x) = \frac{3x-1}{9x^2-36}$

29  $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$

28  $f(x) = \frac{5x^2+1}{5x^2+3}$

31  $f(x) = \frac{2x+1}{x^3-27}$

30  $f(x) = \frac{x(x^2-4)}{x^2-7x+6}$

ئەو نەخشە پێژەییانە بنووسە کە ئەم دەرکەنارەیان هەیە.

33  $y=0$  و  $x=-2$

32  $y=3$  و  $x=2$

35  $y=-1$  و  $x=-3$  و  $x=2$

34  $y=2$  و  $x=-1$  و  $x=1$

36 بەهای  $b$  لە نەخشە  $f(x) = \frac{1}{x^2-3x+b}$  بدۆزەوه کاتی کە نەخشە تەنها یەک دەرکەنارە هەبێت، کاتی کە نەخشە هیچ دەرکەناریکی نەبێت بەهای  $b$  دیاریکە؟

بەرەنگاربونەوه

37 ئەندازە لە لاکیشی بەرامبەرەدا.

گرێدان

$2x+1$



ا نەخشە پێژەیی کە پێژە پووبەر دەنوینێت بنووسە.

ب بەهاکانی  $x$  چەند دەبن کە بۆ ئەوەی هەژمێرکردنی چۆ و پووبەر

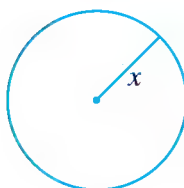
لەتوانادا بێت. باری ئەو نەخشەیی نوسیوتە دیاریکە.

38 ئەندازە لە بازنی بەرامبەرەدا.

ا نەخشە پێژەیی کە پێژە پووبەر دەنوینێت بنووسە.

ب بەهاکانی  $x$  چەند دەبن بۆ ئەوەی هەژمێرکردنی چۆ و پووبەر لە

توانادا بێت. باری ئەو نەخشە نوسیوتە دیاریکە.



39

كىميا تارا  $x \text{ ml}$  ئاۋى دلوپىنراۋى بۇ  $72 \text{ ml}$  لە گىراۋىيەك كە پىژەي سۈيىيەكەي  $8\%$  بىت زىادىدۇر.



ا) نەخشەيەكى پىژەيى بنۈسە كە پىژەيى سۈيى گىراۋە نوپىيەكە دەنۈيىت.

ب) پىژەي سۈيى گىراۋە نوپىيەكە چەندە،

ئەگەر زاننىت تارا  $720 \text{ ml}$  ئاۋى

دلوپىنراۋى بۇ گىراۋەكە زىادىدۇر.

40

ئابۋورى ژوان دوكانىكى فروشتنى گۈلى

ھەيە خەرجى نەگۈپرى دوكانەكەي

ھەفتانە 950 ھەزار دىنارە، خەرجى

چەپكە گۈلۈك 42.45 ھەزار دىنارە.

ا)

نەخشەي  $g$  بنۈسە كە خەرجى گشتى

بنۈيىت لەماۋەي ھەفتەيەكدا، ئەگەر

دوكانەكە  $x$  چەپكە گۈلى فروشتىت.

ب)

نەخشەيەك بنۈسە كە خەرجى گشتى

ھەر چەپكە گۈلۈك لەماۋەي ھەفتەيەكدا بنۈيىت.

41

فىزىيا ھەرچەند مروف بەرەو بوشايى ئاسمان بەرزىيەتەو كىشەكەي كەمدەكات. زانكان

پەيۋەندىيەكيان دۈزىۋەتەو لە نيوان كىشى مروف  $W$  لەسەر زەۋى و كىشەكەي  $W_0$  لە

بوشايدا كاتىك لە بەرزى  $h \text{ Km}$  بىت برىتييە لە  $W(h) = W_0 \left( \frac{6400}{6400+h} \right)^2$ .

ا)

نەخشەي  $W$  نەخشەيەكى پىژەيى، ئەمە پۈۈنكەو.

ب)

كىشى مروفىك لەسەر پۈۈ زەۋى  $75 \text{ Kg}$  خشتەيەك دروستبەك كىشەكەي بنۈيىت

لەبەرزى  $10 \text{ Km}$  و  $20 \text{ Km}$  و  $100 \text{ Km}$  دا.

ج)

لەبەرزى چەند كىلۈمەتردا كىشى مروفىك دەبىتە نيۋەي كىشەكەي لەسەر زەۋى بە

نزيكەيى؟

## روانىيىك بۇدواۋە

ئەمانە شىكارىكە.

42  $|5x-6| > 2$

43  $|x+5| \geq 7$

44  $\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \leq \frac{7}{2}$

45  $\left| \frac{3}{2} - \frac{5}{2}x \right| \geq -\frac{7}{2}$

ئەم برانە بە شىۋەي گشتى برى دوۋجاي  $ax^2 + bx + c$  بنۈسە.

46  $-12x(3x-2)$

47  $(3x-1)(6x-7)$

48  $(4-5x)(x-9)$

49  $(x-5)(2x+3)$

50  $(3x-4)(3x+4)$

51  $-4(x-3)^2$

ئەم برانە شىتەلېكە.

52  $3x^2 - 6x$

53  $1 - 25y^2$

54  $9x^2 - 49$

55  $x^2 - 5x - 24$

56  $x^2 + 12x + 36$

57  $x^2 - 16x + 64$

## روانىيىك بۇپىشەۋە

ئەمانە بە شىۋەيەكى سادە بنۈسە.

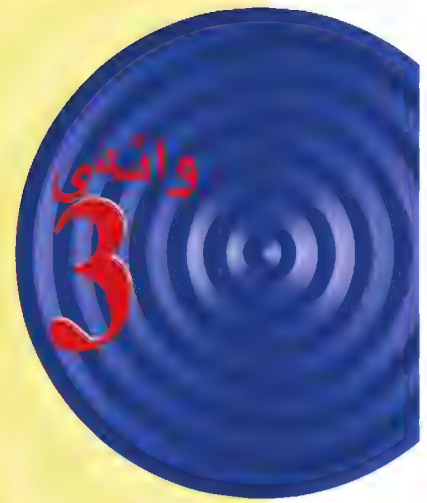
58  $\frac{9}{3}$

59  $\frac{x^2}{x}$

60  $\frac{x^2+4x+4}{x+2}$

# ليكدان و دابه شکردنى بره پيژده ييه كان

## Multiplying and Dividing Rational Expressions



### نامانجه كان

- بره پيژده ييه كان ليكدهدات و دابه شده كات.
- بره پيژده ييه كان ساده ده كاته وه.

يوجى

شيكاكى هندی پرسیار  
پيويستی به ليك دان و دابه شکردنى  
بره پيژده ييه كان ههيه وهك تيچوون  
وداهاتى ئاههنگيک بو کۆکردنه وهى  
يارمهتى



به بۆنهى جهژنى نه ورۆن، يهكك له ئاماده ييه كان ئاههنگيکى خيڤخوازى ساز دهكات بو  
کۆکردنه وهى برى پاره و خه رجکردنى بو کهم ده رامه ته كان. خويىندکارانى پيکخه رى ئاههنگه که  
برپاريان دا کۆمه ليک شال ئاماده بکه ن ويه ئاماده بووانى بفروشن، دواى ليکۆلینه وه له داهاتى  
ئو پاره يهى له ئاههنگه که وه ده ستیان ده که ويى ئه م پيژه يان به کاره يىنا:

نرخى فروشتنى يهك شال

تيچوونى ئاماده کردنى يهك شال

خويىندکاران گه يشتنه ئو ئه نجامه ي که تيچوونى به ره مى  $x$  شال دهكاته  $0.8x + 25$  بۆيه  
برپارياندا نرخى هه ر شاليك به 3 هه زار دينار دابنن. پيويسته چه ند شال بفروشن بو ئه وهى  
پيژه ي نرخى يهك شال بو تيچوونى ئاماده کردنى يهك شال له 1.5% که متر نه بيىت.

خه بجه کردن

کارى خيڤخوازى

## Simplifying Rational Expressions كورتکردنه وهى بره پيژده ييه كان

بو كورتکردنه وهى بره جه برييه كان سه ره وژيره دابه شى گه وره ترين کۆلکه ي هاوبه شى  
هه ردووکیان ده کريت. له م باره شدا ده وترىت بره که به ساده ترين شيوه دايه.

### نموونه

$$\frac{x^2+5x-6}{x^2-36}$$

شيکار

سه ره وژير شيته ليکه.

هه ريه که له سه ره وژيره دابه شى کۆلکه ي هاوبه شبه.

$$\begin{aligned}\frac{x^2+5x-6}{x^2-36} &= \frac{(x+6)(x-1)}{(x-6)(x+6)} \\ &= \frac{\cancel{(x+6)}(x-1)}{(x-6)\cancel{(x+6)}} \\ &= \frac{x-1}{x-6}\end{aligned}$$

تيبينى ئه وه بکه هه ر دوو ژماره ي 6 و -6 دوو ژماره ي قه دهغه کراوى بره بنه پته يه که يه

هه ولبده برى  $\frac{b^2-49}{b^2-8b+7}$  به ساده ترين شيوه بنويسيت.

لیکدانی بره ریژهیهکان له لیکدانی ژماره ریژهیهکان دهچیت.

لیکدانی بره ریژهیهکان

$$\frac{15}{x^2} \times \frac{4x^4}{21} = \frac{3 \times 5}{x^2} \times \frac{4 \times x^4}{3 \times 7} = \frac{20x^2}{7}$$

لیکدانی ژماره ریژهیهکان

$$\frac{15}{4} \times \frac{14}{9} = \frac{3 \times 5}{4} \times \frac{2 \times 7}{3} = \frac{35}{6}$$

به سادهترین شیوه بنووسه.

شیکار

$$\frac{3}{4x^2} \times \frac{4x^3}{21} \times \frac{14}{4x^5} = \frac{3 \times 4 \times 2 \times 7}{4 \times 3 \times 7 \times 2 \times 2} \times \frac{x^3}{x^7} = \frac{1}{2x^4}$$

نموونه 2

بره ریژهیهکان له لیکدانی ژماره ریژهیهکان دهچیت.

بۆ لیکدانی دوو بره ریژهیهکان، پێساکانی لیکدانی کهرتهکان بهکاربێنه

$$d \neq 0 \quad b \neq 0 \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

دهتوانیت ئەنجامی لیكدانكه به كورتكردهوهی كۆلكه هاوبهشهکانی سه رهوژیره ساده بکهیت.

ههولبده

به سادهترین شیوه بنووسه.

شیکار

$$\frac{x+1}{x^2+2x-3} \times \frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3} = \frac{x+1}{(x+3)(x-1)} \times \frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$$

نموونه 3

به ساده بکه.

ههولبده

زریان بره ریژهیهکان به کورتكردهوهی به شیوهی  $\frac{2x+3}{5y+3} = \frac{2x}{5y}$  ئایا راستی کردوه؟ پوونبکهوه.

سه رنجیکی په خنه گرانه

دابەشکردنی بره ریژهیهکان له دابەشکردنی ژماره ریژهیهکان دهچیت.

دابەشکردنی بره ریژهیهکان	دابەشکردنی ژماره ریژهیهکان
$\frac{6}{x^3} \div \frac{12}{x^5} = \frac{6}{x^3} \times \frac{x^5}{12} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$	$\frac{6}{8} \div \frac{12}{32} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{6}{8} \times \frac{32}{12} = \frac{4}{2} = 2$

بۆ دابەشکردنی بریکی جەبری به سه ره یه کیکی تر، بری یه کهم

له هه لگه راوهی دووهمیان بده  $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$

دهتوانیت ئەنجامی لیكدان كورت بکه یته وه به كورتكردهوهی كۆلكه هاوبه شهکان له نۆوان

سه ره وژیره.



## نمونە

بىرى  $\frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4}$  سادە بىكە.

شىكار

$$\begin{aligned} \frac{x-4}{(x-2)^2} \div \frac{x^2-3x-4}{x^2-4} &= \frac{x-4}{(x-2)^2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-4} \\ &= \frac{\cancel{x-4}}{(x-2)(x-2)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x-4)} \\ &= \frac{x+2}{(x-2)(x+1)} \text{ يان } \frac{x+2}{x^2-x-2} \end{aligned}$$

ھەولبىدە

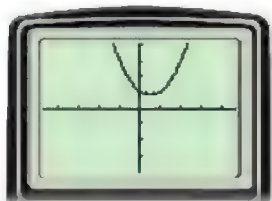
بىرى  $\frac{(x+3)^2}{(x-5)} \div \frac{x^2-9}{x^2-8x+15}$  بە سادەترىن شىۋە بنوسە.

ئارام بىرى  $\frac{1}{x-5} \div \frac{x-5}{7} = 1 \div 7 = 1 \times \frac{7}{1} = 7$  بەم شىۋە كورت كىردەۋە. ئايا ئەۋە راستە؟ ئەۋ پوونىكەۋە.

بىر كىردەۋە پەخنى گرانە

شىكارى پىرسپارەكان

دەتوانىن ھىلكارى پوونكىردەۋەبى بەكار بىننىن بۆ زانىنى ئەۋە پادەدارىك شىتەل دەبىت يان نا. بۆ ئەۋە بزانىت بىرىكى ۋەك  $x^2 - x + 1$  شىتەل دەبىت يان نا ھىلكارى پوونكىردەۋەبى نەخشە  $y = x^2 - x + 1$  بكىشە ۋ دلىنا بە لەۋە تەۋەرە سىنى دەبىت يان نا. لەبەر ئەۋە ئەم چەماۋىيە تەۋەرە  $x$  نابىت ۋاتا نەخشەكە ھىچ سىفرىكى نىيە لە ژمارە پاستىيەكاندا بۆيە شىتەل نابىت. لەۋەشەۋە دەرەكەۋىت بىرى پىژەبى  $\frac{x-4}{x-1} \times \frac{x^2-x+1}{x^2}$  سادەتر نابىتەۋە.



## Complex Rational Expressions

## بىرە پىژەبىيە ئالۇزەكان

بىرە پىژەبىيە ئالۇزەكان. ئەۋ بىرانەن كە لەسەرە يان ژىرە يان لەھەردوۋىكىاندا بىرى پىژەبىيە ھەبىت.

بىرى  $\frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}}$  بە سادەترىن شىۋە بنوسە.

شىكار

$$\begin{aligned} \frac{4a^2-1}{\frac{a^2-4}{2a-1}} &= \frac{4a^2-1}{a^2-4} \div \frac{2a-1}{a+2} \\ &= \frac{4a^2-1}{a^2-4} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)}{(a-2)(a+2)} \times \frac{a+2}{2a-1} \\ &= \frac{(2a-1)(2a+1)(a+2)}{(a-2)(a+2)(2a-1)} \\ &= \frac{2a+1}{a-2} \end{aligned}$$

سەرە دابەش ژىرە بىكە.

يەكەم لە ھەلگەپاۋى دوۋەم بدە

شىتەل بىكە

كۆلكە ھاۋبەشەكان كورتىكەۋە

## نمونە

بىرى  $\frac{(x+2)^2}{\frac{x-3}{x^2-4}}$  سادە بىكە.

ھەولبىدە

بىرى  $\frac{x+y}{\frac{x-y}{y+x}}$  سادە بىكە بە بەكار ھىنانى ھەژمىرى ھزرى.

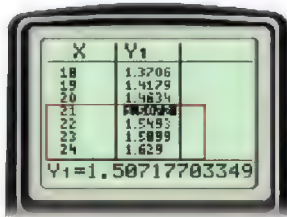
بىر كىردەۋە پەخنى گرانە

## نمونە

6 بەگەرانهوه بۆ نمونەى سەرەتای وانهكه. خوێندكاران پێویسته چەند شال بفرۆشن بۆ ئەوهی  
پێژەى نرخى يەك شال بۆ نرخى تێچوونهكهى له 1.5 كه متر نه بێت؟

شيكار

$$\frac{3}{0.8x+25} = \frac{\text{نرخى فروشتنى يەك شال}}{\text{نرخى تێچوونى يەك شال}}$$



برە ئالۆزەكه سادە بكەوه  $\frac{3}{0.8x+25} = 3 \times \frac{x}{0.8x+25} = \frac{3x}{0.8x+25}$   
نەخشەى  $y = \frac{3x}{0.8x+25}$  له بژمیری پوونکردنه وهییدا تۆماربکە.  
له خشتهكهوه دەردهكهوێت خوێندكاران پێویسته به لایەنى كه مه وه  
21 شال بفرۆشن.

## راهیڤان

### بەردەوامبوون له بیرکاریدا

- 1 لێكدانى برە پێژەییەكان ولێكدانى ژمارە پێژەییەكان له چیدا لێكدەچن؟
  - 2 دابەشکردنى برە پێژەییەكان ودابەشکردنى ژمارە پێژەییەكان له چیدا لێكدەچن؟
  - 3 چۆن ئەم برە ئالۆزە كورت دەكەیتەوه  $\frac{\frac{x^2-1}{x}}{x^2+2x-3}$ ؟
- بەراوردی بەها قەدەغەكراوەكانى  $x$  له برە ئالۆزەكه و بەها قەدەغەكراوەكانى برە  
سادەكراوەكه بكە.

### راهیڤانى ئاراستەكراو

ئەم برە پێژەییانە سادەبكە.

- 4  $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25}$
- 5  $\frac{4x^2}{5} \times \frac{30}{x^4} \times \frac{30x^3}{60}$
- 6  $\frac{x^2+8x+12}{x^2+2x-15} \times \frac{x^2+8x+15}{x^2+9x+18}$
- 7  $\frac{x^2-2x+1}{x^2+6x+8} \div \frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$
- 8  $\frac{2x-6}{x^2+9x+20} \times \frac{x^2-9}{x^2+5x+4}$

### راهیڤان وجیبه جێکردن

ئەم برە پێژەییانە سادەبكە.

- 9  $\frac{4x^2+8x+4}{x+1}$
- 10  $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9}$
- 11  $\frac{15}{x^2} \times \frac{x^5}{12} \times \frac{4}{x}$
- 12  $\frac{36x}{9x^2} \times \frac{12x^7}{2x} \times \frac{5}{x^2}$

$$\begin{array}{ll} \frac{-x^2-x+6}{x^2-5x+6} & \text{14} \\ \frac{-5}{x^3} \times \frac{-x^5}{3} \times \frac{-4}{x} \times \frac{20}{x^3} & \text{16} \\ \frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6} & \text{18} \\ \frac{4x^2+20x}{9+6x+x^2} \div \frac{x+5}{x^2-9} & \text{20} \\ 2xy \div \frac{2x^2}{y} \div \frac{2y^2}{x} & \text{22} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \frac{x^2-10x+9}{x^2+2x-3} & \text{13} \\ \frac{x}{9x^8} \times \frac{x^7}{2x} \times \frac{45}{x^4} & \text{15} \\ \frac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2} \times \frac{x^2-4}{x^2-3x-10} & \text{17} \\ \frac{2x^2-2x}{x^2-9} \div \frac{x^2+x-2}{x^2+2x-3} & \text{19} \\ \frac{x^2}{4} \times \left(\frac{xy}{6}\right)^{-1} \times \frac{2y^2}{x} & \text{21} \end{array}$$

ئەم بىرلەنە سادە بىكە.

$$\begin{array}{ll} \frac{x^2-4}{x^2-9} & \text{24} \\ \frac{(x-2)^2}{(x-3)^2} & \text{26} \\ \frac{x^2+4x+3}{x^2+6x+8} & \text{28} \\ \frac{x+3}{x-1} & \text{30} \end{array}$$

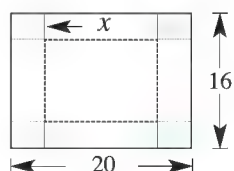
$$\begin{array}{ll} \frac{(x+2)^2}{(x+3)^2} & \text{23} \\ \frac{x+3}{x+2} & \text{25} \\ \frac{x^2-9x+14}{x^2-6x+5} & \text{27} \\ \frac{2x+3}{x-1} \div \frac{x-1}{3x} & \text{29} \end{array}$$

31 بىرلىكى پىژەبى  $R$  بنووسە بە جۆرلىك كە پلەى سەرە وژىرەكەى 2 بىت وهاوكۆلكەى پادە سەرەكەكەى 1 بىت و پاسادانى ئەم پەيوەندىە بىكات:

$$\frac{-10+3x+x^2}{15-18x+x^2} \times R = \frac{x-2}{x-3}$$

ئەندازە: لاوئەند دەيوەى كارتۇنىكى سەرکراو بە بەكارهينانى پارچە

كارتۇنىكى لاكىشەبى درىژەكەى 20cm وپانىيەكەى 16cm دروستبىكات.



پىويستە چوار گۆشەى بچووك درىژى لايەكى  $x$  cm بىت لەهەر يەك لە سەرەكاندا بىرپىت. پاشان لاكانى بنوشتىننەو.

ا پوونبىكەو كە بىرى  $x(20-2x)(16-2x)$  قەبارەى قوتووه (سەر كراو كە) دەنوئىننە.

ب پوونبىكەو كە بىرى  $4x^2 - 320$  پووبەرى گشتى ناوہو قوتووه (سەر كراو كە) دەنوئىننە.

ج پىژەى نىوان قەبارەى قوتووه كە بۇ پووبەرە گشتىەكەى بنووسە. ئەو بىرە سادەبىكە.

د پىژە دەستكەوتووهكەى پىسيارى پىشوو چۆن دەگۆرپىت ئەگەر  $x$  لە سفرەو تا 4 زىاد بىكات؟

بەرەنگارى

گويىدان

نابووری ئالان دوکانێکی بچوکی بابۆلە هەیه تیچوونی مانگانە ئیشپێکردنی 400 000 دینارە تیکرای تیچوونی یەک بابۆلەش 4.45 هەزار دینارە.

ا) لە لیستی نرخەکانەوه ناوەندە ژمێرەیی بابۆلە یەک چەندە؟

ب) ئەگەر ئالان لە مانگی پێشودا  $x$  بابۆلە فرۆشتبێت، بری

( $m$ ) بنووسە کە پەییەوێندی نیوان تیچوونی گشتی

وتیچوونی بابۆلەکان بنوینێت.

ج) برێک بنووسە پێژەیی قازانجی ئالان لە فرۆشتنی  $x$  بابۆلە

بۆ تیچوونی گشتی دەربخات.

بابۆلە ئالان	
میشکی برژاو	6.75 هەزار دینار
گەس	7.50 هەزار دینار
گوشتی برژاو	7.50 هەزار دینار
ماسی	10.50 هەزار دینار
پیتزا	6.75 هەزار دینار

## روانیێک بۆ دواوه

هاوکێشەیی راستەهێڵەکان بە شیۆهی لاری - یەکتەرپرین بنووسە، کە بەخالی پێدراوەکەدا دەپروات و ئەستوونە لەسەر راستەهێڵە پێدراوەکە.

$$y = \frac{1}{5}x - 11 ; (3, 5) \quad 35$$

$$y = -6x - 1 ; (8, -4) \quad 34$$

ئەم برانە بە شیۆهی گشتی رادەدار بنووسە.

$$(x-2)(3x^3 - 6x - x^2) \quad 37$$

$$x^2(x^3 - x^2 - 6x + 2) \quad 36$$

ئەم برانە شیتەلێکە.

$$12 - 4x - 22x^2 \quad 40$$

$$12x^2 - 3x + 6 \quad 39$$

$$8x^2 - 4x \quad 38$$

$$x^3 - 6x^2 - 8x \quad 43$$

$$125x^3 + 27 \quad 42$$

$$x^3 - 1 \quad 41$$

## روانیێک بۆ پیشەوه

ئەمانە سادەبکە.

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{3x} \quad 47$$

$$\frac{3}{2x} + \frac{1}{x} \quad 46$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{x} \quad 45$$

$$\frac{5}{8} + \frac{1}{8} \quad 44$$



# كۆكردنەۋە و ليدەركردنى برە پىژەيەكان

## Adding and Subtracting Rational Expressions



ۋانەى  
4

### نامانجەكان

- برە پىژەيەكان كۆدەكات و ليدەردەكات و ئەنجامەكەى بەسادەترين شۆۋە دەنوسىت.



بۇچى  
پرسىيارەكانى ژيانى رۇژانەمان  
پىۋىستمان بە كۆكردنەۋە و  
ليدەركردنى برە پىژەيەكان  
دەبىت، ۋەك ھەژماركردنى تىكرائى  
خىرايى لى گەشتىكدا

تاكسىيەك گەشتىيارىكى لى فروكەخانەۋە گواستەۋە بۇ مالىەۋەيان بە خىرايىيەك تىكراكەى 55km/h  
بىت ولە پىگاي گەرانەۋەى بۇ فروكەخانە، بە ھۆى قەلەبالغى ھاتوۋچۆۋەتىكرائى خىرايىيەكەى  
45km/h بىت. تىكرائى خىرايى ئۆتۆمبىلەكە لى چوون وگەرانەۋەدا چەند بوۋە؟ پىۋىستىت بە  
كۆكردنەۋەى دوو برى پىژەيى دەبىت. نەك ناۋەرپاستى ھەردوۋ خىرايىيەكە كە لىۋانەيە ۋا بىرى لى  
بەكەيتەۋە. كۆكردنەۋەى دوو برى پىژەيى كە ھەمان ژىرەيان ھەبىت ۋەك كۆكردنەۋەى دوو  
ژمارەى پىژەيى ۋايە ھەمان ژىرەيان ھەبىت.

### برە پىژەيەكان

$$\frac{3}{x^2} + \frac{5}{x^2} = \frac{3+5}{x^2} = \frac{8}{x^2}$$

ژىرە ھاۋبەش

### ژمارە پىژەيەكان

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{1+3}{7} = \frac{4}{7}$$

ژىرە ھاۋبەش

## نمونە

نەمانە سادەبەكە.

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} \quad \boxed{\text{ا}}$$

شىكار

$$\frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} = \frac{2x+5}{x+3} \quad \boxed{\text{ا}}$$

تېپىنى ئەۋە بەكە  $x=3$   
ژمارەيكى قەدەغەكراۋە  
بۇگۇراۋى  $x$  لى برە  
بەنەپتەكەدا.

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} \quad \boxed{\text{ب}}$$

$$\frac{x^2}{x-3} - \frac{9}{x-3} = \frac{x^2-9}{x-3} = \frac{(x+3)(x-3)}{x-3} = x+3 \quad \boxed{\text{ب}}$$

نەمانە سادەبەكە.

$$\frac{3x-1}{2x-1} + \frac{5+2x}{2x-1} \quad \boxed{\text{ا}}$$

ھەۋلبدە

$$\frac{2x}{x-5} - \frac{10}{x-5} \quad \boxed{\text{ب}}$$

بۇ كۆكردنەۋەى دوو بېرى پېژەيى ژېرە جياواز، پېۋىستە ژېرەى ھاۋبەش دوو ژېرەكە بدۆزىتەۋە. بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەش بۇ دوو بېرى پېژەيى برىتتە لە بچوكتىرىن چەند جارەى ھاۋبەشى ژېرەكان، پادەدارىكە بە پلەيەكى كەمتر كە دابەش ھەردوو ژېرەكە دەبىت. دۆزىنەۋەى بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەش بۇ دوو بېرى پېژەيى لە دۆزىنەۋەى بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەشى دوو ژمارەى پېژەيى دەچىت. بەراۋردى بەكارھىنانى ئەم كىدارە بكە بۇ ژمارە پېژەيەكان وبېرە پېژەيەكان.

$$\begin{aligned} \text{بېرە پېژەيەكان} \\ \frac{7}{3x^2} + \frac{1}{9x} &= \frac{7}{3x^2} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{9x} \times \left(\frac{x}{x}\right) \\ &= \frac{21+x}{9x^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ژمارە پېژەيەكان} \\ \frac{7}{300} + \frac{1}{90} &= \frac{7}{300} \times \left(\frac{3}{3}\right) + \frac{1}{90} \times \left(\frac{10}{10}\right) \\ &= \frac{21+10}{900} = \frac{31}{900} \end{aligned}$$

بچوكتىرىن ژېرە ھاۋبەش

بچوكتىرىن ژېرە ھاۋبەش

كۆكردنەۋە و لىدەركردنى بېرە پېژەيەكان

### Adding and Subtracting Rational Expressions

بۇ ئەۋەى دوو بېرى پېژەيى كۆيكەيتەۋە ولە يەكتىريان دەرىكەيت، بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەش بدۆزەۋە و دوو بېرەكە دووبارە بنووسە وبە بەكارھىنانى بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەشيان، پاشان كۆيكەۋە يان لىدەرىكە وئەنجامە دەستكە وتوۋەكە بە سادەترىن شىۋە بنووسە.

$$\frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4} \text{ بە سادەترىن شىۋە بنووسە.}$$

شىكار

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{x^2-4} &= \frac{x}{x-2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \times \frac{x+2}{x+2} + \frac{-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x(x+2)-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+2x-8}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{(x+4)(x-2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x+4}{x+2} \end{aligned}$$

بچوكتىرىن ژېرەى ھاۋبەشى برىتتە لە  $(x-2)(x+2)$

دوو بېرەكە كۆيكەۋە

ژېرە لەسەر شىۋەى گشتى بنووسە

سەرە شىتەلېكە

كورتىكەۋە

غورونە

2

$$\frac{x}{x+5} + \frac{-50}{x^2-25} \text{ كورتىكەۋە ھەۋلېدە}$$

چۇن شىتەلېكردنى پادەدارەكان يارمەتت دەدات بۇ كۆكردنەۋە و لىكەركردنى دوو بېرى پېژەيى؟

$$\frac{x}{x-3} + \frac{5}{x^2-6x+9}$$

ئەمە بەكردار ديارىكە لە سادەكردنى بېرى

خالى جاۋدېرى ✓

### نمونە

$$\frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5} \text{ كورتىكەرەدە.}$$

شىكار

$$\begin{aligned} \frac{6x}{3x-1} - \frac{4x}{2x+5} &= \frac{6x}{3x-1} \times \left( \frac{2x+5}{2x+5} \right) - \frac{4x}{2x+5} \times \left( \frac{3x-1}{3x-1} \right) \\ &= \frac{6x(2x+5)}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{4x(3x-1)}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{12x^2+30x}{(3x-1)(2x+5)} - \frac{12x^2-4x}{(3x-1)(2x+5)} \\ &= \frac{34x}{(3x-1)(2x+5)} = \frac{34x}{6x^2+13x-5} \end{aligned}$$

ژمارە قەدەغەكراوەكان لە بېرە بنەپەتەكەدا و ژمارە قەدەغەكراوەكان لە بېرە سادەكراوەكەدا دیاربەكە. ئایا هەمان ژمارەن؟ ھۆكەى پروونبەكەرەدە.

خالى چاودیڤى ✓

$$\frac{6}{x^2-2x} - \frac{1}{x^2-4} \text{ بە سادەترین شیۆە بنووسە.}$$

هەولبەدە

هەندى جار وا پڤویست دەكات بېرە ئالۆزەكان بە شیۆەى بېرە پڤژەبیەكان بنووسیتەوہ بۆ ئەوہى بتوانیت کۆیان بەکیتەوہ ولەبیەکتریان دەرکەیت وەك لە نموونەى 4 دادەرکەوڤت.

### نمونە

$$\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}} \text{ بېرى كورتىكەرەدە.}$$

شىكار

لەھەر ژڤرەيەك كۆکردنەوہى وليکدەرکردن بەكە

بېرە ئالۆزەكە بگۆرە بۆ بېرى پڤژەبیى

بچووکترین ژڤرەى ھاوبەشى بریتیه لە  
(a+1)(a-1)

$$\begin{aligned} \frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1-\frac{1}{a}} &= \frac{1}{\frac{a+1}{a}} + \frac{1}{\frac{a-1}{a}} \\ &= 1 \times \frac{a}{a+1} + 1 \times \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1} \\ &= \frac{a}{a+1} \times \left( \frac{a-1}{a-1} \right) + \frac{a}{a-1} \times \left( \frac{a+1}{a+1} \right) \\ &= \frac{a^2-a}{(a+1)(a-1)} + \frac{a^2+a}{(a+1)(a-1)} \\ &= \frac{2a^2}{a^2-1} \end{aligned}$$

$$\frac{a}{a-1} - \frac{a}{a+1} \text{ بېرى كورتىكەرەدە.}$$

هەولبەدە

## نمونە

5

بەگەرانهوه بۆ پرسپارەكەى سەرەتای وانەكە، تێكرای خێرای تەكسیهكە بدۆزەوه لە ماوهی گەشتەكە (چوون وگەرانهوه)؟

شیکار باگۆپرای  $d$  هێمای دووری نێوان فرۆكەخانه و مالى گەشتیارەكە بێت و  $t_1$  هێمای کاتی خایەنراوی گەشتەكە بێت لە فرۆكەخانه بۆ مالى گەشتیارەكە و  $t_2$  هێمای کاتی خایەنراوی گەرانهوه بێت بۆ فرۆكەخانه.

$$d = 55 \times t_1 \quad \text{و ههروهها} \quad d = 45 \times t_2$$

$$t_2 = \frac{d}{45} \quad \text{و} \quad t_1 = \frac{d}{55}$$

بۆ هەژمێر کردنی تێكرای گشتی خێرای، دووری گشتی  $2d$  بەسەر کاتی خایەنراوی گشتی  $(t_1 + t_2)$  دابەشکە:

$$\text{تێكرای گشتی خێرای} = \frac{\text{دووری گشتی}}{\text{کاتی گشتی}}$$

لە جیاتى  $t_1$  و  $t_2$  بەهاکانیان دابنێ

بچووکترین ژێرەى هاوبەش بریتییە لە 495

$$v = \frac{2d}{t_1 + t_2}$$

$$= \frac{2d}{\frac{d}{55} + \frac{d}{45}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{9d+11d}{495}}$$

$$= \frac{2d}{\frac{20d}{495}}$$

$$= 2d \times \frac{495}{20d}$$

$$= 49.5$$



بیرکردنەوهی پەخنەگرانە  
وا دابنێ خێرای ئۆتۆمبیلەكە لە چوون  $akm/h$  لە کاتژمێرێك بێت و خێرایهكەى لە هاتنەوه  $bkm/h$  لە کاتژمێرێك بێت. پروونیكهوه كه تێكرای خێرای  $\frac{a+b}{2}$  نییه.

## پایان

## بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 چۆن بچووکترین ژێرەى هاوبەش دەدۆزیتەوه بۆ کوکێرەوهی  $\frac{x+5}{x^2-7x+6} + \frac{x-1}{x^2-36}$  ؟

2 لەم چوار برانە دوو بری یەكسان هەڵبژێرە.

د  $\frac{3}{x^2+4} + \frac{7}{x^2+4}$

ج  $\frac{3}{x^2} + \frac{7}{4}$

ب  $\frac{10}{x^2} + \frac{10}{4}$

ا  $\frac{3+7}{x^2+4}$



## راهنای تاراسته کراو

نهم برانه کورتبکهوه.

$$\frac{12}{x^2-1} + \frac{4}{x+1} \quad \boxed{5}$$

$$\frac{3x+5}{x+2} - \frac{x+1}{x+2} \quad \boxed{4}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2}{x-1} \quad \boxed{3}$$

$$\frac{1}{1-\frac{1}{a}} \quad \boxed{7}$$

$$\frac{x+1}{2x-1} - \frac{2x+1}{x-1} \quad \boxed{6}$$

**گهشت** بهگه پانهوه بۆ نمونهی سهرتای وانهکه، تیکرای گشتی خیرایی تهکسیهکه ههژمار بکه، ئهگهر تیکرای خیرایی چون  $52Km$  له کاتژمیڤیک و تیکرای خیرایی گه پانهوه  $38Km$  له کاتژمیڤیک بێت.

## راهنای وجیهه جیکردن

نهم برانه کورتبکهوه.

$$\frac{n+9}{4} + \frac{n-3}{2} \quad \boxed{11}$$

$$\frac{7x-13}{2x-1} + \frac{x+9}{2x-1} \quad \boxed{10}$$

$$\frac{2x-3}{x+1} + \frac{6x+5}{x+1} \quad \boxed{9}$$

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x-3}{x^2+6x+9} \quad \boxed{14}$$

$$\frac{x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} \quad \boxed{13}$$

$$\frac{x+7}{3} - \frac{4x+1}{9} \quad \boxed{12}$$

$$\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} \quad \boxed{17}$$

$$\frac{2}{x+2} - \frac{6}{x-2} \quad \boxed{16}$$

$$\frac{-4}{x-5} + \frac{5}{x+3} \quad \boxed{15}$$

$$\frac{x+2}{2x-1} - \frac{2x}{x-1} \quad \boxed{20}$$

$$\frac{2x+3}{x+3} + \frac{x}{x-2} \quad \boxed{19}$$

$$\frac{8}{3x-5} + \frac{7}{2x+3} \quad \boxed{18}$$

$$2x^2-1 - \frac{x-1}{x+2} \quad \boxed{23}$$

$$\frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x-2}{x-1} \quad \boxed{22}$$

$$x^2 + \frac{2x}{3x-5} \quad \boxed{21}$$

$$\frac{\frac{4}{x-1}}{\frac{2}{x-1}} + \frac{3}{x-1} \quad \boxed{26}$$

$$\frac{1}{\frac{3x+1}{2}} \quad \boxed{25}$$

$$\frac{3}{\frac{2x-1}{x}} \quad \boxed{24}$$

$$\frac{\frac{2x+10}{x-1}}{\frac{x+5}{x^2-1}} - \frac{4}{x+1} \quad \boxed{29}$$

$$\frac{\frac{x+2}{x+5}}{\frac{x-1}{x+5}} + \frac{1}{x+1} \quad \boxed{28}$$

$$\frac{\frac{4}{x+2}}{\frac{x+2}{3}} - \frac{3}{x+2} \quad \boxed{27}$$

$$\frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x^2} + 2(xy)^{-1} + \frac{1}{y^2}} \quad \boxed{32}$$

$$\frac{x-y}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \boxed{31}$$

$$\frac{1-xy^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}} \quad \boxed{30}$$

نهم برانه بۆ بری ریژهیی بگوهره ویه سادترین شیوه بینووسه.

$$\frac{7x}{x^2-1} + \frac{x}{x^2-1} - \frac{6}{x^2-1} \quad \boxed{34}$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{5x+2}{x-1} - \frac{10}{x-1} \quad \boxed{33}$$

$$(x-y)^{-1} - (x+y)^{-1} \quad \boxed{36}$$

$$\frac{7}{x+7} + \frac{-x}{x-7} - \frac{2x}{x^2-49} \quad \boxed{35}$$

$$\frac{x}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} + \frac{y}{x+y} \quad \boxed{38}$$

$$(x-y)^2 - (x+y)^{-2} \quad \boxed{37}$$



ئەندازە: لەم شۆەى بەرامبەردا چەند چوارگۆشەيەك دەيىنين درىژى لايەكى  
چوارگۆشەى يەكەم  $1\text{cm}$  و دووهميان  $\frac{1}{2}\text{cm}$  و سىيەميان  $\frac{1}{4}\text{cm}$  بىت وەرەها.

ا) سەرجهمى پروبەرى چوارگۆشەكان  $a$  و  $b$  و  $c$  و

$d$ ، بەكارهينانى هيزەكانى ژمارە 2 بنوسە

ب) سەرجهمەكە بە يەك ژمارەى ريزەيى

بنوسە.

ج) ئەگەر دوو چوارگۆشەى نوێى  $e$  و  $f$  بۆ شۆوازەكە زيادکرا، سەرجهمى پروبەرى شەش

چوارگۆشەكە لە  $a$  هەتا  $f$  بدۆزەو بە شۆەى يەك ژمارەى ريزەيى.

د) وەلامەكانى ب) و ج) بگۆرە بۆ ژمارەيەكى دەيى لە پىكهايتىت لە 4 رەنوس لە پاش

فارزە، ئايا دەتوانيت كەرتىك بەخەملينيت كە نزيكيت لە سەرجهمى پروبەرى چوار

گۆشەكان هەرچەند چوارگۆشەكان زيادبەكەين؟ ئەم كەرتە چيە؟



گەشت ئەم هيلكارىيەى خوارەو

قۇناغەكانى گەشتىك بە ئۆتۆمبيل

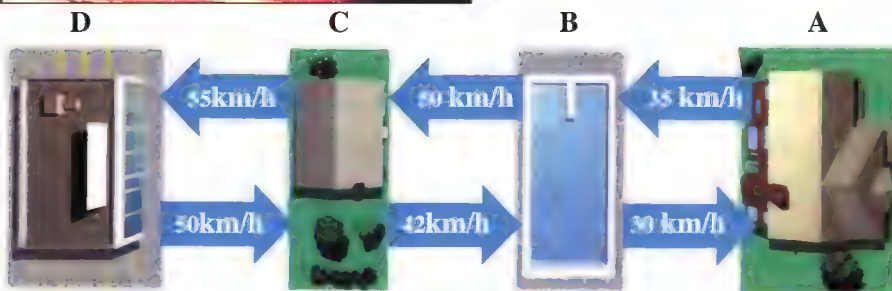
دياردەكات. دوورى نۆوان  $A$  و  $B$

ونۆوان  $B$  و  $C$  و نۆوان  $C$  و  $D$

يەكسانن. لەهيلكارىيەكە تىكراى

خيراىى ئۆتۆمبيلەكە لەهەر قۇناغىكدا

دياريكراو.



ا) تىكراى گشتى خيراىى گەشتى  $A$  بۆ  $C$  هەژمىركە و بەپچەوانەو.

ب) تىكراى گشتى خيراىى گەشتى  $B$  بۆ  $D$  هەژمىركە و بەپچەوانەو.

ج) تىكراى گشتى خيراىى گەشتى  $A$  بۆ  $D$  هەژمىركە و بەپچەوانەو.

## روانىتيك بۆ دواو



برى جياكەرەوئى ئەم هاوكيشانە هەژمىركە و ژمارەى رەگەكانيان لە كۆمەلەى ژمارە

راستىيەكان ديارىكە و هاوكيشەكانى شيكارىكە.

$$-2x^2 - 5x + 12 = 0$$

43

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

42

$$0 = x^2 - 3x + 4$$

41

## روانىتيك بۆ پيشەو



هەموو شيكارەكانى هاوكيشەى  $1.4 = \frac{(x+3)(x-1)}{x^2-1}$  ديارىكە.

44

لەبىرنەكەيت ژمارە قەدەغەكراوئى  $x$  لە برە ريزەيەكە لا بەدەيت.

# ھاوکیڭشەکان ولاسەنگە پێژەییەکان

## Rational Equations and Inequalities



### نامانجەکان

• ھاوکیڭشە ولاسەنگە

پێژەییەکان بە جەبری و بە  
پوونکردنەوایی  
شیکاردەکات.

• پرسیارەکان بە بەکارهێنانی

ھاوکیڭشە ولاسەنگە  
پێژەییەکان شیکاردەکات.

### پوچی

زۆر شیوازی جۆراجۆر ھەیە بە ھاوکیڭشە یان

لاسەنگەییەکی پێژەیی دەنوێنرێت. بۆ نمونە دەتوانیت

ھاوکیڭشەییەکی پێژەیی بنوسین بۆ دۆزینەووی تیکرایی خێرای

گشتی لە پێشبڕکێی سیانی



زۆرک پێشبڕکێی سیانی کە بریتیوو لە مەلەوانی و پاسکیل سواری و پاکردن بە دوو کاتژمێر و نیو تەواوکرد. تیکرایی خێرایییەکی لە پاسکیل سواریەکەدا، ئەوەندە تیکرایی خێرایییەکی بێت لەمەلەکردندا. تیکرایی خێرای پاکردنەکی  $5\text{Km/h}$  زیاتر بێت لە تیکرایی خێرای مەلەکردنەکی. دەتوانیت ھاوکیڭشەییەکی پێژەیی بنوسیت بۆ ھەژمێرکردنی تیکرایی خێرای گشتی زۆرک لەپێشبڕکێکەدا. ھاوکیڭشە پێژەییەکان ئەو ھاوکیڭشانەن کە بە لایەنی کەمەو بەرێکی پێژەیی تێدا.

### جێبەجێ کردن

### پێشبڕکێی سیانی

کات	خێرای $\text{Km/h}$	دووری $\text{Km}$	
$t_s$	$x$	$d_s = 0.5$	مەلەکردن
$t_b$	$6x$	$d_b = 25$	پاسکیل سواری
$t_r$	$x + 5$	$d_r = 6$	پاکردن

تیکرایی خێرای گشتی زۆرک ھەژمێرکە.

شیکار

1. کاتی خایەنراوی ھەر قۆناغێک ھەژمارکە.

### نموونه

قۆناغی مەلەکردن

دووری = خێرای  $\times$  کات

$$0.5 = xt_s$$

$$\frac{0.5}{x} = t_s$$

قۆناغی پاسکیل سواری

دووری = خێرای  $\times$  کات

$$25 = (6x)t_b$$

$$\frac{25}{6x} = t_b$$

قۆناغی پاکردن

دووری = خێرای  $\times$  کات

$$6 = (x + 5)t_r$$

$$\frac{6}{x + 5} = t_r$$

2. برېځې پېژنې بنووسه که کاتی خایه نراوی گشتی پېشېرکېیه که بنوینې به پېی تېکرای  
خیرایی زۆک له مهله کردن  $x$ .

بچووکترین ژیره

هاوبهش بریتیه له

$$6x(x+5)$$

$$T(x) = t_s + t_b + t_r = \frac{0.5}{x} + \frac{25}{6x} + \frac{6}{x+5}$$

$$= \frac{0.5}{x} \times \frac{6(x+5)}{6(x+5)} + \frac{25}{6x} \times \frac{(x+5)}{(x+5)} + \frac{6}{x+5} \times \frac{6x}{6x}$$

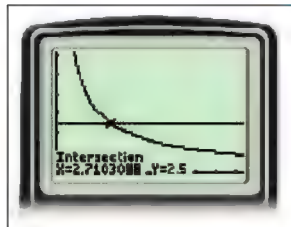
$$= \frac{64x+140}{6x(x+5)}$$

هاوکېشه  $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$  شیکاریکه.

وینه نه خشه  $y = \frac{64x+140}{6x(x+5)}$  بکېشه.

$y = 2.5$  پوی خاله کانی یه کترېرین دیاریکه.

تېکرای خیرایی گشتی زۆک  $2.7 \text{ Km/h}$  بووه به نرېکراوهی.



بیرکردنه وهی په خنه گرانه  
چون هاوکېشه  $\frac{64x+140}{6x(x+5)} = 2.5$  شیکار ده که یت به به کاره یانی یاسای شیکار کردنی  
هاوکېشه دوو جا؟

2 **نونه** هاوکېشه  $\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$  شیکاریکه.

شیکار

پېگای دووهم: به پوونکردنه وهی

له بهر نه وهی بینینی یه کترېرینی چه ماوهی

نه خشه  $y = \frac{x}{x-6}$  و چه ماوهی نه خشه  $y = \frac{1}{x-4}$

کاریکی گرانه پوویسته پېگایه کی تر

به کار به یینیت.

هاوکېشه که به شیوهی  $\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$

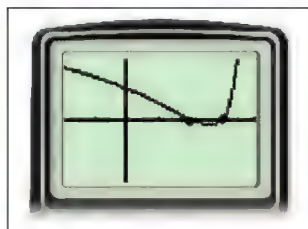
پاشان  $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{x-4} = 0$  بنووسه.

وینه پوونکردنه وهی نه خشه  $y = \frac{x}{x-6} - \frac{1}{x-4}$

بکېشه وپوی سینی خاله کانی یه کترېرین له گهل

ته وهری

سینی دیاریکه.



پېگای یه کهم: به جهری

$$x \neq 4 \quad x \neq 6$$

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$x(x-4) = 1 \times (x-6)$$

$$x^2 - 4x = x - 6$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 3 \quad x = 2$$

ساغېکه وه

نه گهر  $x = 3$  نه و

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{3}{3-6} = \frac{1}{3-4}$$

$$\text{پاسته} \quad -1 = -1$$

نه گهر  $x = 2$  نه و

$$\frac{x}{x-6} = \frac{1}{x-4}$$

$$\frac{2}{2-6} = \frac{1}{2-4}$$

$$\text{پاسته} \quad -\frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

که واته 2 و 3 دوو شیکاری هاوکېشه کهن.

هه ولېده هاوکېشه  $\frac{x}{3} = \frac{1}{x-2}$  شیکار که هندی جار شیکاری هاوکېشه پېژنیه کان، شیکاری ناموی

لېده که وېته وه، پاسادانی هاوکېشه بنه رته که ناکات. لېروه پوویستی پاسادانی به ها په یدا

بو دکانت بۆ دهر ده که ویت که ده بنه شیکاری هاوکېشه که.



## نمونە

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9} \quad \text{ھاوکیشەى شیکاریکە}$$

شیکار

رېگای یەكەم: بە جەبرى

هەردوو لای ھاوکیشەى لە بچووكترين ژېرى ھاویەشى  $(x-3)(x+3)$  یان  $x^2-9$  بدە.

کاتیك  $x \neq \pm 3$ .

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} = \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{x}{x-3} \times (x-3)(x+3) + \frac{2x}{x+3} (x-3)(x+3) = \frac{18}{x^2-9} (x-3)(x+3)$$

$$x(x+3) + 2x(x-3) = 18$$

$$x^2 + 3x + 2x^2 - 6x = 18$$

$$3x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$3(x^2 - x - 6) = 0$$

$$3(x-3)(x+2) = 0$$

$$x = -2 \quad \text{یان} \quad x = 3$$

ساغیکەوه

لەبەر ئەوەى دوو ژمارەى 3 و 3- قەدەغەکراون، ئەوا  $x = 3$  شیکاریکی نامۆیە و پێویستە  
فەرامۆش بکریت. بەلام ئەگەر  $x = -2$  ئەوا:

$$\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} \stackrel{?}{=} \frac{18}{x^2-9}$$

$$\frac{-2}{-2-3} + \frac{2(-2)}{-2+3} \stackrel{?}{=} \frac{18}{(-2)^2-9}$$

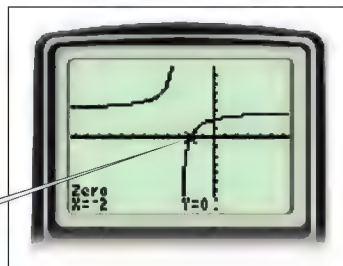
$$\text{دروستە} \quad -\frac{18}{5} = -\frac{18}{5}$$

رېگای دووهم: بەروونکردنەوهی

لەبەر ئەوەى بینینی یەکتربېرنی هەردوو چەماوەى  $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3}$  و  $y = \frac{18}{x^2-9}$  کاریکی گرانە

بۆیە پێویستە رېگایەکی تر بەکاریبێنیت  $\frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9} = 0$  بنووسە.

پاشان وێنەى پروونکردنەوهی نەخشەى  $y = \frac{x}{x-3} + \frac{2x}{x+3} - \frac{18}{x^2-9}$  بکێشە.



تەنها خالی یەکتربېرن  
لەگەڵ تەوهرى سینی  
بریتییه لە  $(-2, 0)$

ھاوکیشەى تەنها یەك شیکاری هەیه. بریتییه لە  $x = -2$

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x}{x-3} = \frac{3}{x^2-5x+6} \quad \text{ھاوکیشەى شیکاریکە}$$

هەولبەدە

بیرکردنەوهى رەخنەگرانه بۆچی لە نمونەى 3 دا شیکاریکی نامۆمان بۆ دەرچوو؟ هۆکەى پروونبکەرەوه.

لاسهنگه ریژیههکان Rational Inequalities ئه و لاسهنگانه به لایه نی که مه وه بریکی ریژیهیان تیډایه.

چالاکي

## Solving Rational Inequalities

## شیکارکردنی لاسهنگه ریژیههکان

✓ خالی چاودیری

- له پروتهختی پۆتانهکاندا. ههردوو هێلی پوونکردنهوهیی نهخشهی  $y_1 = \frac{x+2}{x-4}$  و  $y_2 = 2x-11$  بکێشه.
- بههیهکانی  $x$  کامانه که پاسادانی  $y_1 = y_2$  ؟  $y_1 < y_2$  ؟  $y_1 > y_2$  دهکهن
- چۆن به پوونکردنهوهیی لاسهنگه  $\frac{x+2}{x-4} < 2x-11$  و لاسهنگه  $\frac{x+2}{x-4} > 2x-11$  شیکار دهکیت؟

4 نمونه لاسهنگه  $\frac{x}{2x-1} \leq 1$  شیکاریکه.

شیکار

رێگای یه کهم: به جهبری

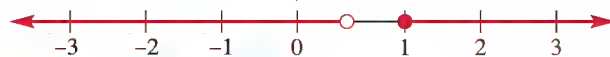
ههولبده به لیکدانی ههردوولای لاسهنگه که له  $2x-1$  خۆت له ژێره پرگار بکهیت به لام لیکدانی لاسهنگه له ژمارهیه که لهوانهیه ئاراستهیی لاسهنگه که ههلبگه پێتهوه. بۆیه پێویسته له دوو باردا لیبیکۆلینهوه. کاتی  $2x-1$  موجهب بیته، کاتی  $2x-1$  سالب بیته.

$\frac{x}{2x-1} \leq 1$	کاتی $2x-1 > 0$ موجهب بیته
$x \leq 2x-1$	$x \leq 2x-1$
$-x \geq -1$	$-x \leq -1$
$x \leq 1$ ( $\geq$ گۆرا بۆ)	$x \geq 1$ ( $\leq$ گۆرا بۆ)

له م باره دا کاتی  $2x-1 < 0$  ئه و  $x < \frac{1}{2}$  بۆیه به هاکانی  $x$  که پاسادانی لاسهنگه که دهکهن، پێویسته پاسادانی  $x > \frac{1}{2}$  و  $x \geq 1$  پیکه وه بکهن.

{کۆمهلهی شیکار له م باره دا بریتیه له کۆمهلهی  $x \geq 1$  ژماره راستیهکان که  $x \geq 1$  و  $x < \frac{1}{2}$  ساغه دکاتهوه}

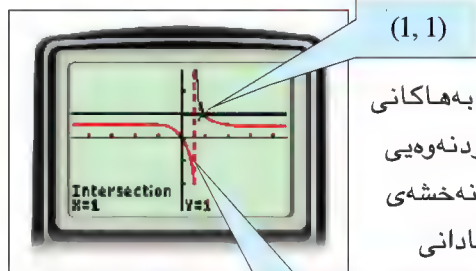
کهواته کۆمهله شیکاری لاسهنگه که هه مو ئه و ژماره راستیهکان که پاسادانی  $x < \frac{1}{2}$  یا  $x \geq 1$  دهکهن



رێگای دووهم: به پوونکردنهوهیی

له پروتهختی پۆتانه ههردوو هێلکاری

پوونکردنهوهیی نهخشه  $y_1 = \frac{x}{2x-1}$  و  $y_2 = 1$  بکێشه به هاکانی  $x$  له و ناوچهیه دا دیاریکه، که تیایدا هێلکاری پوونکردنهوهیی نهخشه یه کهم دهکوهیته ژێر هێلی پوونکردنهوهیی نهخشه دووهم. کۆمهله شیکار بریتیه له به هاکانی  $x$  که پاسادانی  $x < \frac{1}{2}$  یا  $x \geq 1$  دهکهن.



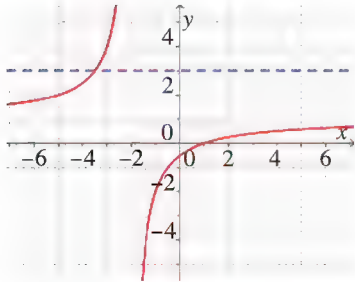
راسته هێلی  $x = \frac{1}{2}$  ده رکه ناری شاولیه

ههولبده هاوکیشه  $\frac{x-1}{x+2} < 3$  شیکاریکه.

## بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

1 مانای چیه یه کێك له شیکارهکانی هاوکیشهیهکی پێژیهی نامویه؟ چۆن دهیناسیتوه؟

2 چۆن هیلکاری پروونکردنهوهیهی بهکاردههینیت بۆ دڵنیابوون له راستی ئهو شیکارهی به جیهیری بهدهستهیناوه؟



3 چۆن هیلکاری پروونکردنهوهیهی نهخشهیهی  $y_1 = \frac{x-1}{x+2}$

ونهخشهیهی  $y_2 = 3$  له وینهیهی بهرامبهردا

بهکاردهینیت بۆ شیکاری لاسهنگهیهی  $\frac{x-1}{x+2} > 3$  ؟

## راهنانی ئاراسته کراو

4 **وهزرش** بهگهپانهوه بۆ نموونهیهی سههرتای وانکه. خێرای زۆرک له ههریهکه له مهلهوانی و پاسکیل سواری و پاگردندا چهنده؟ ئهگەر ماوهی پێشبرکێکه به دوو کاتژمێر تهواو بکات.

ئهمانه شیکاریکه.

$$\frac{2}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{-4}{x^2-1} \quad 6$$

$$\frac{2x-1}{x} = \frac{3}{x+2} \quad 5$$

ئهمانه شیکاریکه.

$$\frac{1}{x+2} < \frac{1}{x+3} \quad 8$$

$$\frac{2x-3}{x} \geq 2 \quad 7$$

## راهنان وجیهه جێکردن

ئهمانه شیکاریکه و راستی شیکارهکته ساغبهکهوه.

$$\frac{4}{n+4} = 1 \quad 11$$

$$\frac{2y-1}{4y} = \frac{4}{6} \quad 10$$

$$\frac{x+3}{2x} = \frac{5}{8} \quad 9$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{3} = \frac{8}{3a} \quad 14$$

$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{8} = \frac{4}{3x} \quad 13$$

$$\frac{-6}{m-3} = 1 \quad 12$$

$$\frac{x+3}{x} + 1 = \frac{x+5}{x} \quad 17$$

$$\frac{2n+1}{3n+4} = \frac{2n-8}{3n+8} \quad 16$$

$$\frac{y+3}{y-1} = \frac{y+2}{y-3} \quad 15$$

$$\frac{3}{x+2} - \frac{x}{1} = \frac{4}{3} \quad 20$$

$$\frac{x+1}{x-1} + \frac{2}{x} = \frac{x}{x+1} \quad 19$$

$$\frac{2x}{x+3} - 1 = \frac{x}{x+3} \quad 18$$

$$\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+2} = \frac{1}{4} \quad 22$$

$$\frac{1}{6} - \frac{1}{x} = \frac{4}{3x^2} \quad 21$$

$$\frac{x-4}{x+2} + \frac{2}{x-2} = \frac{17}{x^2-4} \quad 24$$

$$\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{10}{x^2-1} \quad 23$$

$$\frac{3x}{x-1} + \frac{2x}{x-6} = \frac{5x^2-15x+20}{x^2-7x+6} \quad 26$$

$$\frac{a}{a+3} - \frac{a}{a-2} = \frac{10}{a^2+a-6} \quad 25$$

$$\frac{x+2}{2x-3} - \frac{x-2}{2x+3} = \frac{21}{4x^2-9} \quad 28$$

$$\frac{3}{x+2} + \frac{12}{x^2-4} = \frac{-1}{x-2} \quad 27$$

ئەمانە شىكار بىكە وپاشان ساغىبىكەو.

$$\begin{array}{lll} \frac{x-5}{3x} < -3 & \text{31} & \frac{y+5}{4y} > 3 & \text{30} & \frac{x+3}{3x} > 2 & \text{29} \\ 3 < \frac{3x+4}{1+2x} & \text{34} & \frac{2x+1}{x-2} > 4 & \text{33} & \frac{x-5}{3x} < 3 & \text{32} \\ \frac{7x}{3x+2} < 2 & \text{37} & -\frac{1}{2} \geq \frac{1}{x-4} & \text{36} & \frac{x+1}{x} \leq \frac{1}{2} & \text{35} \end{array}$$

ئەم لاسەنگانە شىكار بىكە وەلامەكەت بۇ نىزىكتىن دەيەك نىزىكبەكەو.

$$\frac{x-2}{x-1} \geq 2x \quad \text{40} \quad \frac{1}{x} \leq x - 1 \quad \text{39} \quad x^2 < \frac{1}{2} \quad \text{38}$$

41 بەھزى لاسەنگەي  $0 < \frac{3}{(x-1)^2}$  شىكار بىكە.

42 دەروازەيەك لە پۇشنىرى ھىندى لە سەدەي ۱۹ دا زاناي بىركارى ھىندى ماھافىرا ئەم پىرسىارەي دانا. چوار بۇرى ئاۋ پۈدەكەنە ناۋ ھەوزىكەو. يەكەمىيان بە تەنھا ھەوزەكە بە نىو سەعات پىر دەكات، دوۋەم بە تەنھا بە سىيەكى سەعاتىك و سىيەم بە چارەكە سەعاتىك و چوارەم بە پىنجىيەكى سەعاتىك پىر دەكات. كاتى پىۋىست چەندە ئەگەر ھەموويان بەيەكەو ئاۋ پۈۋىكەنە ناۋ ھەوزەكە؟ ھەريەككىيان پىر چەند ئاۋ دەكەنە ھەوزەكەو؟

43 ئەندازە درىژى لاكىشەيەك 5 مەترى زىاترە لە پانىيەكەي. درىژى وپانى لاكىشەكە ھەژمىر بىكە ئەگەر پىژەي درىژەيەكەي بۇ پانىيەكەي كەمتر نەبى لە 1.5 وزىاتر نەبى لە 3.

44 ۋەرزى ئاراس بەشدارى پىشېركىيەكى سىيانى كىرد. 0.6Km بە مەلە و 15Km بەسۋارى

پاسكىل و 8Km بەپاكىردن پىر. تىكپاي خىرايىيەكەي لە پاسكىلەكەدا 9 ئەۋەندەي تىكپايى خىرايىيەكەي بوو لە مەلەكەندا. تىكپايى خىرايىيەكەي لە پاكىردندا 6Km/h لە تىكپايى خىرايى مەلەكەندەكەي زىاترە.

ا) نەخشەيەكى پىژەيى بنووسە بە پىيى خىرايىيەكەي لە مەلەكەندا. ئەۋكاتە بنوئىت كە

ئاراس دەيخايەنئىت بۇ پىپىنى دوۋرى پىشېركىيە.

ب) تىكپايى خىرايى ئاراس لە مەلەكەندا و سۋارى پاسكىل وپاكىردندا چەند بوۋە؟ ئەگەر

زانىت بە يەك كاتىژمىر و نىو پىشېركىيەكى تەۋاۋ كىردە.

45 فىزىيا نەخشەي  $w(h) = w_0 \left( \frac{6400}{6400+h} \right)^2$  كىشى تەننىكە لە بەرزى  $h$  Km لە بۇشايى

ئاسماندا.  $w_0$  كىشى ھەمان تەنە لەسەر زەۋى. بەرزى ئەۋ مانگە دەستكردە چەندە؟

كىشەكەي 200 Kg لە بۇشايى ئاسماندا و 3500 Kg لەسەر زەۋى پىت.

روانىيىك بۇ دواۋە

بەھاي ئەم پىرەنە ھەژمارىكە.

$$27^{\frac{1}{3}} \quad \text{49} \quad 9^{\frac{3}{2}} \quad \text{48} \quad 13^0 \quad \text{47} \quad 81^{\frac{1}{2}} \quad \text{46}$$

روانىيىك بۇ پىشەۋە

50 بە بەكارھىنانى بىژمىرى پۈۋىكەندەۋىيى وئەنەي نەخشەي  $f(x) = \sqrt{x}$  بىكىشە. وئەنەي ئەۋ

نەخشەكەيە بەۋىنەدانەۋە بە دەۋرى تەۋەرى  $x$  دا پىكېھىنە. تىپىنى چى دەكەيت؟



# نەخشەى رەگى دووجا Radical Functions



## نامانجەکان

- نەخشەى رەگى دووجا دەناسیت و هیلکاری پروونکردنەوویی دەکیشیت.
- بەهای بری رەگى دووجا هەژمێردەکات.

## پوچی

نەخشەى رەگى دووجا بەکار دیت بو نواندن چەندە پەيوەندى لەزىانى رۆژانەماندا وەك ئەو پەيوەندىيەى كە درىزى بەندۆل پەيوەستىتەو بەكاتى خاپەنراوى لەرەيهكى تەواوى بەندۆلەكە

## جێبەجێ کردنەکان

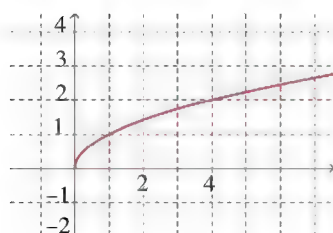
### فيزيا

نەسرین تېببى ئەوێ کرد كە لەرەى تەواوى بەندۆلێكى درىز كاتێكى زياترى پۆيسته لە لەرەى تەواوى بەندۆلێكى كورت. بەكاتى خاپەنراوى لەرەيهكى تەواوى بەندۆلێك دەوتریت خولى بەندۆل. نەخشەى  $t(x) = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$  خولى بەندۆل بە چركە بە پێى درىزىيەكەى بەمەتر دەنوینیت خولى بەندۆلێك چەندە درىزىيەكەى  $0.1m$  و  $0.2m$  و  $0.3m$  بێت؟

## Square Root Function

## نەخشەى رەگى دووجا

لەبیرت بێت رەگى دووجای ژمارەى  $x$  بریتىيە لە ژمارەيهك ئەگەر لە خۆى بدریت ژمارەكەت دەستدەكەوێت. هەر وها لەبیرت بێت ژمارەى سالب رەگى دووجای نىيە لە ژمارە راستىيەكاندا و هەموو ژمارەيهكى موجهبى وەك  $x$  دوو رەگى دووجای هەيه يەكێكىيان موجهبە بە  $\sqrt{x}$



دەنوسریت وئەوى تریان سالبە و بە  $-\sqrt{x}$ . نەخشەى رەگى دووجا نەخشەيهى بە رېسای  $f(x) = \sqrt{x}$  دەناسریت. بە پێى بابەتەكانى پېشوو بواری ئەم نەخشەيه هەموو ژمارە راستىيە ناسالبەكانە و مەوداكەشى هەمان كۆمەلە ژمارەيه. بەلام هیلکاری پروونکردنەوێكەى لەو وێنەى بەرامبەردا دەردەكەوێت.

## نمونە

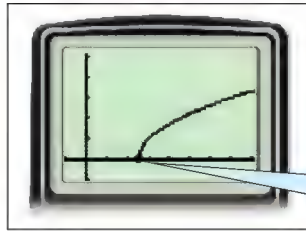
1 بواری نەخشە  $f(x) = \sqrt{2x-5}$  دیاریکە.

شیکار

بواری ئەم نەخشە پێکدێت لە ھەموو ژمارە راستییەکانی  $x$  کە بە ھای بری  $2x-5$  دەکاتە ژمارە یەکێکی نا سالب. بۆ دیاریکردنی ئەم بواری، تەنھا پێویستیت بە شیکاری لاسەنگەیی

$$2x-5 \geq 0 \quad \text{دەبێت}$$

$$x \geq \frac{5}{2} = 2.5$$



(2.5, 0)

دانیابە بواری نەخشە  $f(x) = \sqrt{2x-5}$  بریتیە لە  $x \geq \frac{5}{2}$ .

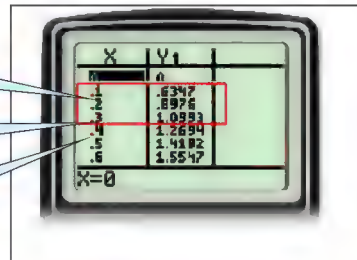
## نمونە

2 بەگەرانیوە بۆ نمونەیی بەندۆلەکە لە سەرھتای وانەکە، خولی بەندۆلەکە ھەژمێریکە. کە

دریژییەکی  $0.1m$  و  $0.2m$  و  $0.3m$  بێت.

شیکار

نەخشە  $y = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$  لە بژمیری پوونکردنەوویی توواریکە و بە بەکارھێنانی کاری خشتەیی



خولی بەندۆلێک دریژییەکی  $0.1$  بێت بریتیە لە  $0.6$  چرکە بەنزیکەیی

خولی بەندۆلێک دریژییەکی  $0.2$  بێت بریتیە لە  $0.9$  چرکە بەنزیکەیی

خولی بەندۆلێکی دریژییەکی  $3.0$  بێت بریتیە لە  $1.1$  چرکە بەنزیکەیی

## Simplifying Radical Expressions

## کورتکردنەوی پرە ڕەگیەکان

پرە ڕەگیەکان Radical Expressions ئەو پرانەن کە بە لایەنی کەمەوێ بێت لەخۆدەگرێت و دەکەوێتە ژێر پرە دووجاکەدا.

3 پرە ڕەگی  $\sqrt{49a^2b^5x^6}$  کورتبکەوێ.

شیکار

لەبیرت بێت کە  $\sqrt{b^2} = |b|$

$$\sqrt{49a^2b^5x^6} = \sqrt{7^2 a^2 b^5 x^6} = 7|a|b^2|x^3|\sqrt{b}$$

ھەولبە پرە ڕەگی  $\sqrt{64a^4bx^3}$  کورتبکەرەوێ.

## Radical Equations

## ھاوکیڤە ڕەگیەکان

4 ھاوکیڤە  $2\sqrt{x+5} = 8$  شیکاریکە و شیکارەکەت ساغبکەرەوێ.

شیکار

$$2\sqrt{x+5} = 8$$

$$\sqrt{x+5} = 4$$

$$(\sqrt{x+5})^2 = 4^2$$

$$x+5 = 16$$

$$x = 11$$

بەدوو جاکردنی ھەردوو لا

$$2\sqrt{x+5}=8 \quad \text{ساغکردنه وه}$$

$$2\sqrt{11+5}=8$$

$$2 \times 4 = 8 \quad \text{دروسته}$$

ههولبده هاوكيشه  $3\sqrt{2x-1}=6$  شيكاريكه.

له كاتى شيكاري ههنديك له هاوكيشه رهگيهكان شيكاري نامومان بۆ دهردهچيت له بهر ئه وه پيوسته ساغکردنه وه شيكارهكەت بکهیت بۆ دوورخستنه وه ئه م جوړه شيكارانه.

5 **نمونه** هاوكيشه  $\sqrt{x+1}+3=2x$  شيكاريكه و شيكارهكه ساغكهره وه.

شيكار

$$\sqrt{x+1}+3=2x$$

$$\sqrt{x+1}=2x-3$$

رهگهكه له لايهكي هاوكيشهكه دابني

$$(\sqrt{x+1})^2=(2x-3)^2$$

ههردوو لاي هاوكيشهكه دووجا بکه

$$x+1=4x^2-12x+9$$

$$4x^2-13x+8=0$$

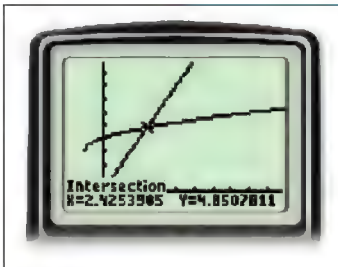
هاوكيشه دووجا بکه به شيوهي گشتي بنووسه

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{13^2 - 4 \times 4 \times 8}}{2 \times 4}$$

ياسا به كار بهينه بۆ شيكاريكردني هاوكيشه دووجا بکه

$$x = \frac{13 - \sqrt{41}}{8} \approx 0.82 \quad \text{يان} \quad x = \frac{13 + \sqrt{41}}{8} \approx 2.43$$

ساغكهره وه



هياكاري پوونکردنه وه يي دوو نه خشي  $y=2x$  و  $y=\sqrt{x+1}+3$  بکيشه و بهدواي پۆي خالهكاني يه کتر برين بگهړي، يهك خالي يه کترين ههيه که پويه کهي بریتيه له  $x \approx 2.43$  که واته هاوكيشهكه ته نهها يه شيكاري ههيه که بریتيه  $x = \frac{13 + \sqrt{41}}{8} \approx 2.43$  و شيكاره کهي تر شيكاريكي نامويه.

ههولبده هاوكيشه  $\sqrt{x-1}=\sqrt{2x+1}$  شيكاريكه و پاساداني شيكارهكەت بکه.

ههندي له هاوكيشه رهگيهكان شيكاري نييه، وهك له م نمونه يه دا دهردهكه وييت.

6 **نمونه** هاوكيشه  $\sqrt{x-1}=\sqrt{2x+1}$  شيكاريكه و پاساداني شيكارهكەت بکه.

شيكار

$$\sqrt{x-1}=\sqrt{2x+1}$$

$$(\sqrt{x-1})^2=(\sqrt{2x+1})^2$$

ههردوو لاي هاوكيشهكه دووجا بکه.

$$x-2\sqrt{x+1}=2x+1$$

کورتبکه وه

$$-2\sqrt{x}=x$$

ههردوو لاي هاوكيشهكه دووجا بکه.

$$(-2\sqrt{x})^2=(x)^2$$

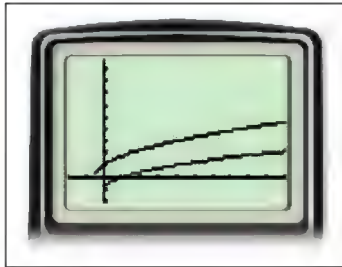
$$4x=x^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ یا } x = 4$$

ساغبکه وه



$$\sqrt{4} - 1 \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 4 + 1} \quad \sqrt{0} - 1 \stackrel{?}{=} \sqrt{2 \times 0 + 1}$$

$$1 - 1 = 0 \quad -1 = -1$$

دهشتوانی به پروونکردنه وهیی وه لاهمه کهت ساغبکه یته وه وینهی  
پروونکردنه وهیی نه خشه ی  $y = \sqrt{x} - 1$  و  $y = \sqrt{2x + 1}$   
بکیشه و ساغبکه وه که یه کتر نابرن.

هه ولبد  $3\sqrt{x} + 2 = \sqrt{3x}$  شیکار بکه و پاستی وه لاهمه کهت ساغبکه ره وه.

## راهیان

### به رده و امبوون له بیر کاریدا

- 1 چۆن بری  $\sqrt{4x^3}$  ساده ده کهیت؟
- 2 دوو ریگی جیاواز به کارینه بو شیکاری  $\sqrt{x} = 3\sqrt{x-4}$
- 3 بوچی ده بیت له شیکارکردنی هاو کیشه په گییه کان پاسادانی ئه و شیکارانه بکهیت که به جهری دهستان ده کهویت.
- 4 چۆن به جهری و پروونکردنه وهیی پروونیده که یته وه هاو کیشه ی  $\sqrt{x} = \sqrt{x+1}$  شیکاری نییه؟

### راهیانی ئاراسته کراو

- 5 بری  $\sqrt{128ab^2x^5}$  ساده بکه.
- 6 بری  $\frac{12\sqrt{15x^3}}{(3x)^{\frac{1}{2}}}$  ساده بکه، وای دابنی  $x$  ته نها به های موجب وهرده گریت.
- 7 هاو کیشه ی  $3\sqrt{2x-5} = 20$  شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.
- 8 هاو کیشه ی  $\sqrt{5x+7} - 2 = x$  شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.
- 9 هاو کیشه ی  $2\sqrt{x+1} = \sqrt{x} - 3$  شیکار بکه و شیکاره کهت ساغبکه ره وه.

### راهیان وجیهه جیکردن

- نهم برانه ساده بکه.
- |  |  |                            |
|--|--|----------------------------|
| 10 $\sqrt{32x^3}$                          | 11 $\sqrt{18x^3}$                          | 12 $\sqrt{27x^3y^4}$       |
| 13 $\sqrt{50a^3b^4}$                       | 14 $(16x^6)^{\frac{1}{4}}$                 | 15 $(40a^7)^{\frac{1}{3}}$ |
| 16 $\frac{x}{3-5\sqrt{2}} - (2+3\sqrt{2})$ | 17 $\frac{x}{4+\sqrt{3}} - (-1+3\sqrt{2})$ |                            |



بواری ئەم نەخشەنە دیار بکە.

$$f(x) = \sqrt{3x-2} \quad 19$$

$$f(x) = \sqrt{12x+24} \quad 18$$

$$f(x) = \sqrt{3(x+2)-1} \quad 21$$

$$f(x) = \sqrt{3(x-2)} \quad 20$$

$$f(x) = \sqrt{3-2(x-4)} \quad 23$$

$$f(x) = \sqrt{2-3(x+1)} \quad 22$$

$$f(x) = \sqrt{9x^2-16} \quad 25$$

$$f(x) = \sqrt{x^2-25} \quad 24$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+10x-25} \quad 27$$

$$f(x) = \sqrt{x^2+5x+6} \quad 26$$

$$f(x) = \sqrt{3x^2+7x+2} \quad 29$$

$$f(x) = \sqrt{2x^2+5x-12} \quad 28$$

$$f(x) = \sqrt{8x^2-10x-3} \quad 31$$

$$f(x) = \sqrt{6x^2-13x+5} \quad 30$$

32 بواری نەخشەى  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$  دیاربکە لە وێنەى پروونکردنەوهیى نەخشەکەوه وەلامەکەت ساغیکەوه.

33 **پووداوهکانى ھاتووچۆ:** لیکۆلەرەوهکانى پووداوى ھاتووچۆ سوود لە نەخشەيەك

وەردەگرن بۆ دۆزینەوهى خێرايى ئەو ئوتۆمبیلە لە کاتى پوداویکدا بە پێوانى شوینەوارى تايەى ئوتۆمبیلەکە لەسەر پێگاکیەدا. کە لە ئەنجامى شێلانى پراگرەکەوه دروست دەبێت. ئەم نەخشە لە پۆژانى سامالدا بریتىە لە  $y = \sqrt{80x}$  کاتێک  $x$  خێرايى ئوتۆمبیلەکەيە بە کیلۆمەتر لەکاتژمێرێکدا و  $m$  درێژى شوینەوارەکە بێت بە مەتر.

ا نەخشەى پێشوو بە سادەترین شێوە بنووسە بە بەکارھێنانى پەگى دووجا پاشان بینوسەوه بە بەکارھێنانى ژمارە دەییەکان.

ب لیکۆلەرەوهکە درێژى شوینەوارى تايەکەى پێوا و بینى 200m دەبێت خێرايى ئوتۆمبیلەکە بە نزیکترین کیلۆمەتر لە کاتژمێرێک ھەژماربکە.

ج ئایا خێرايیەکەى دوو ئەوەندى لیدیت ئەگەر شوینەوارەکەش دوو ئەوەندە زیادبکات؟ وەلامەکەت پروونبکەرەوه.

## تێروانییەك بۆ دواوه

ئەم برانە سادەبکەرەوه وای دابنێ سفر بەھای قەدەغەکراوى گۆراوەکانە.

$$\left(5x^{-2}y^4\right)^{-1} \quad 36 \quad 2x^4\left(-3xy^2\right)^3 \quad 35 \quad \left(-2y^3y^5\right)^2 \quad 34$$

$$\left(\frac{3m^4n^2}{2m^0n^{-3}}\right)^{-2} \quad 39 \quad \left(\frac{-4m^4n^{-2}}{m^2n^{-2}}\right)^{-1} \quad 38 \quad \left(\frac{-3xy^3}{x^{-4}y^5}\right)^3 \quad 37$$

سفرەکانى ئەم نەخشەنە دیاربکە.

$$f(x) = x^2 - 3x - 18 \quad 42 \quad f(x) = x^2 - 2x - 8 \quad 41 \quad f(x) = x^2 + 9x + 18 \quad 40$$

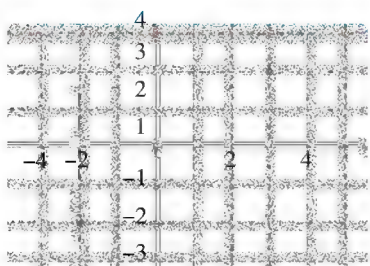
## تێروانییەك بۆ پێشەوه

43 بێردۆزى قیثاغورس بەکاربێنە بۆ

ھەژمارکردنى دوورى نیوان ئەو دوو

خالەى لە شێوەکەى بەرامبەرتدا

دیاریکراوه.



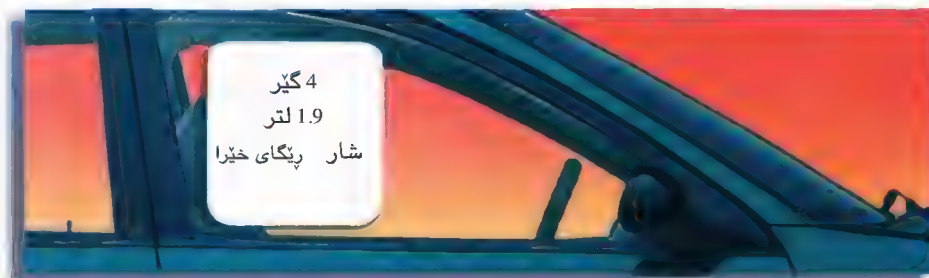
# كام ناوهند هەلدەبژیریت؟



تێداپشاندارو. بۆنمونه دەزگاکە خەمڵاندنی ئوتۆمبیلێک  
کە 4 گێرو فراوانی مەکیهەکی 1.9 لیتر بێت یەك گالۆن  
بەزین بۆ 39 کیلومەتر لەناوشار و یەك گالۆن بۆ 54  
کیلومەتر لەسەر پێگای خێرا. وەزارەتی وزە لە هەندیک  
وولاتان راپەرپێکی سالانە بڵاودەکاتووە کە یاریدەدەری  
ئەو کەسانە دەدات کە دەیانەوێ ئوتۆمبیلی تازە بکڕن.  
ئەم راپەرە مەزەندە بەکاربوونی وزە بۆ هەر جۆرێک لە  
ئوتۆمبیلە تازەکان دیاریدەکات و ئەم راپەرە  
وریاکردنەوێ بەکارهێنەرەکان وریا دەکاتووە.

وریاکردنەوێ خاوەن ئوتۆمبیلەکان  
تکایە ئاگاداری ئەو بێ ناوهندەکان کە بەکاربردنی  
ئوتۆمبیلەکان لەناو شارەکاندا یان لەسەر پێگا خێراکان  
دەست نیشان دەکات تەنها خەمڵاندنە پەنگە خەمڵانەکە  
هەلە تێبکریت بۆ تیچوونی سالانە ئوتۆمبیلەکە.

بۆ هەر کۆمەڵە بەهایەک دوو ناوهند هەیه کە ناوهندە  
ژمارەیی و ناوهندە گونجاو. ناوهندە ژمیرەیی دوو ژمارە  
 $b$  و  $c$  بریتیه لە  $\frac{a+b}{2}$  بەلام ناوهندە گونجاو بۆ دوو  
ژمارە  $b$ ،  $c$  بریتیه لە  $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{2}$   
لە هەندیک شیکاری پرسیارەکان پشت بە ناوهندە ژمارەیی  
دەبەستریت، بەلام لە شیکاری هەندیکێ تردا پشت بە  
ناوهند گونجاو دەبەستریت. پشتبەستن بە یەکیەک لەم دوو  
ناوهندە کاریکی جیاکەرەوێ، چۆن ئەنجامەکان  
لە هەردوو بارەکەدا پەنگە بە تەواوەتی جیاوازی.  
بە ئامانجی پێدانی پێوەرێک کە پێگە بدات بە خەڵکانێک  
بەراوردی بەکاربردنی بەزینی ئوتۆمبیلە نوێیەکان بکەن  
کە چەند گلدانەوێ بەزین دەکات.  
دەزگای پاراستنی ژینگە بڵاوکراوەکانی بەسەر جامی  
ئوتۆمبیلەکاندا هەلۆاسی کە تیایدا بری بەزینی بەکاربراو



2 ناوهندە گونجاو بۆ بەکاربردنی ئەو ئوتۆمبیلە،  
لەوینەکە سەرەویدا دیارە هەژمیر بکە لە هەموو  
پۆیشتنەکیدە.

3 لە هەردوو ناوهندەکە بکۆلەو هۆکاری  
ئاگادارکردنەوێ راپەرەکە شیکەرەو.

## 1 چالاکي

1 ناوهندە ژمیرەیی بۆ بەکاربردنی ئەو ئوتۆمبیلە  
لەوینەکە سەرەویدا هەژمار بکە لە هەموو  
پۆیشتنەکیدە.


$$\left(d_2 \cancel{\text{km}}\right)\left(\frac{\text{Galon}}{54 \cancel{\text{km}}}\right)=\frac{d_2}{54} \text{ gal}$$

### چالاکي 3

## بهشی 5 پروژہی بهش



# پیداچوونه‌وی بهش

1 گۆپاوی  $m$  راسته‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی  $b$  و پیچه‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی  $c$  ده‌گۆریت به‌های  $m$  چهنده کاتیگ  $a=9$  و  $b=12$  ئه‌گه‌ر  $m=6$  له‌کاتیگدا  $a=7$  و  $b=4$  ؟

2 گۆپاوی  $y$  راسته‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی  $x$  و پیچه‌وانه له‌گه‌ڵ گۆپاوی  $z$  ده‌گۆریت. به‌های  $y$  چهنده کاتیگ  $x=20$  و  $z=2$  ئه‌گه‌ر  $y=3$  له‌کاتیگدا  $x=18$  و  $z=2$  ؟

بوارو ده‌رکه‌ناره‌کانی هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریبکه.

$$f(x) = \frac{2x-3}{x^2-8x+12} \quad 3$$

$$f(x) = \frac{3x-5}{x^2-25} \quad 4$$

$$f(x) = \frac{x^2+4x-12}{3x^2-12} \quad 5$$

$$f(x) = \frac{x^2-9}{3x+5} \quad 6$$

$$f(x) = \frac{2x}{6x^4-18x^3} \quad 7$$

ئه‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{x^2+6x}{10} \times \frac{4}{x^2-36} \quad 8$$

$$\frac{x^2+10x-8}{3x^2-17x+10} \times \frac{2x^2+9x-5}{x^2+3x-4} \quad 9$$

$$\frac{4x+8}{5x-20} \div \frac{x^2+3x-10}{x^2-4x} \quad 10$$

$$\frac{2x^2-9}{6} \div \frac{4x-12}{x} \quad 11$$

$$\frac{\frac{a+1}{a^2}}{\frac{(a-1)^2}{a}} \quad 13$$

$$\frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+2}{x}} \quad 12$$

$$\frac{\frac{4x^2}{6x-3}}{\frac{15x}{2x-1}} \quad 15$$

$$\frac{\frac{x+1}{x}}{\frac{(x+1)^2}{x+2}} \quad 14$$

ئه‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{3x-5}{3x-6} + \frac{4x-2}{5x-15} \quad 16$$

$$\frac{9y+3}{y^2-11y+18} + \frac{y+3}{y-9} \quad 17$$

$$\frac{2x-3}{x^2-3x} - \frac{9x+1}{x-3} \quad 18$$

$$\frac{3y-39}{y^2-7y+10} - \frac{3}{y-2} \quad 19$$

$$\frac{\frac{x}{3+\frac{5}{x}} - \frac{4}{1+\frac{2}{x}}}{\frac{2}{4} + \frac{5}{3}} \quad 20$$

هه‌ریه‌که له‌م هاوکیشانه شیکاریکه.

$$\frac{4}{x^2+1} = 1 \quad 23 \quad \frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{2} \quad 22$$

$$\frac{1}{x^2-1} = 1 \quad 25 \quad \frac{3x-1}{x^2+2x} = -1 \quad 24$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x+2}{x+1} \quad 27 \quad \frac{2}{1-x^2} = \frac{x^2}{x^2+1} \quad 26$$

$$\sqrt{x} = 2x \quad 29 \quad \sqrt{x+2} = -2 \quad 28$$

$$\sqrt{x-2} = \sqrt{x} - 2 \quad 30$$

ئه‌م لاسه‌نگانه به‌جبه‌بری شیکاریکه.

$$\frac{1}{x} \geq 2 \quad 32 \quad \frac{1}{x} < 1 \quad 31$$

$$\frac{1}{x^2+1} \geq \frac{1}{3} \quad 34 \quad \frac{1}{x^2+1} < \frac{1}{2} \quad 33$$

$$\frac{2x+1}{2x-1} < 2 \quad 36 \quad \frac{x+1}{2x+3} < 1 \quad 35$$

به‌روونکردنه‌وی هه‌ریه‌که له‌م لاسه‌نگانه شیکاریکه.

$$\frac{1}{x^2+2x+1} > 2 \quad 38 \quad \frac{1}{x} \geq x \quad 37$$

$$\frac{1}{x^2-x+2} < x \quad 40 \quad \frac{1}{x} < 2x \quad 39$$

بوارو هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریبکه.

$$f(x) = \sqrt{2x-3} \quad 41$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 5 \quad 42$$

$$f(x) = 5\sqrt{3(x-1)} + 1 \quad 43$$





## تاقیکردنه‌وهی به‌ش

جیگۆری ئەندازه‌یی دیاریکە که پێگا دەدات به گواستنه‌وهی  
وێنه پوونکردنه‌وهی نه‌خشه‌ی بنه‌ره‌تی  $y = \sqrt{x}$  بو وێنه  
پوونکردنه‌وهی نه‌خشه‌کانی خواره‌وه:

$$y = -\sqrt{x} + 3 \quad 16 \quad y = \sqrt{x-4} \quad 15$$

هه‌ژماره‌ی  $x$  به پێی  $y$  بکه.

$$y = x^2 + x \quad 17$$

$$y = 5x^2 - 3x - 4 \quad 18$$

هه‌ژمیری هه‌ریه‌ک له‌م برانه‌بکه.

$$(3\sqrt[4]{81})^2 - 31 \quad 19$$

$$\frac{1}{5} \left[ (\sqrt{9})^3 - (\sqrt[3]{64})^2 + 2 \right] \quad 20$$

هه‌ریه‌ک له‌م برانه ساده بکه‌وه وای دابنێ هه‌ریه‌که له  
گۆپراوه‌کان جگه له به‌های موجهب هیچ به‌هایه‌ک وه‌رناگرن.

$$5\sqrt{8x^3y^6} \times (2x^5y)^{\frac{1}{2}} \quad 21$$

$$\frac{8\sqrt{5x^7y^9}}{\sqrt{25x^3y^5a}} \quad 22$$

$$(5 - \sqrt{12}) - (2\sqrt{27} + 8) \quad 23$$

$$(2 + \sqrt{5})(3 - 2\sqrt{5}) \quad 24$$

هه‌ریه‌که له‌م برانه به ساده‌ترین شیوه بنووسه که  
ژێره‌یان پێژه‌ییین.

$$\frac{3-\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \quad 26 \quad \frac{4}{\sqrt{11}} \quad 25$$

$$\frac{2\sqrt{7}-\sqrt{35}}{35} \quad 27$$

هه‌ریه‌ک له‌م هاوکێشه و لاسه‌نگانه شیکاریکە.

$$\sqrt{2x+7} = -3 \quad 28$$

$$\sqrt[4]{3x} = \sqrt[4]{4x-7} \quad 29$$

$$\sqrt{x-7} < 0 \quad 30$$

$$\sqrt[3]{2x+1} \geq 3 \quad 31$$

هه‌موو به‌ها قه‌ده‌غه‌کراوه‌کان وه‌ه‌موو ده‌رکه‌ناره‌کان بو

هه‌ریه‌که له‌م نه‌خشانه دیاریکە.

$$f(x) = \frac{x-4}{x^2-16} \quad 1$$

$$h(x) = \frac{x^2+2x-15}{2x^2-18} \quad 2$$

$$g(x) = \frac{2x^3-16}{x^3-2x^2-9x+18} \quad 3$$

**میکانیک:** باری سلنکیک راسته‌وانه له‌گه‌ل گۆپانی

پانیه‌که‌یدا و پێچه‌وانه له‌گه‌ل سیجای درێژیه‌که‌ی

داده‌گۆرپیت. سلنکیک پانیه‌که‌ی  $10m$  و درێژیه‌که‌ی

$20m$  بێت باریکی هه‌لگرتوه‌وه که  $1200Kg$  ئه‌وا

سلنکیک پانیه‌که‌ی  $8m$  و درێژیه‌که‌ی  $25m$  چه‌ند

ده‌توانی هه‌لبگریت.

هه‌ریه‌ک له‌م برانه ساده‌بکه.

$$\frac{x^2-9}{2x^2-8x+6} \times \frac{4x^2-12x+36}{x^3+27} \quad 5$$

$$\frac{\frac{x^3}{3x^2-12}}{\frac{x^3+5x^2}{3x^2+9x-30}} \quad 6$$

$$\frac{3x}{x-2} \div \frac{6x^2}{2x^2-8} \times \frac{5x+1}{2x+4} \quad 7$$

$$\frac{4}{x^2-4} + \frac{x+3}{x+2} \quad 8$$

$$\frac{x-37}{x^2-2x-15} - \frac{5}{x+3} \quad 9$$

**ئه‌ندازه:** هه‌ژمیری پووبه‌ری

ناوچه په‌نگراوه‌که به پێی

پووبه‌ری سیگۆشه‌که‌بکه. که به

گۆپاوی  $x$  هێماکراوه.

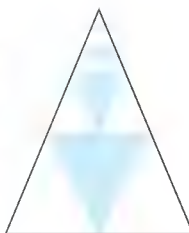
هه‌ریه‌که له‌م هاوکێشه و لاسه‌نگانه شیکاریکە.

$$\frac{a-4}{a+2} + \frac{a-5}{a-4} = 1 \quad 12$$

$$\frac{x+3}{x-1} = 2 \quad 11$$

$$\frac{3}{x+4} < \frac{5}{x+7} \quad 14$$

$$\frac{3}{x+4} \leq 5 \quad 13$$



# تاقیکردنه‌وهی که‌له‌که‌بوو

8 هاوکیشی ئه‌و راسته‌هێله بنووسه که به‌دوو خالی  $(-3, 8)$  و  $(-4, 9)$  دا ده‌روات.

9 بری  $25x^2 - 60x + 30$  شیته‌لێکه.

10 بری  $\frac{x+1}{x^2+4x-4} + \frac{x^3}{x^2+4}$  ساده‌بکه.

11 پاش پێژه‌کردنی ژێره‌ی  $\frac{8}{5-3\sqrt{2}}$  بره‌که ساده‌بکه.

12 **به‌های نه‌وپه‌ر** به‌بۆنه‌ی چه‌ژنی نه‌ورۆژ، شاره‌وانی شارێک تیری ئاگراوی به‌خێراییه‌کی سه‌ره‌تایی  $75m$  له‌چرکه‌دا ته‌قاند. هه‌ژماری نه‌وپه‌ری به‌رزیه‌ی بکه‌ که‌ یه‌کێک له‌ تیره‌کان ده‌یگاتی وه‌روه‌ها هه‌ژماری کاته‌ خایه‌نراوه‌که‌ی بکه‌ ئه‌گه‌ر بزانیته‌  $h(t) = 75t - 4.8t^2$  به‌رزیه‌ به‌ پێی کاته‌،  $h$  به‌رزیه‌ به‌ مه‌ترو  $t$  کاته‌ به‌ چرکه‌.

13 گه‌وره‌ترین ژماره‌ی ته‌واو کامه‌یه‌ له‌ پاسادانی  $-6x - 1 > 10$  ده‌کاته‌

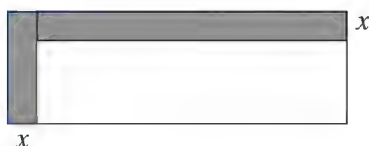
ئه‌مانه‌ شیکاریکه‌.

14  $2\sqrt{x-4} = \sqrt{x-2}$

15  $1 - 2x = 5$

16  $-5x + 3 = \frac{1}{2}x - 1$

17 **بۆ خوێشی:** درێژی ته‌خته‌ی نواندی شانۆیه‌ک  $38m$  و پانیه‌که‌ی  $20m$ ، به‌شێک له‌ ته‌خته‌که‌ بڕا هه‌روه‌ک چۆن له‌ وینه‌که‌دا دیاره‌. به‌های  $x$  چه‌نده‌ ئه‌گه‌ر بزانیته‌ ئه‌و برینه‌ له‌ پووبه‌ری ته‌خته‌که‌  $265m$  دووجا که‌مه‌دکاته‌وه‌.



1 ئه‌گه‌ر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  ته‌واو کام له‌مانه‌ی دێن راستن به‌ ته‌واوته‌ی.

$ad = cb$  ج

$ad = bc$  ا

$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$  د

$\frac{a}{d} = \frac{c}{b}$  ب

2  $(6\sqrt{8} - 6\sqrt{2})(2\sqrt{2} + 1)$  ساده‌بکه.

$6\sqrt{2} + 24$  ج

$6\sqrt{2} - 24$  ا

$6\sqrt{2} - 23$  د

$12\sqrt{2} - 23$  ب

3 ژماره‌ی شیکاری سیستمی  $\begin{cases} y = 3x + 2 \\ y = 3x - 2 \end{cases}$  چه‌نده‌؟

1 ج

0 ا

ناکووتا د

2 ب

4 ماوه‌ی دابه‌شکردنی  $2x^2 - 5x + 8$  به‌سه‌ر  $x + 4$  دا چه‌نده‌؟

-44 ج

60 ا

20 د

سفر ب

5  $(x^3y^{-2})^{-2}$  ساده‌بکه.

$\frac{1}{x^2y}$  ج

$\frac{y^4}{x^6}$  ا

$x^2y$  ب

$\frac{x^6}{y^4}$  ب

6 کام له‌مانه‌ی خواره‌وه نابێته‌ په‌گی هاوکیشیه‌ی

$x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$

-1 ج

-3 ا

1 د

3 ب

7 چ ژماره‌یه‌ک له‌مانه‌ی خواره‌وه بخه‌یته‌ سه‌ر  $x^2 - 10x$

بۆ ئه‌وه‌ی ببێته‌ دووجایه‌کی ته‌واو.

-25 ج

5 ا

25 ب

-5 ب

بەشى شەشەم

# ئەگەر و ئامار

## Probability and Statistics

1. دەستېكىك بۇ ئەگەر.

2. گۆرىنەكان و رېزىردنەكان.

3. گونجىنەكان.

4. كۆكردنەوھى ئەگەرەكان.

5. پرووداۋە سەربەخۇيەكان.

6. پىۋەرەكانى پەرتىبون.

پروژەى بەشەكە

پىداچوونەوھ

تاقىكردنەوھى بەش

تاقىكردنەوھى كەلەكەبوو

# ئەگەر و ئامار

## Probability and Statistics

ئەگەر برىتتىيە لە ھاتنەدى پرووداويك كە  
دەتوانىت نپىشېنى پرودانى بىكەيت و ناتوانىت  
ئەنجامەكانى ديارىبەكەيت لەگەل ئەوھى كە  
بەچەند مەرجىكى ديارىكراو پىناسەكراو.  
ئەگەرەكان بەكارھېنانى زۆرى ھەيە  
بەرچاومان دەكەويٹ لە كۆمپانىياكانى  
دلىابوون و دامەزراوەكانى لىكۆلىنەوھى وەك  
لىكۆلىنەوھى پزىشكى و ئەوانى تر، و لە  
جىبەجىكرەنى ياساكان و لە زانستە  
پاميارىيەكاندا.

بەشى

6

### وانەكان

1. دەروازەيەك بۆ ئەگەر.
  2. گۆرپنەكان و پزىكرەنەكان
  3. گونجىنەكان.
  4. كۆكرەنەوھى ئەگەرەكان.
  5. پروداوھ سەرىبەخۆيەكان.
  6. پىوەرەكانى پەرتبوون
- پروژەى بەش







### دەربارەى پروژەى بەش

پېشېنبىيەكى دروست بۇ ئەنجامەكانى پروداو ھەپمەككەكان، پۆلېكى گىرنگ دەبىنېت بۇ بېرىاردان، ئاسان يان ئالۆز. لە زۆر بواردا دەتوانرېت پېشېنبىيە ئەگەرى پروداوېكى ھەپمەكى ديارىبكرېت بەرېگاي تاقىكردەو، ئەوېش بە چاودېرىكردى ژمارەى ئەو جارائەى كە پروداوېكەى تېيدا دېتەدى. بەلام لەوانەى ئەمە نېمچە ستەم بېت كاتېك پروداوېكە ئالۆز بېت. لەو كاتەدا، مرۆف پەنا دەباتە بەر نواندن. لەمەودوا ئەم رېگايە بەكاردېت لەكاتى كاركردندا. لە دواى كۆتايى ئەم بەشەدا دەتوانىت ھەستىت بە ئەمانەى خوارەو.

- دروستكردى نموونەكان (سامپل) (نموزج) بۇ نواندى پروداو ھەپمەككەكان.
- بەكارھېنانى پېدراوكان كە لە نواندەكە دەستدەكەوېت بۇ خەملاندنى ئەگەرى پروداوېكە.

# دەروازەيەك بۆ ئەگەر

## Indroduction To Probability

بۇچى  
زۇرچار تويۇنەۋى ئەگەر  
بەبەكارهينانى شتەكان لە ژياندا  
ۋەك بەردەزار يان تير يان پارچە  
براۋى كانزايى دەكرىت



### ئامانچەكان

- زاراۋەكانى تاييەت بە ئەگەر بەكاردەھيىت.
- ياساى ژماردى بىنەپتى بەكاردەھيىت.
- يەكسانبۇن لە ئەگەرەكاندا دەناسىت.
- ئەگەرى تىۋرى پروداۋىك دياريدەكات.

گەلەك كۆمپانىيى بازىرگانی ھەن. لەوانەش كۆمپانىياكانى دۇنياۋون، كارەكانيان بەندە بەو شتانەى كە پېشېنىكردى ئەنجامەكانيان كارىكى ئاسان نى، بۇمان ھەيە بېرسىن: چۆن دەتوانىت قازانچ بكات، لەراستىيدا دەتوانىن پېشېنى ئەگەرى پروداۋى كارىك ديارىكەين لە پىگاي چاۋدېرىكردى ئەنجامەكانى بارە زۆرەكان كە لەوانەيە بىنە ھۆى پرودانى پروداۋەكە. بۆ نمونە ديارىكردى ئەگەرى مردنى جگەرەكېشېك بە چاۋدېرىكردى رېژەى ئەو كەسانەى كە بەھۆى جگەرەكېشانەۋە دەمرن. كە ئەمەش رېژەيەكى زۆرەرزە ھەرۋەكو تويۇنەۋە پزىشكىيەكان سەلماندىۋانە. لە خويىندى ئەگەرەكان كۆمەلەك زاراۋە بەكاردەھيىت خويىندكار پىۋىستە فېرىان بېيىت ۋە شىۋەيەكى دروست بەكارىان بەيىت. ئەم خىشتەى خوارەۋە پىناسەكانى ھەندى لە زاراۋەكانمان بۆ پروندەكاتەۋە ھەرۋەكو پرونكرۋەتەۋە بە نمونەى ھەلدانى بەردەزارىك.

پىناسە	نمونە
كارى ھەپەمەكى Trial: كارىكە ناتوانىن پېشەكى ئەنجامەكەى ديارىكەين	ھەلدانى بەردەزارىك
تاقىكردەۋە (ھەپەمەكى) Experiment: كارىكى ھەپەمەكىيە يان دووبارەبۇنەۋەى كارە ھەپەمەكىيەكەيە چەند جارىك	ھەلدانى بەردەزارىك 10 جار
كۆمەلەى ئەنجامەكان (بۇشايى نمونە) Sample Space : كۆمەلەى ھەموو ئەنجامەكانى لە توانادابىت لە كارىكى ھەپەمەكىدا.	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
پروداۋ Event : ئەنجامىكى لە توانادايە يان كۆمەلەك ئەنجامى لە توانادايە.	دەستكەۋەتنى 3 يان دەستكەۋەتنى ژمارەيەكى تاك

بە ئەنجامەكانى كارىكى ھەپەمەكى دەللىن ئەگەرى يەكسان ئەگەر لە توانادابىت ھەموو ئەو ئەنجامانەى دەردەكەۋن يەكسان بن. لەراستىيدا سەلماندى ئەۋەى ھەموو ئەنجامەكانى كارى ھەپەمەكى لە ژياندا ئەگەر تىاياندا يەكسان بن كارىكى گرانە. بەلام دەتوانىن خۇمان ۋاى دابىن كە وايە. بۆ نمونە دەتوانىت ئەنجامەكانى ھەموو كارە ھەپەمەكىيەكانى خوارەۋە بە ئەگەرى يەكسان دابىيىت: ھەلدانى بەردەزارىك، ھەلدانى پارچە دراۋىكى كانزايى، ئەنجامى چەرخىكى مىلدار، رەگەزى لە دايكبوو.

## نمونە

1 ئەگەر چاكبوونەوہى يەككى توشبوو بە شىرپەنجەسى سى چەندە، ئەگەر بزانىت توپزىنەوہىك لەسەر 5000 توشبوو كراوہ لەوانە 250 يان چاكبوونەتەوہ؟

شىكار

دەتوانىت كۆمەلەى ئەنجامەكانى 5000 توشبوو، لە نۆوانياندا 250 كەس چاكبووئەتەوہ ئەگەرى چاكبوونەوہى نەخۆشەكە برىتيە لە.

$$P(c) = \frac{250}{5000} = \frac{1}{20} = 0.05 = 5\%$$

هيمای c بەكار دىت بۆ پروداوى ( چاكبوونەوہى نەخۆش )

## نمونە

2 دۆستى بەردەزارىكى هەلدا ئەگەرى دەستكەوتنى يەككە لە چەند جارەكانى 3 چەندە؟

شىكار

بۆشايى نمونە = {1, 2, 3, 4, 5, 6} پروداوہكە دىتەدى ئەگەر دۆستى 3 يان 6 ى دەستكەوئەت. ئەمەش ئەوہ دەگەيەنئەت كە ئەگەرى پروداوہكە برىتيەلە 2 لە بنچىنەى 6 واتە:

$$P(M3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0.3333 \approx 33.33\%$$

گرىمان M3 هيمایەكە بۆ يەككە لە چەند جارەكانى 3

### ئەگەرى تيورى Theoretical Probability

ئەگەر تافىكرەنەوہىكەى هەپمەكى ديارىكراو و رىكبوو ئەوا ئەگەرى رووداويك A لە

رووداوہكانى برىتيە لە ژمارەى راستى:

$$P(A) = \frac{\text{ژمارەى ئەنجامەكانى كە پاسادانى پروداوہكە دەكات}}{\text{ژمارەى هەموو ئەنجامەكان}}$$

چىنەر گۆيەكى لە تورەگەيەكدا پاكىشا كە 4 گۆى سوور و 7 گۆى پەشى تىدابوو. ئەگەرى ئەوہى گۆيە پاكىشراوہكە شىن بىت چەندە؟

### بەپەنگارى

#### ئەگەر Probability

پۆوانەى ئەگەرى پروداويك ژمارەيەكى راستىيە وەكەوئەتە نۆوان سفر ويەك.

ئەگەر پروداوہكە ئەستەم بىت Impossible ئەوا ئەگەرى پرودانى 0 =

ئەگەر پروداوہكە دلنپايى بىت Certain ئەوا ئەگەرى پرودانى 1 =

سەرچەمى ئەگەرەكانى هەموو ئەنجامەكانى لە توانادابىت 1 =







شەمال پۇژانە سەيرى پۇستە ئەلكترونىيەكەى دەكات لە نىوان كاتژمىر يەك 1:00 و كاتژمىر دوو 2:00 ى ياش نيوەپۇ ئەگەرى ئەوەى لە نىوان 1:30 و 1:40 بەو كارە ھەستىت چەندە؟

شىكار

بۇشايى نمونە لەھەرساتىكى نىوان كاتژمىر 1:00 و 2:00 پىكىدېت و پروداوۋەكە لە 1:30 تا 1:40 بۇ ھەژمىركردنى پىژەى ئەگەرى ئەو پروداوۋە، ماوۋى نىوان كاتژمىر 1:00 و 2:00 دابەش دەكەيت بۇچەند ماوۋەيەك كە ھەريەكەيان 10 خولەك بىت (درىژى ماوۋى نىوان 1:30 و 1:40 كە پروداوۋەكە دەنوئىنېت).



ماوۋە سەوزەكە پروداوۋەكە دەنوئىنېت. ئەگەرى پرودانى پروداوۋەكە، واتا، ماوۋەيەك لە 6 ماوۋە واتە:

$$P(E) = \frac{1}{6} = 0.167 = 16.7\%$$

كاتىك E ھىمايەك بىت بۇ پروداوۋەكە (سەيرکردنى شەمال بۇ پۇستە ئەلكترونىيەكەى لە 1:30 بۇ 1:40)

ھەولبەدە ئەگەرى ئەوەى لە نىوان 1:30 و 1:35 بەو كارە ھەستىت چەندە؟

## Fundamental Counting Principle

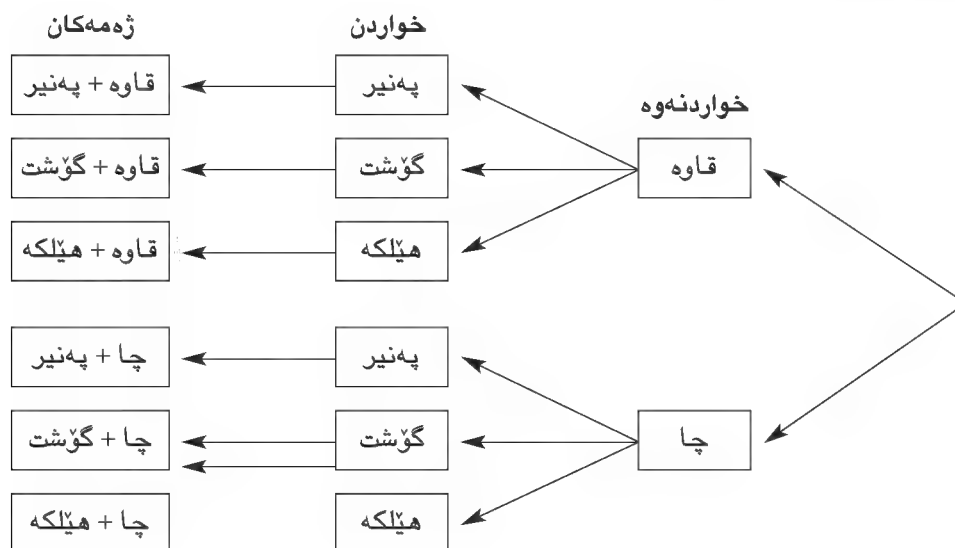
## ياساى بنەرەتى ژماردن

كە لە پروداوۋەك دەكۆلېتەوۋە بۇ ئەوۋى پىژەى ئەگەرەكەى ھەژمىركەى پىويستت بەمانە دەبىت:

1. ھەموو ئەم ئەنجامانەى كە لە توانادايە بژمىرە (دانەكانى بۇشايى نمونە بنووسە).

2. ئەو ئەنجامانە بژمىرە كە پاسادانى پروداوۋەكە دەكات. دەتوانىت ھىلكارى درەختى بەكاربھىنېت بۇ ئەنجامدانى ئەم كارە.

بۇ نمونە ژەمى خواردنى بەيانى لە يەككە لە ئوتلەكاندا، ميوانەكە دەتوانىت لە نىوان قاوۋە وچاى يەككىيان ھەلبىژىرېت و لە نىوان سى جۇرى خواردن پەنير و گوشت و ھىلكەدا يەككە ھەلبىژىرېت. ئەم ھىلكارىيەى خواروۋە ھەموو پىگاكانى كە لە توانادا يە بۇ ژەمى خواردنى بەيانى پروندەكاتەوۋە.



خواردنگەيەك دوو جۆر خواردنى بۇ مېۋانەكانى ئامادەكرد بۇ ژەمى ئىۋارە ھەر ژەمىك پىكھاتبوو  
لە قاپىك زەلاتە و قاپىك گۆشت، مېۋانەكە بۇ ھەيە يەك جۆر لەدوو جۆر زەلاتە ھەلبىژىرئ:  
زەلاتەى كاھو، زەلاتەى تەماتە، قاپە گۆشتەكە سى جۆرە: گۆشتى برژاو، گۆشتى سورەۋەكراو،  
گۆشتى مريشك

1. دەستبەكە بەكىشنى ھىلكارى درەختى تىيدا  
زەلاتەى كاھو  
زەلاتەى تەماتە

ھەلبىژاردنى زەلاتە پوونىكەۋە بەم شىۋەيە  
2. لە دەستپىكردنى ھەلبىژاردنى زەلاتەكەۋە ھىلكارى درەختى پوونىكەۋە بۇ ھەلبىژاردنەكانى  
سى جۆرە گۆشتەكە.

3. ئەو ژەمانەى كەپىكدەھىنرئ كامانەن؟ ژمارەيان چەندە؟

4. خواردنگەكە ئىستا پىازى برژاو يان سىرى برژاو دەخاتە سەر قاپى گۆشتەكە تۆش ئەمە  
بەخەرەسەر ھىلكارى درەختەكە كە پىگا بە ژماردى ئەم ژەمە خۇراكيپانەى كە ئىستا  
دروستبوون، ئەو ژمارەيە چەندە؟

✓ خالى جاۋدىرى

ھىلكارىەكى درەختى دروستبەكە بۇ نمونەى پىشوو. بەبى گويدانە خستەنپروى خالى چوارەم. بە  
قاپى گۆشت دەستپىكە ۋەك ھەلبىژاردنى يەكەم. ئايا ئەم گۇرپانكارىيە لەپىزكردنى دوو  
ھەلبىژاردنەكە كارى كرده سەر گۇرپانى ئەنجامەكان؟  
وردبوونەۋە لە ھىلكارى درەختى وزانىنى پىگاي دروستكردنى دەبىتە ھۆى پوونكردنەۋەى  
ياساي ژماردى بنەپەتى.

✓ خالى جاۋدىرى

### ياساي بنەپەتى ژماردن Fundamental Counting Principle

ئەگەر  $m$  پىگا بۇ ھەلبىژاردنى يەكەم  $n$  پىگا بۇ ھەلبىژاردنى دوۋەم ھەبىت ئەۋ  $m \times n$  پىگا بۇ  
ھەردوو ھەلبىژاردنەكە بەيەكەۋە ھەيە.

6 ئىۋونە  
دانا ويستى وشەى نەينى تايبەتى چۈونە ناو ئىنتەرنىت ھەلبىژىرئ. ئەم وشەيە پىكدىت لە دوو  
پىت لە پىتەكانى ئەبجەدى ئىنگلىزى بەدوايدا چوار پەنۋوس. دانا دەتوانى چەند وشەى نەينى  
دروستبكات ئەگەر زاننىت كەۋا ناتوانىت پىتى 0 و پەنۋوسى سفر بەكارىھىنئىت؟ (ژمارەى  
پىتەكانى ئەبجەدى ئىنگلىزى 26 پىتە)

شىكار

دانا دەتوانىت ھەرىپىتەك لە نىۋان 25 پىت ھەلبىژىرئ و ھەر پەنۋوسىك لە نىۋان 9 پەنۋوس  
ھەلبىژىرئ. بەجىبەجىكردنى ياساي بنەپەتى ژماردن ئەمەى خوارەۋەمان دەست دەكەۋىت. ;

پىتى پىتى پىتى پىتى پىتى  
يەكەم دوۋەم يەكەم دوۋەم سىيەم چوارەم

ژمارەى وشە ← 25 × 25 × 9 × 9 × 9 × 9  
نەھىنەكان

$$25^2 \times 9^4 = 41\,006\,25$$

جىبەجىكردنەكانى

بژمىر

## نمونە

7 تابلۇ ئۆتۈمبىلەكان پىكىدېن لە سى پىت بەدايدا لە سى رەنوس دىت. ئەگەرى ئەو پىتەكانى تابلۇ ئۆتۈمبىلەكە پىكىدېت لە پىتەكانى يەكەمى ناوى سيانى خۆت بەرپىز ( ژمارە پىتەكانى ئەبجەدى عەرەبى 28 پىتە) چەندە؟  
شېكار  
دانەكانى بۆشايى نمونەكە:

جىھەجىكرەنەكانى

بازرگانی

پىتى يەكەم	پىتى دووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دووم	رەنوسى سىيەم
28	28	28	10	10	10

ژمارە تابلۇكانى لەتوانادايە دەپتە  $28^3 \times 10^3 = 21\,252\,000$  تابلۇ.  
پاشان ژمارە ئەو تابلۇيانە بدۆزەرەوگە مەرجهكە دىننەتەدى.

پىتى يەكەم	پىتى دووم	پىتى سىيەم	رەنوسى يەكەم	رەنوسى دووم	رەنوسى سىيەم
1	1	1	10	10	10

بەمەش ژمارە تابلۇكانى مەرجهكە دىننەدى برىتىن لە  $10^3 = 1\,000$  تابلۇ.  
ئەگەرى ئەو پىتەكانى تابلۇ ئۆتۈمبىلەكە پىكىدېت لە پىتەكانى يەكەمى ناوى سيانىت بەرپىز برىتتيە لە:  $0.000045 = \frac{1000}{21\,952\,000}$  واتە 45 لە مليونىك.

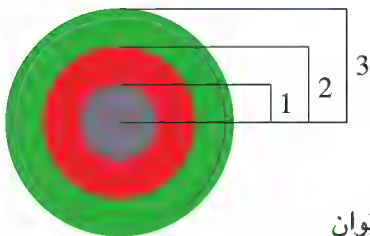
## راھىنان

### بەردەوامبون لە بىر كاریدا

- 1 سى نمونە لەسەر پرووداويك بەيئەو كە ئەنجامەكانيان وەك يەك نەبن.
- 2 ئەگەرى تيورى وئەگەرى تاقىكرەنەو لە چىدا لىكەچن؟ لە چىدا جياوازن؟
- 3 چۆن پروبەرەكان بەكار دەھيئىت بۆ ھەژماركردى ئەگەرەكان؟
- 4 چۆن ھىلكارى درەختى يارمەتيت دەدات بۆ تيگەيشتنى ياساى ژماردى بنەپەتى؟

### راھىنانى ئاراستە كراو

- 5 دارا گۆيەكى شوشەيى لە تورەگەيەك پاكىشا كە 5 گۆى شين و 3 گۆى سوور و يەك گۆى سىيى تىدايە. ئەگەرى ئەو كە گۆى پاكىشراو سوور بىت چەندە؟
- 6 پىژىن تىرىكى گرتە تابلۇيەكى تەختەي رەنگراوى ھەلواسراو لە سەر ديوارىك. ئەگەرى ئەو بدۆزەو كەتيرەكە لەناوچەي بازەنە بچووكەكە بچەقەت؟
- 7 ئاكام پۇژانە سەيرى پۇستى ئەليكترونىەكەي دەكات لە نىوان كاتژمىر ھەوت و كاتژمىر ھەشتى بەيانى. ئەگەرى ئەو كە كارە لە نىوان 7:30 و 7:45 ئەنجام بدات چەندە؟



8 پوهن ویستی وشه نهېنیه تاییه تییه که ی هه لېژېریت بوچوونه ناو ئینته رنېته وه، نه م وشه پیکدیت له 3 پیت له پیته کانی نه بجه دی ئینگلیزی و سی پهنووسی به دوا پیدا بیت. چهند وشه نهېنی ده توانیت پیکبهنیت، نه گهر بزانی ناتوانیت پیتی O و پهنووسی 0 به کار بهنیت.

## راهینان و جیه جیکردن

توره گه یه 3 پلیتی سپی و دوو پلیتی رهش و 5 پلیتی سووری تیدایه هه موویان هاوشیوهن و زانا پلیتیکی پاکیشا. نه گهری نهو پلیته پاکیشراوه بدوژدوه بو نه وهی.

9 سپی بیت 10 رهش بیت 11 سوور بیت

نه گهر به رده زاریک یه ک جار هه لېدریت نه گهری نه م پروداوانه ی خواره وه بدوژدوه.

12 دستک و تنی ژماره 1 13 دستک و تنی ژماره 4

14 دستک و تنی ژماره ی جووت 15 دستک و تنی ژماره ی تاک.

16 دستک و تنی ژماره ی بچو و کتر له 3 . 17 دستک و تنی ژماره ی گهره تر له 3 .

18 دستک و تنی ژماره ی گهره تر له 6 . 19 دستک و تنی ژماره ی بچو و کتر له 7 .

پاسی گواسته نه وه ده گاته شوینی راوه ستانی ته نیشته مالی دانا له نیوان کاتر میژ هه شت و 5 خوله کی به یانی. نه گهری نه وه ی که دانا سواری پاسه که بیت کاتی گه شته شوینی وه ستان له م کاتانه ی خواره وه دا بدوژدوه.

20 8:04 21 8:02 22 8:01 23 8:03

له دوو پرسپاری 4224 و 25 هیلکاری دره ختی دروستبکه بو نه وه ی بو شایی نمونه ی پرودا وه که پروونبکاته وه.

24 تۆمار کرن له چالاکیه کانی دهره کیه کان (یه ک چالاکی له ههریه که له چه شنه کانی 1,2,3)

وهرزش : توپی پی، توپی سه به ته، توپی سه رمیز.

هونه ر : موسیقا، وینه.

یانه : زانست، بیرکاری

25 ئاره زو وه کان (خولیاکان) (ئاره زوویه که له ههریه که له دوو چه شنی A ، B)

له ناوما ل : خویندنه وه، سه یرکردنی ته له فزیون، گوگرتن له موسیقا.

له دهره وه ی مال : راکردن، گه شتکردن، چوونه یانه.

ژماره ی وشه نهېنیه کان که ده توانیت پیکبهنیت به به کارهینانی هه موو پیته کانی نه بجه دی ئینگلیزی و هه موو پهنووسه کان له ههریه که له م بارانه ی خواره وه دیاریبکه.

26 دوو پهنووس به دوا پیدا سی پیت و به دوا ی نه وانه یه که پهنووس بیت.

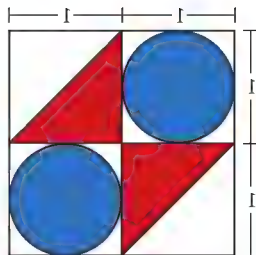
27 سی پهنووس به دوا پیدا دوو پیت و به دوا ی نه وان یه که پهنووس بیت.

28 سی پیتی جیاواز به دوا پیدا سی پهنووسی جیاواز بیت.

29 دوو پیت به دوا پیدا چوار پهنووس بیت.



**ئەندازە** كامەران تىرىكى ھەلدا بۇ سەر تابلۇيەكى تەختەيى رەنگىراۋ كەلەم  
ۋىنەيەدا پوونىراۋەتەۋە. ئەگەرى ھەريەك لەم پووداۋانە ھەژمىرىكە.



30 تىرەكە ناۋچەيەكى بازىنەيى بېيىكىت.

31 تىرەكە يەككىك لە دوو سىگۇشە سوورەكە بېيىكىت.

32 تىرەكە يەككىك لە دوو سىگۇشە سىيەكە بېيىكىت.

33 تىرەكە ناۋچەيەكى سىيى بېيىكىت.

**دېمۇگرافىيا** ئەم خىشتەيەي خوارەۋە چەند خويىندىكارىكى تۆمارىراۋ لە يەككىك لە كۆلىژەكانى  
زانكۆيەك بە پىيى تەمەن و رەگەزىيان پىشانىدەدات.

تەمەن	ھاتوۋەكان	ھاۋلاتى
14 - 17	83	93
18 - 19	1 224	1 416
20 - 21	1 294	1 414
22 - 24	1 260	1 263
25 - 29	950	1 058
30 - 34	661	811
35 و سەروتىر	955	1 824

راگرى كۆلىژ ھەستا بە ھەلپزاردنى يەككىك لە تۆمارىراۋەكان. ئەگەرى ئەۋەي تەمەنى ئەۋ كەسە  
لە يەككىك لەم چەشنانە بىت چەندە؟

34 18 - 24 35 25 - 29 36 30 - 34 37 30 بەرەۋژوور

38 **ئاسايش** يەككىك لە پىسپۇرەكانى ئاسايش ويىتى كىلىيىك دروستىكات بۆيەككىك لە

سىستەمەكانى ئاسايش ئەم كىلىلە لە سى پىت پىكىدەيت  $A, B, C$  لە توانادايە ھەريەككىك لەم  
پىتانە زياتر لە جارىك دوبارەبىيىتەۋە، ئەۋ پىسپۇرە ويىتى ئەگەرى سەركەۋتنى ھەۋلەكانى  
كردنەۋەي كىلىلەكە لە 0.001 كەمتر بىت، كەمترىن ژمارەي پىتەكانى ئەۋ كىلىلە دەگاتە  
چەند؟

## روانين بۆدواوه

بىلەى ھەريەك لەم ۋادەدارانە چەندە؟

$$x + 3x^5$$

40

$$x^3 + 4x^5 - 6x^2 + x - 10$$

39

ھەريەك لەم ھاوكىشە و لاسەنگەيە شيكارىكە.

$$x^2 - 3x + 2 > 0$$

42

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0$$

41

پيشەسازكارىك وايدانا نەخشەى  $C(x) = 0.1x^2 + 5x + 40$  نمونەيەك بۆ تىچوونى كالاكانى پىكدەھىتت. ھىماى  $x$  لەم نەخشەيدا ئامازەيە بۆ ژمارەى يەكەكانى بەرھەم ھىنان و ھىماى  $C$  بۆ تىچوونى بەرھەمەكەيە. تىچوونى بەرھەمەھىنانى 10 كالا چەندە؟ لەبارىكى تردا پيشەسازكارەكە بىرياريدا بەرھەمەكە بفرۆشيت بە 60 ھەزار دىنار بۆ ھەر دانەيەك. دەبىت چەند ژمارە لەو كالايانە بفرۆشيت بۆ ئەوھى گەرەترين قازانجى دەستبەھىت؟

43

جىبەجىكرەنەكانى

نابوورى

## روانين بۆپيشەوھ

سامان ويستى دوو پىت لەم پىتانە ھەلبژيړت  $A, B, C, D, E$  ژمارەى شيكارەكانى لە توانادا چەندە؟ ئەگەر سامان گرنكى بدات بە پىزكردن لەكاتى پاكىشان ( شيكارى  $A, B$  وەك شيكارى  $A, B$  نىه). ئەگەر سامان بايەخ نەدات بەپىزكردن ( ھەردوو شيكارى  $A, B$  و  $B, A$  ھەمان شيكارە).

44

# گۆرپنەكان و رېزكردنەكان

## Permutations and Arrangements



بۇچى  
ئىزدەدا زۇر بار ھەيە بايەخ  
ئەدات يە رېكخستنى ژمارەيەك  
لەدانە ديارىكراوەكانى كۆمەلەيەك  
يە شىئوھەكى رېزكراو



### ئامانجەكان

• شىكاركردنى ئەو

پرسىارانەي كە پىويستى بە

گۆرپنەكان ھەيە. و

ديارىكردنى ژمارەي

گۆرپنەكانى كۆمەلەيەك كە

لە  $n$  دانە پىكھاتوو

دياردەكات.

• شىكاركردنى ئەو

پرسىارانەي كە پىويستىيان بە

رېزكردن ھەيە وديارىكردنى

ھەموو رېزكراوەكانى  $m$

دانەيە لە  $n$ .

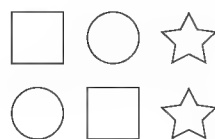
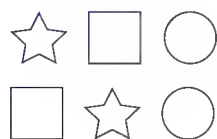
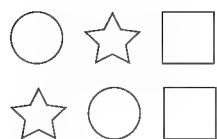
ئەرنۆل شوينبرگ مۇسقىيەكى داھىئا كە لە 12 ئاواز پىكھاتوو. پىويستە ھەر نۆتەيەك لە نۆتەكانى پەيژەي مۇسقىي بە لايەنى كەمەوۈ يەك جار بەكارپىت، پىش لەرىنەوۈى ھەر يەككىيان. بەھەر كۆمەلەيەك لە 12 ئاوازكە دەوترىت ئاوازە دىر Tone Row. چەند ئاوازە دىرى جياواز دەتوانىت بنووسى؟

### Permutations

### گۆرپنەكان

گۆرپن رېكخستنى ژمارەيەك شتە لە رېزكردنىكى ديارىكراودا.

ھەموو گۆرپنەكانى ئەم شتانە بكيشە  
شىكار



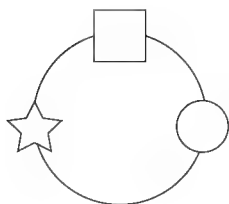
### نمونە

1

دەتوانىت شتەكان لە سەر ھىللىك رېكخەيت وەك نمونەكەي پيشوو.

و دەتوانىت رېكيان بخەيت لەسەر بازنەيەك وەك ئەم وینەيە.

رېكخستنى شتەكان لە بارى يەكەمدا گۆرپنىكى ھىللىيە و لەبارى دووھمدا گۆرپنىكى بازنەيە.



## نمونە

شىكارىدىن پىرسىيارەكان

دروستىكرىنى لىستى پىكخراو: ئەم خىشتى خوارەو ھەموو ئەو گۆپىنەنى لە تۈۋاندايە بۇ پىتە لاتىنەكان  $A, B, C, D$  پوۋندەكاتەو چۆن ياساى ژماردىن بىنچىنە بەكارىدىن بۇ دۆزىنەو ھى ژمارەى ئەم گۆپىنە؟

$DABC$	$CABD$	$BACD$	$ABCD$
$DACB$	$CADB$	$BADC$	$ABDC$
$DBAC$	$CBAD$	$BCAD$	$ACBD$
$DBCA$	$CBDA$	$BCDA$	$ACDB$
$DCAB$	$CDAB$	$BDAC$	$ADBC$
$DCBA$	$CDBA$	$BDCA$	$ADCB$

شىكار

دەتۋانىت ژمارەى ئەو گۆپىنە دىارىبىكەيت بە بەكارىنەنى ياساى بىنەپتى ژماردىن ۋەك لە خوارەو پوۋنكرۋەتەو

دەتۋانىت پىتى چارەم  
ھەلپىزىت لە

1

دەتۋانىت پىتى سىيەم  
ھەلپىزىت لە

2

دەتۋانىت پىتى دوۋەم  
ھەلپىزىت لە

3

دەتۋانىت پىتى يەكەم  
ھەلپىزىت لە

4

ژمارەى گۆپىنەكان بىرىتىيە لە  $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  گۆپىن.

بۇ دەرىپىنكى پوختە بۇ ئەم لىكەنە ئەمە:  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$  بەكارىنە

لىكەراۋى  $n$  factorial

ئەگەر  $n$  ژمارەيەكى تەۋاۋى نا سالىب بىت. ئەۋا لىكەراۋى  $n$  بە  $n!$  دەنۋوسىت ۋەدەكاتە:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{كە } n = 0 \\ 1 \times 2 \times \dots \times n & \text{كە } n > 0 \end{cases}$$

## نمونە

پاستى ۋ دۆستى ۋ پەۋەز بەشدارىانكرە لە يارى بازىدانا، بۆشايى نمونە بۇ ئەم يارىيە دىارىبىكە؟ ژمارەيان چەندە؟ ئەگەرى ئەۋەى پەۋەز يەكەم بىت چەندە؟

شىكار

ئەۋ ئەنجامەمەى لە تۈۋاندايە لەم يارىيەدا:

پەۋەز	پەۋەز	دۆستى	دۆستى	پاستى	پاستى	يەكەم
دۆستى	پاستى	پەۋەز	پاستى	پەۋەز	دۆستى	دوۋەم
پاستى	دۆستى	پاستى	پەۋەز	دۆستى	پەۋەز	سىيەم

ژمارەى ئەنجامەكانى لەتۈۋاندايە دەكاتە 6.

ژمارەى ئەۋ ئەنجامەمەى كە پاسادانى پوۋداۋەكە دەكات (پەۋەز يەكەم بىت) دوۋە. ئەگەرى

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333 = 33.33\% \quad \text{ئەۋەى كە پەۋەز يەكەم بىت}$$

دەتۋانىت چەند ژمارەى 4 پەۋەزى پىكپەننىت بە بەكارىنەنى پەۋەزەكانى 1، 2، 3، 4 بەبى ھەۋلەدە دوۋبارەۋەنەۋە؟ ئەۋ ژمارانە بىۋەسە.



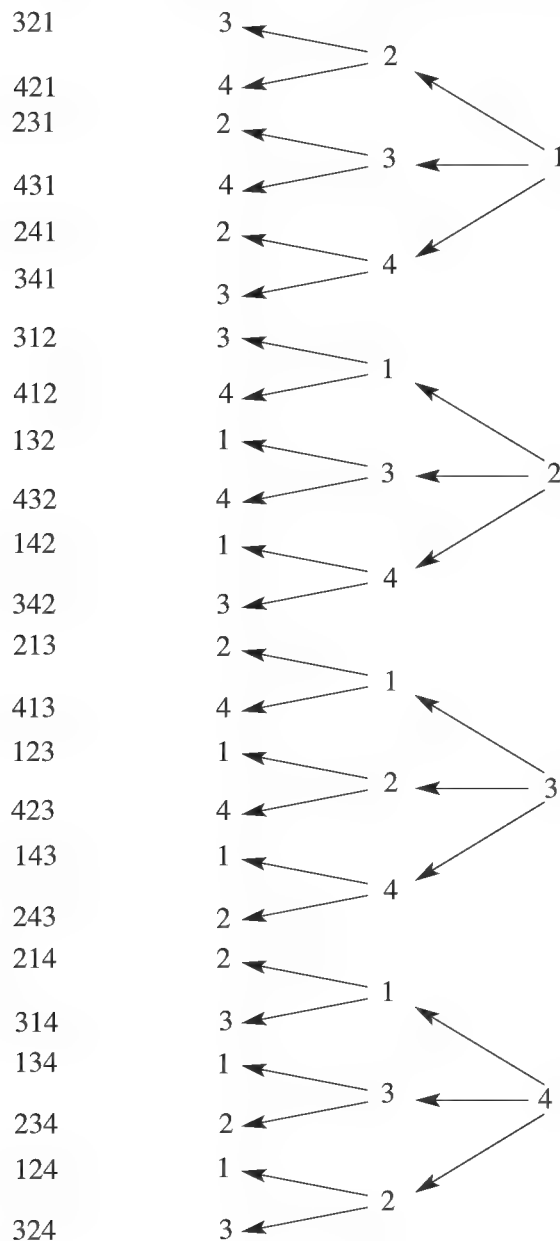
## نمونه

4 ده‌توانیت چند ژماره‌ی 3 په‌نوسی پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یانی په‌نوسه‌کانی 1، 2، 3، 4 به‌بی دو‌باره‌بوونه‌وه؟ نه‌و ژمارانه بنوسه؟

شیکار

هیلکاری درختی به‌کاره‌یینه. نه‌م هیلکاریه درختیه‌ی خواره‌وه هم‌وو نه‌و هیلژاردنانه‌ی که له توانادا هیه پرونده‌کاته‌وه بو هیلژاردنی په‌نوسی یه‌کان له دوایدا په‌نوسی ده‌یان، پاشان په‌نوسی سه‌دان. و هه‌روه‌ها ژماره‌کش دیاریده‌کات له‌هه‌ر باریکه‌دا. ده‌توانی 24 ژماره پیکه‌بختیت که له 3 په‌نوس پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یانی په‌نوسه‌کانی 1، 2، 3، 4، به‌بی دو‌باره‌بوونه‌وه

په‌نوسی یه‌کان په‌نوسی ده‌یان په‌نوسی سه‌دان ژماره



هه‌ولیده ده‌توانیت چند ژماره‌ی 4 په‌نوسی پیکه‌بختیت به‌به‌کاره‌یانی په‌نوسی 1، 2، 3، 4، 5، به‌بی دو‌باره‌بوونه‌وه؟

ئەوھى پىي ھەلسايت لە نموونەى پىشوو دەتوانىن بلىين 3 رەنووست پىكخست لە 4 رەنوووسەكانى 1, 2, 3, 4 ئەوھى تۆ دەستكەوت برىتييه لە رىزكردنەكانى 3 شت لە 4 شتى بنەرەتى، بۆ دەستكەوتنى ژمارەى ئەم رىزكردنە ياساى ژماردنى بنەرەتى بەكاربىنە.

دەتوانرى رەنوووسى سەدان ھەلبىزرى لە	دەتوانرى رەنوووسى دەيان ھەلبىزرى لە	دەتوانرى رەنوووسى يەكان ھەلبىزرى لە
2	3	4

بەمەش ژمارەى رىزكردنەكان دەبىتە  $4 \times 3 \times 2 = 24$ .



باوكى ئالان 10 C.D موسىقاى

بە ديارى داىە كورەكەى. ئالان ويستى گوى لە سيانيان بگريت يەك لەدواى يەك. ئايا ئالان چەند ھەلبىزاردنى ھەيە؟  
شيكار

ئالان دەتوانى پەپكى يەكەم ھەلبىزريت لە 10 پەپك، دووھم لە 9 پەپك، و سىيەم لە 8 پەپك. ئەگەر ئالان ياساى ژماردنى بنەرەتى بەكاربەھينىت دەبينىت كە:  $10 \times 9 \times 8 = 720$  ھەلبىزاردنى ھەيە.

## نمونە

جىيەجىكردنەكانى

موسىقا

ھەولبەدە شىرزاد 5 پۆمانى كرى بۆ ئەوھى سيانيان بخوينتەوھ يەك بەدواى يەك لە پشوى ھاويندا. شىرزاد بەچەند پىگا دەتوانىت ئەم كارە ئەنجام بدات؟

ژمارەى رىزكردنەكانى  $r$  شت لە  $n$  شتى بنەرەتى Arrangements of  $n$  Objects Taken  $r$  at a Times

ژمارەى رىزكردنەكانى  $r$  شت لە  $n$  شتى بنەرەتى كاتى  $r \leq n$  برىتييه لە  $P(n, r) = {}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

شىلان ويستى 4 پەرتوك لە كتيپخانەكەيدا دابنى كە لە 10 رەفە پىكھاتبوو بەمەرجىك لە يەك كتيب زياتر لە رەفەيەكدا دانەنىت. شىلان بە چەند پىگا دەتوانىت ئەم كارە ئەنجام بدات.  
شيكار

پرسىارەكە دەگەرپىتەوھ بۆ رىزكردنى 4 رەفە لە بنەرەتى 10. شىلان رەفەى يەكەم لە 10، و دووھم لە 9، و سىيەم لە 8، و چوارەم لە 7 ھەلدەبىزريت بەمەش ژمارەى پىگاكان دەبىتە  $10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$ .

## نمونە

ھەولبەدە ئاكام 8 قوتوى رەنوووسكراو و 5 گوى رەنگاوپەنگى جياوازی ھەيە. ويستى گويەكان بخاتە ناو چەند قوتوويەكەوھ بەمەرجىك لە گويەك زياتر لە قوتوويەكدا نەبىت. چەند پىگاي ھەيە؟

## Circular Permutations

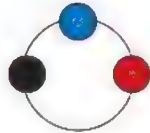
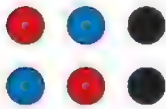
## گۆرپنەكانى بازنەيى

لە باخچەكەى پووناكدا 3 كورسى ھەيە: شين و سوور و رەش. پووناك ويستى ئەو كورسىيانە بەرپز لە دەورى ميژىكى بازنەيى دابنى چەند پىگاي ھەيە؟ ژمارەيان چەندە؟

## نمونە

## شیکار

ئەگەر سەرنجى گۆرپنە ھېلىيەكانى سى كورسپەكە بدەيت ئەمەى خوارەوت دەستدەكەوت



تېبىنى بىكە گۆرپنە ھېلىيەكان لە رېزى يەكەمدا ( شىن، سوور، پەش ) يەك گۆرپنى بازنەىى پىكەئناوہ. و گۆرپنەكان لە رېزى دووہم ( شىن، پەش، سوور ) يەك گۆرپنى بازنەىى پىكەئناوہ. كەواتە پووناك دوو رېگای ھەيە بۆ دانانى كورسپەكان بە دەورى مېزەكەدا.

ھەولبەدە چەند رېگات ھەيە بۆ رېزىکردنى 4 جۆر لە خواردنى سورەوہكراو لە قاپىكى بازنەيىدا؟

## راھىنەكان

### بەردەوامبوون لەبىر كارىدا

- 1 چۆن ياساى بنەرەتى ژماردن يارمەتيت دەدات بۆ ديارىکردنى ژمارەى گۆرپنەكان بۆ چوار شت؟
- 2 چۆن ياساى ژماردن بنەرەتى يارمەتى دەدات بۆ ديارىکردنى ژمارەى رېزىکردنەكانى چوار شت لە بنەرەتى پىنج شت؟

### راھىنانى ئاراستە كراو

- 3 چەند ژمارە دەتوانى بنووسى بەبەكارھىنانى شەش رەنوس بەبى دووبارەبونەوہ؟
- 4 چەند رېگات ھەيە بۆ بىننى 3 شرىتى قىدىو يەك بەدواى يەك لە بنەرەتى ھەوت شرىت؟
- 5 چەند رېگا ھەيە بۆ دانشتنى 12 كەس دابنىشيت بەدەورى مېزىكى بازنەىى بۆ خواردنى نانى ئىوارە.

ھەژمىرىكە

- |                                  |                                  |                               |                              |
|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 9 $(6-4)!$                       | 8 $(7-5)!$                       | 7 $6! - 4!$                   | 6 $7! - 5$                   |
| 13 $\frac{3! \times (7-2)!}{0!}$ | 12 $\frac{0! \times 5!}{(4-1)!}$ | 11 $\frac{10!}{4! \times 6!}$ | 10 $\frac{8!}{5! \times 3!}$ |

### راھىنان و جىبەجىکردن

ناز 8 رەنوسى ھەيە دەتوانىت، چەند ژمارە پىكەئىننىت بە، بەكارھىنانى رەنوسەكان بەبى دووبارەبونەوہ لەم بارانەى خوارەوہدا.



- |               |                 |               |
|---------------|-----------------|---------------|
| 14 لە 5 رەنوس | 15 لە 3 رەنوس   | 16 لە 4 رەنوس |
| 17 لە 6 رەنوس | 18 لە يەك رەنوس | 19 لە 8 رەنوس |


كارگىرى دەزگاكان يەككە لە كۆمپانىاكان پىشوازى لە 8 كارمەندى تازەكرد. ژمارەى رېگاكانى دابەشكردنىان بەسەر پۆستەبەتالەكان ديارىبەكە لە ھەر بارىك لەم بارانەدا:

## جىبەجىکردنەكان

X<Ä15  X<Ä10  X<Ä9  X<Ä8 

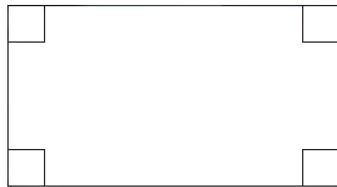
v| | ① ñAM ψ! g| | ② ÈUWÈVKEÇ ñB 7 v| | ÈVKEÇ v| | ñOÈä   
 ÈOäqñu WUUtñbVZ ÄVWU


7M ψqñpoe Wñu, vi lè bWñe Wp| bWñe ñu v| | ÈÈOä lè WpOAV   
 ñWÈd<l'.os i e ñOAVKk' MA bVZ ÈAVOYÄÈ.ñu, ÄS'UJÄ" Èü.ñ  
 øÈVÈU.ñUÈöw! .bVZ ÈU.ñu, ÀEONñAM U d+vi lè ÄVÈü.ñoe  
 Ä d+8 Wb U1 vi lè ÄVÈü.ñu+ ψ! X<ÈroëKO v| | ③ ñV v| | ÈñOñ   
 ÄVÈü.ñv<ÈAMVÈü u WUÈUñbVZ ÈUñeWÄM3 Woe ÈVñVZ


WUUtñE.ñu, Ä d.oÈü vi lè ñA vi lè ÄVÄ vi UOñAM bVZ ñB rE' .: "W  ÈOw  
 JNÄÄM ONñAMV OÈU.ÈñB ÈVñOöVZ ÄV, Wö bVZ Èd<l'.os ψqñpoe  
 ÄE B, C, D, E, F

ö°MÄ  öÄÄ  ôñÇ  VñU<   
 .bVZ Èlè Èd vi lè Vñe qñÈ.ñu, ÄOäqñu Woe ÈUñbÄVZVÖ7 ' 'ñÈ   
 øÄM<ÄÈöÄM® 

## ÈÈod5i<ñ



v| | Wö v| | Ouñe VñÄVUÖ ÈÄUWÈVÄW   
 v| | ÈÄE6cm ÈVWUÄ48cm ÈVñqñuWU  
 ñAMVÖ.Èe.ÈñA VñUStÈroèi vèVñuè  
 W, Èâ! ÈÄLÖKÇ4 vñdWÄ ñWÄö È.ÜÄ  
 Èqñe VñMÄü ÈÄMö qñe VñWñAñKÇ  
 È.ÈÄU 'XO bVZ XO.os ÄLÖKÇ ÈVÈdö  
 øOwÈ.ñUÄs| d'.rÈOÄVÈuè  

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ 3x - y = -11 \end{cases}$$
 pÄMñeöZ qñV ñUÄ Vñ.ÈVÄVÄGÈUÈÈöÄV   
 Wv WÈVÄGÈUÈÄVÄGÈUWV

## ÈÄÄU5i<ñ

bVZ ñAMÈq ÄWöVñB ÈñM| ñoe ÈUñbÄVÄ' v| | ③ WñU6   
 øOñg ÄXO<l'.os Vñe bVZ ÄS'UJÄWUÈöV, WñUèñWÄVñUè





نامانجهکان

- ئەو پرسپارانە شیکار دەکات  
کە گونجینی تێدا یە. هەموو  
گونجینهکانی  $r$  دانە لە  $n$   
دانە دیاری دەکات.
- ئەو پرسپارانە شیکاردەکات  
کە پەڕەبەندی نیوان گۆڕین و  
گونجینی تێدا یە.



بۆچی  
گونجینهکان رۆلێکی گرنکی  
هەبێت لە ژياندا بۆ نموونە  
دەدات بە هەژمارکردنی ژمارە  
تێپەڕێکی پێکدێت لە 3  
خوێندکارەکانی پۆلی دەیهەم

لەبەرت بێت کە پێزکردن بریتی یە لە پێکخستنی  $r$  شت لە بنه‌په‌تی  $n$  شت لە پێزکردنێکی  
دیاریکراودا. ئەگەر لە پێکخستنه‌که‌دا هیچ گرنکیه‌ک نەدرا بە پێزکردن. ئەوێ دەستمان دەکەوێت  
پێی دەلێین گونجین. گونجینی  $r$  دانە لە بنه‌په‌تی  $n$  دانە بریتی یە لە کۆمه‌له‌یه‌ک کە پێکدێت لە  $r$   
دانە لە بنه‌په‌تی  $n$  دانە.

ئەگەر ئەم ژمارانه‌ت هەبێت، 1، 2، 3، 4، 5، ژماره‌کانی 2، 3، 5 گونجینی 3 دانە لە بنه‌په‌تی  
5 دانە پێکدێنێت. سەرنبه‌ده‌ کە ژماره‌کانی 3، 2، 5 هەمان گونجین پێکدێنێت بە پێچه‌وانه‌ی  
پێزکردنه‌که‌وه‌.

یان هه‌یه‌کی وهرزشی هه‌لبژاردنێکی نه‌یانی سازدا بو هه‌لبژاردنی لیژنه‌یه‌کی کارگێڕی کە پێکدێت لە  
سه‌رۆک و یاریده‌ده‌ری سه‌رۆک و پازگەر و به‌رپرسی دارایی و به‌رپرسی پەڕه‌بەندییه‌کان. لە نیوان 7  
پاڵپۆراودا. بۆ وەرگرته‌ی لیژنه‌ی کارگێڕی یانه‌که‌، چەند لیژنه‌ ده‌توانی پێکبه‌یتریت؟

1 نموونه

جیه‌یه‌که‌ نه‌کانی

وهرزش

هه‌لبژاردنی به‌رپرسی په‌ڕه‌بەندییه‌کان له	هه‌لبژاردنی به‌رپرسی دارایی له	هه‌لبژاردنی پازگەر له	هه‌لبژاردنی یاریده‌ده‌ری سه‌رۆک له	هه‌لبژاردنی سه‌رۆک له
3	4	5	6	7

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{7!}{2!} = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$$

یان هه‌یه‌کی وهرزشییه‌که‌ پێگای هه‌لبژاردنی لیژنه‌ی کارگێڕی به‌مه‌رجێک هه‌ر ئەندامێک له  
ئەندامه‌کان بۆی هەبێت 5 هه‌لبژێراو له‌ حه‌وت هه‌لبژێری، بۆ دروستبوونی لیژنه‌ی کارگێڕی بۆ  
دیاریکردنی کاری هه‌ریه‌که‌یان، بۆئەوه‌ی ئەندامانی لیژنه‌ هه‌لبژێراوه‌که‌ خۆیان کاره‌کان  
دابه‌شکەن.

2 نموونه

- ا) بەچەند رېگا دەتوانرى پېنچ ئەندامە ھەلېزىراۋەكە لەنېوان خۇياندا كارەكانيان دابەشكەن؟  
 ب) چەند لىژنە سەرپەرشتى ئەندامەكان دەتوانن پىكىبھېنن بەرپىگى ھەلېزاردنە تازەكە.

شىكار

- ا) ژمارەى رېگاكان برىتېيە لە ژمارەى گۆرپنەكانى كۆمەلەى 5 دانەبىيەكە كە دەكاتە  
 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5! = 120$   
 ب) ياساى ژماردنى بنەرەتى بەكاربېنە  
 ژمارەى لىژنە پىكھاتەكان = ژمارەى لىژنە ھەلېزىراۋەكان  $\times$  ژمارەى گۆرپنەكانى ھەموو  
 لىژنەكە  $2520 =$  ژمارەى لىژنە ھەلېزىراۋەكان  $120 \times$   
 ژمارەى لىژنەكان كەدەتوانن ھەلېزىراۋەكان.  $\frac{2520}{120} = 21$  واتا 21 لىژنە.

## چالاقى

### Comparing Arrangements and Combinations بەراوردکردنى رىزکردنەكان و گونجىنەكان

- يەككە لە يانەكان يارىيەكى سازکرد لە نېوان ئەندامەكانى بەم شىۋەيەى خوارەو.
- يارىكەر 3 رەنوس لە دە رەنوس (لە 0 تا 9) ھەلەبىزىرئ و لەسەر بۆردەكە دەينوسىت.
  - يارىكەر 3 گۆى رەنوسكر او لە 0 تا 9 لە تورەگەيەك رادەكىشىت يەك لەدوايىەك.
  - بۆ ئەوەى يارىكەرەكە بىباتەو پىۋىستە رەنوسە نووسراۋەكان لەسەر بۆردەكە بەھەمان رىز پاكىشىت.
1. ئارام رەنوسەكانى 1، 4، 8، ى ھەلېزارد يەكەدوايىەك. ئەو ئەنجامانەى كە دەبنە ھۆى بردنەوەى چىن؟
  2. رېكخەرى يارىيەكە رېساكەى گۆرى بۆ ئەوەى يارىكەرەكە بىباتەو مەرجى دانا، ئەوئىش بە راكىشانى سى رەنوسەكە بەبى بايەخدان بەرپىزکردن. ئارام يارىكەى دووبارەكردەو و سوور بوو لەسەر رەنوسەكانى خۆى، ئەو ئەنجامانە چىن كە دەبىتە ھۆى بردنەوەى؟
  3. كام دوو يارى گەورەترىن بەختيان ھەيە بۆ يارىكەرەكە: يەكەم يان دووھم؟ ھۆى وەلامەكەت ديارىبەكە.

✓ خالى چاودىرى

### Combinations of $n$ Objects Taken $r$ at a Time گونجىنى $r$ شت لە بنەرەتى $n$ شت

ژمارەى گونجىنەكانى  $r$  شت لە بنەرەتى  $n$  شت كاتىك  $r \leq n$  برىتېيە لە  $C(n, r) = {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

بەرەنگارى پەيوەندى نېوان  ${}_nP_r$ ،  ${}_nC_r$  چىيە؟

## نمونہ

3

ٹاکام پیوستہ 3 پرداخ له 5 پرداخ هه لېږتړت كه ئاوى ئهم ميوانهى تيدايه: ليمو، سيو، ترى، موز، نهاناس. چهند ريځاي ههيه بو ئهم كرداره؟  
شيكار

جيبه جيكر دنه كانى

بازرگانى

دهتوانى پرداخى يه كه م له 5 پرداخ و دوهم له 4 پرداخ و سيهم له 3 پرداخ هه لېږتړت. به لام هه لېږاردنى ئاوى ليمو و ئاوى موز و ئاوى ترى هيچ جياوازيه كى نيه له هه لېږاردنى ئاوى موز و ئاوى ترى و ئاوى ليمو. واته پزكردن هيچ بايه خيكي نيه ليږدا ئهمه ئوه دهگيه نيت كه ژماره ي ئهو ريځايانه ي له بهر دم ئاكام دايه برتتبه له پزكردنى 3 له 5 دابه شيت له سه رگورپنى 3 شت واته:

$$\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{(5-3)!} \div 3! = \frac{5!}{3! (5-3)!} = 10$$

ههولبد

هزريكي په خنه گرانه

ٹاکام چهند هه لېږاردنى ههيه نه گهر وا پيوست بو 4 پرداخ هه لېږتړت؟  
كاميان گه ورته: ژماره ي پزكردنى 3 له 5 يان ژماره ي گونجینه كانى 3 له 5؟  
له دوو نمونه كه ي پيشو و نه ومان ده سته كه ويټ كه په يوه نديك ههيه له نيوان ژماره ي پزيه تي r شت له بنه پرتى n شت و ژماره ي گونجینه ي r شت له بنه پرتى n شت.

په يوه ندى له نيوان ريزكردنه كان و گونجینه كاندا

Relation Between Arrangements and Combinations

ژماره ي پزكردنه كان r شت له بنه پرتى n شت = ژماره ي گونجینه كانى r شت له بنه پرتى n شت × ژماره ي پزكردنه كان r شت.

## نمونہ

4

له شيكار كردنى پرسيا ريځدا، زور جار پيوستيمان به هه لېږاردنى شيوازيكي گونجاو ده بيت:

ريزكردنه كان يان گونجین.

شيوازيكي گونجاو دياربكه بو ههريه كه له مانه و له دوايدا ژماره كانى هه ژميركه.  
☐ ا چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى سهروك و ياريددهرى سهروك و پارگر له 5 هه لېږتړاو؟  
☐ ب چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى ليژنه يه كى 3 نه دامي له 5 هه لېږتړاو.

شيكار

☐ ا شيوازه كه ليږدا شيوازي پزكردنه كانه. چونكه داواكراو هه لېږاردنى كه سيكه بو سهروك و نهوى تريان بو ياريددهرى سهروك و سيهميان بو پارگر.  $\frac{5!}{(5-3)!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$   
☐ ب شيوازه كه ليږدا شيوازي گونجینه كانه چونكه داواكراو كو مه له يه كه له 3 كهس

$${}_5C_3 = \binom{5}{3} = \frac{5!}{3! (5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

ههولبد

چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى ليژنه يه كى دوو كهسى له نيوان 7 كهسا؟ چهند ريځا ههيه بو هه لېږاردنى سهروك و ياريددهر له نه دامي كانى ليژنه يه كى كه له 7 كهس پي كهاتوه؟

به كار هيئانى گونجینه كان له هه ژمير كردنى نه گهره كان

Using Combinations in Probability

## نمونہ

5

گيلاس دوو گو ي له توره گهيه كه راكيشا 5 گو ي سوور و 3 گو ي شينى تيدابو، نه گهرى نه وى دوو گو راكيشراوه كه سوورين چنده؟

شيكار

ئهم نه گهره يه كسانه به پرتى ژماره ي ئهو بارانه ي كه دوو گو يه راكيشراوه كه سوور بن بو ژماره ي

دانه‌کانی کۆمه‌لەي ئەنجام ( بۆشایی نموونه ) ژمارەي يەكەم ژمارەي گونجینی 2 بۆ 5 و دووهم ژمارەي گونجینی 2 بۆ 8. ژمارەي يەكەم  $C_2 = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$ ، ژمارەي دووهم  ${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$  نەگەري ئەو‌هي دوو گۆيەكە سوور بن.

$$\frac{10}{28} = 0.3571 = 35.71\%$$

هەولبەه نەگەري ئەو‌هي دوو گۆيەكە دوو پەنگي جياواز بن چەندە؟

## راهيان

### بەردەوامبوون لەبەر کاریدا

- 1 جياوازي نيوان ريزکردنه‌كان و گونجینه‌كان پوونبكه‌وه. به‌نموونه‌يه‌ك زياتر پوونبكه‌وه.
- 2 پەيوەندی چيه‌يه له نيوان ريزکردنی 5 له بنه‌په‌تی 7 و گونجینی 5 له بنه‌په‌تی 7؟ ئەو پەيوەندیه بنووسه. و ژمارەي گونجینی 5 له بنه‌په‌تی 7 هه‌ژميربكه‌؟

### راهيانی ئاراسته‌کراو

- 3 چەند پيگا ده‌کړيټ سه‌رۆك و ياريده‌ده‌ري سه‌رۆك و پارزگر له نيوان ئەندامه‌کانی ليژنه‌يه‌کی 6 که‌سي هه‌لبژيردريټ؟
- 4 چەند پيگا ده‌کړيټ 3 په‌رتووک و 4 شريتي مۆسيقا له هاورپييه‌کت که 9 په‌رتووک و 7 شريتي هه‌بټ وەر‌بگري؟

### راهيان و جيه‌جێکردن

ئەمانه هه‌ژميربكه‌:

- |  |   |   |   |
|--|---|---|---|
| ${}_9C_5$ 8  | ${}_{10}C_7$ 7                                    | ${}_8C_4$ 6   | ${}_7C_4$ 5   |
| ${}_{12}C_{12}$ 12                                   | ${}_{15}C_{15}$ 11                                | ${}_{11}C_1$ 10   | ${}_9C_1$ 9   |
| $\frac{{}_{14}C_5 \times {}_9C_7}{{}_{23}C_{12}}$ 16 | $\frac{{}_6C_5 \times {}_{15}C_2}{{}_{21}C_7}$ 15 | $\frac{4!}{3! \times 1!} \times \frac{9!}{4! \times 5!}$ 14 | $\frac{6!}{2! \times 4!} \times \frac{5!}{4! \times 1!}$ 13 |

چەند ليژنه ده‌توانی پيکبه‌يتريټ له هه‌ر يه‌کێک له‌م بارانه‌ي خواره‌وده‌دا.

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 17 3 ئەندام له 5 پاليوراو  | 18 7 ئەندام له 8 پاليوراو  |
| 19 8 ئەندام له 12 پاليوراو | 20 6 ئەندام له 10 پاليوراو |

توره‌گه‌يه‌ك 5 گۆي سپي و 3 گۆي سه‌وزي تي‌دايه نەگه‌ري ئەم پاکیشانانه چين؟

- |                              |   |
|------------------------------|---|
| 21 دوو گۆي جياواز له پەنگدا. | 22 3 گۆ دووانيان سه‌وز و سييه‌م سپي بيټ |
|------------------------------|---|



23 4 گۆ دووانيان سېى و دووانيان سەوز بن 24 5 گۆ سېيان سەوز و دووانيان سېى بىت.

لە پرسىيارى 25-28 پىگاي شىكارى ھەريەك لەم بارانە دىاريبەكە. «پىزکردن يان گونجىن».

25 ھەلبژاردنى 4 پەرتووك بۆ بلاوكردنەو لە بنەپەتى كۆمەلە پەرتووكىك كە ژمارەيان 302 پەرتووكە.

26 ھەلبژاردنى 9 ياريكەر لە 15 ياريكەر بۆ پىكھەينانى تىپىكى سەبەتە.

27 ھەلبژاردنى چوار پالپوراو لە 200 بۆ ھەرگرتنى پاداشت لە 100 ھەزار دىنار و 200 ھەزار دىنار و 500 ھەزار دىنار، و مليۆنىك دىنار.

28 ھەلبژاردنى سەروك و ياريەدەدەرى سەروك بۆ سەنديكايەك كە 100 ئەندامى تىدايە.

29 **پىزىشىكى** لە تويزىنەوہيەكى نەخوشىيەكانى دلدا. يەككە لە تويزەرەوہكان سامپلەكى ھەلبژارد لە 5 كەس لە نيوان 10 كەس كە ھەرزى پاكردنيان ئەنجامدەدا. و 15 كەس ئەم ھەرزىيان نەدەكرد.

جىيەجىكرنەكان

أ ژمارەى ئەو پىكھاتانەى لەتوانادايە چەندە؟

ب ژمارەى ئەو پىكھاتانەى پىكدىت لە 3 كەس لەوانەى ئەو ھەرزى دەكەن چەندە؟

ج ئەگەرى ئەوہى لە نيوان ئەو پىنج پىكھاتانە تەنھا 3 يان ئەم ھەرزى بەكەن چەندە؟



## روانين بۆ دوو

ئەم برانە بە سادەترين شىوہ بنووسە.

$$\frac{2}{x(x-2)} - \frac{x}{x^2-4} \quad 31$$

$$\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} \quad 30$$

ئەم ھاوگىشانە شىكارىكە:

$$\sqrt{x+4} = 2 \quad 32$$

$$\sqrt{x-1} = 3\sqrt{x-2} \quad 33$$

$$\sqrt{-x} = 4\sqrt{-x-2} \quad 34$$

## روانين بۆ پىشەوہ

35 بەمەبەستى ناوانى ئەندامەكانى نوسىنگەى يانەى بروسك. 5 ناو بە تىروپىشك پاكىشرا لە نيوان ناوى 8 پالپوراو كە پىكھاتبوو لە 8 ئەندامى شەرف و 22 ئەندامى كارا.

أ ئەگەرى ئەوہى پىنج ناوہكە ئەندامانى شەرف بن چەندە؟

ب ئەگەرى ئەوہى 4 ناو لە پىنج ناوہكە ئەندامەكانى شەرف بن چەندە؟

ج ئەگەرى ئەوہى لە نيوان پىنج ناوہكە 3 ناويان بەلايەنى كەمەوہ ئەندامانى شەرف بن چەندە؟

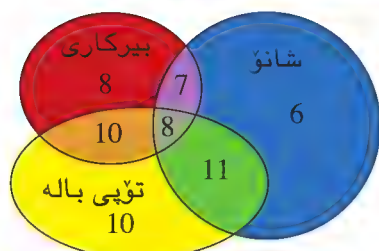
# كۆكرىنەۋەى ئەگەرەكان

## Adding Probabilities



بۇجى

دەتوانىت كىردارى كۆكرىنەۋە  
بەكارىيەننىت بۇ ھەتتىرىكىرىنى ئەگەرى  
پوودانى دوو پووداۋى يان زىاتىر



لە ئامادەىى پىزگاريدا سى جۆر يانە ھەيە. يانەى شانۇ  
لە 32 ئەندام پىكھاتوۋە و يانەى بىركارى لە 33 ئەندام  
پىكھاتوۋە و يانەى تۆپى بالە لە 39 ئەندام پىكھاتوۋە.

ھەندى لە خويىندىكاران سەر بەيانەيەك زىاتىر ھەروەك لەم  
ھىلكارىيەى بەرامبەرت پوونىكراۋەتەۋە بەپۆۋەبەر يەككىك لە

ئەندامەكانى يانەكانى بەشپۆۋەيەكى پەمەكى ھەلپىژارد. ئەگەرى ئەۋەى ئەو خويىندىكارە ئەندام بىت  
بە لايەكى كەمەۋە لە دوو يانە چەندە؟ ھەندى

لە پووداۋەكان جيان ئەگەر يەككىكيان پوويدا ئەۋا ئەۋانى تر پوونادەن. ئەگەر زارىك ھەلپەيدىن  
ئەو دوو پووداۋى (دەستكەۋتنى ژمارەى تاك) و (دەستكەۋتنى ژمارەى جوت) دوو پووداۋى  
جيان.

بەپىچەۋانەى ئەۋە دوو پووداۋى (دەستكەۋتنى ژمارەى جوت) و (دەستكەۋتنى ژمارەى كەمتر  
لە 3) دوو پووداۋى جيانىن چۈنكە دەستكەۋتنى 2 پاسادانى ھەردو پووداۋەكە بەيەكەۋە دەكات.

چالاكى

### Exploring Two-Events Probability دۇزىنەۋەى ئەگەرى پوودانى دوو پووداۋى

لەمەۋدوا پىۋىستىت بە دوو بەردەزارى پەنگاورەنگى جياۋاز دەپىت.

1. خىشتەى خوارەۋە بنوسەۋە پاشان تەۋاۋى بكة. بەھەلانى دوو بەردەزار 10 جار. لەگەل  
ۋەرگرتنى ئەو دوو ژمارەيەى لەسەر ھەردو پوۋى سەرەۋەى دوو بەردەزارەكە دەردەكەۋىت.

ھەلدان	بەردەزارى يەكەم	بەردەزارى دوۋەم	سەرچەم	نەنجامى لىكدان
1				
2				
3				
⋮				

ۋانەى

4

ئامانچەكان

- ئەگەرى دوو پووداۋى جيا ھەژماردەكات.
- ئەگەرى دوو پووداۋى جيانەن ھەژماردەكات.
- ئەگەرى دۋە پووداۋى ھەژماردەكات.

جىيەجىكىرىنەكان

بۇ خۇشى

ج	ب	ا

2. ئەم خىشتەيەي بەرامبەرت تەواۋىكە بەسۈد ۋەرگرتن

لە خىشتەي نىمۇنەي يەكەم ۋە ئەگەرى پۈۋدانى  
ھەر پۈۋداۋىك لەم پۈۋدانە پۈۋنىكەۋە.

ا لەم بارەدا A : «پۈۋداۋىكە ژمارەي 6 لەسەر

پۈۋى زارى يەكەم دەرکەۋىت» و B «پۈۋداۋىكە  
ژمارە 3 لەسەر پۈۋى زارى يەكەم دەرکەۋىت».

ب لەم بارەدا A : «پۈۋداۋىكە. لەسەر پۈۋى زارى يەكەم 6 دەرکەۋىت» و B :

«پۈۋداۋىكە كۆي ژمارەي سەر ھەردوۋ زارەكە 7 بىت».

ج لەم بارەدا A لەسەر پۈۋى زارى يەكەم ئەۋ ژمارەيەي دەرکەۋت بچۈكترە لە 5 و B :

پۈۋداۋىكە (ئەنجامى لىكدانى دوۋ ژمارەي سەر دوۋ زارەكە گەرەتەرە لە 5).

3. بە پشت بەستن بەۋ ئەنجامانەي دەستكەۋتوۋە ئايا  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  ؟

لە چ بارىكدا ئەم پەيۋەندىە راستە؟

خالى چاۋدىرى ✓

بۇ ئەۋەي زياتر ھەستەكەيت بە ئاشكرايى جياۋازى نىۋان پۈۋداۋە جياكان و پۈۋداۋە ناجياكان  
سەرەنجى ئەمانەي خوارەۋە بە.

دوۋ پۈۋداۋى ناجيا

A = دەستكەۋتنى ژمارەي جۈۋت

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

C = دەستكەۋتنى ژمارە 4

$$P(C) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{6}, A \cap B \neq \emptyset$$

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6}$$

لەبەرئەۋەي دوۋ پۈۋداۋەكە جيانين پۈۋىستە  
ئەگەرى پۈۋداۋى  $A \cap C$  لە كۆي ئەگەرى دوۋ  
پۈۋداۋەكە دەرکەين.

$$P(A \cup C) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

دوۋ پۈۋداۋى جيا

A = دەستكەۋتنى ژمارەي جۈۋت

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

B = دەستكەۋتنى ژمارە 3

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cap B) = 0 \text{ و } A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6}$$

لەبەرئەۋەي دوۋ پۈۋداۋەكە جيان. ئەگەرى  
پۈۋداۋى  $A \cup B$  يەكسانە بە كۆي ئەگەرى  
ھەردوۋ پۈۋداۋەكە

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Probability of A or B

ئەگەرى پۈۋداۋى A يان B

A, B دوۋ پۈۋداۋى ھەمان تاقىكرەنەۋەي پەمەكين

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

ئەگەر A و B جياپن ئەۋا:

$$P(A \text{ يان } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ئەگەر A و B جيانەبن ئەۋا:

كام لە دوۋ پۈۋداۋەي پۈۋىشۈۋ بۇ ھەموۋ بارەكان بەكار دىت؟ ۋە لامەكەت پۈۋنىكەۋە.

خالى چاۋدىرى ✓

## نمونہ

### جیٹھ جیکر دے

نامار

سہرجہم	می	نیر	
27	9	18	لہگہل
37	25	12	دژ
36	16	20	بی پرا
100	50	50	سہرجہم

لہ پاپرسیہ کدا بۆ پای گشتی لہباری  
نوئکردنہ وہی شیوازہ پەروردہ بیہکان. نمونہ یه  
که له 100 هاوالاتی پیکهاتبون  
پرسیاریان ئاراستهکرا. ئەم خستەیهی  
بهرامبهرت ئەنجامی ئەم پاپرسییه پووندهکاتهوه

یه کێک لهوانه ی پاپرسییه که یان ئاراستهکردبوو وبه شیوهیهکی ههپهههکی ههلبژێرا. ئەگهری  
ئەوهی ئەو هاوالاتیه دژی نوئخوازی بیته یان هیچ رایهکی نه بیته چهنده؟  
شیکار

ههردوو پووداوی ( دژ ) و ( بیپرا ) دوو پووداوی جیان. لیژدها ئەوهی ههمانه

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{37}{100} + \frac{36}{100} = \frac{73}{100} = 73\%$$

## نمونہ

ئەگهری ئەوهی ئەو کەسە ههلبژێراوه به ههپهههکی نیڕبیته یان لهوانه بیته که دژی نوئخوازی  
بیته چهنده؟

شیکار

ههردوو پووداوی ( نیڕ ) و ( دژ ) دوو پووداوی جیانین

$$P(\text{نیڕ و دژ}) = P(\text{نیڕ}) + P(\text{دژ}) - P(\text{نیڕ یان دژ})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{50}{100} + \frac{37}{100} - \frac{12}{100} = \frac{75}{100} = 75\%$$

ههولبده ئەگهری ئەوهی ئەو کەسە ههلبژێراوه به ههپهههکی می بیته یان لهوانه بیته که (بیپرا)ن چهنده؟

### Probability of an Event

### دژه پوودا

ئەگەر بگهپینهوه بۆ نمونەکهی پیشوو. دوو پووداوی ( دژ ) و ( لهگهل یان بیپرا ) تهنه دوو  
پووداوی جیانین. بهلکو پوونهدانی یهکیکیان واته پوودانی ئەوهی تریان لهه بارهه  
ههیهکیکیان دژی ئەوهی تریانە Complement. بهشیوهیهکی گشتی: دهلیته پووداوی B دژی  
پووداوی A دهبیته کاتیک دوو پووداوهکه جیان ویهکیکیان به دلناییهوه پوودات.

ئەگهری دژه (تهواوکهری) پوودا Probability of the Complement

ئەگەر پووداوی B دژه پووداوی A بیته ئەوا.

$$P(A) = 1 - P(B) \quad P(B) = 1 - P(A) \quad P(A) + P(B) = 1$$

بیرکردنەوهی پەخنەگرانە ئەو هۆیه چیه که ریگات پێدهدات به نووسینی  $P(A) + P(B) = 1$  کاتیک دوو پووداوی A و B  
تهواوکهری یهکترین.

به گهپانهوه بۆ ئەو پرسیاره که له سهههتای وانهدا باسکرا. ئەگهری ئەوهی ئەو خویندکاره

بهههپهههکی ههلبژێرا ئەندام بیته بهلایهنی کهمهوه له دوو یانهدا چهنده؟

شیکار

پووداوی ( ئەندام له یهک یانهدا ) تهواوکهری پووداوی ( ئەندام بهلایهنی کهمهوه له دوو یانهدا ).

## نمونہ

### جیٹھ جیکر ونهکان

بۆ خوشی



كهواته ( ئەندام تەنیا لەیهك یانە )  $1 - p =$  ( ئەندام لە دوو یانەدا بەلایەکی كەمەوه )  $p$

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{6+8+10}{60} = \frac{36}{60} = 0.6 = 60\%$$

هەولێدە ئهگهري ئهوهي ئهو خويندكارهه به پهمهكي ههلبژێرا ئەندام بێت لە دوو یانەدا چەندە؟

## راھێنان

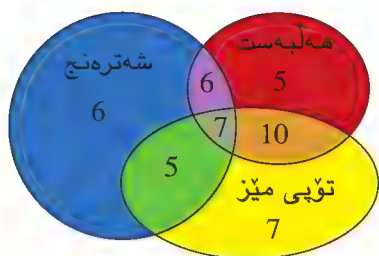
### بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

- 1 نموونهیهك بێنەوه بۆ دوو پرودای جیا، ویهکی تر بۆ دوو پروداكه جیانهبن.
- 2 تهواوكهري پرودای ئەم پروداوه چیه: «دەستكەوتنی 1 یان 2» لە كاتی هەڵدانی بەردەزاریكدا
- 3 چۆن ئهگهري ئەم پروداوه ههژمێردەكەیت: «دەستكەوتنی ژمارهه تاك یان 3» لە هەڵدانی بەردەزاریكدا؟

### راھێنانی ئاراسته کراو

ئەنجامهكانی راپرسی بۆ نوێکردنەوهی شیوازی پەروردهیی بکاربهێنە بۆ شیکارکردنی هەردوو پرسباری 4 و 5.

- 4 ئهگهري ئهوه كەسهی به پهمهكي ههلبژێرا رای ههبێت چەندە؟
- 5 ئهگهري ئهوهي ئهوه كەسهی به هه پهمهكي ههلبژێرا نێر بێت یان لهوانه نه بێت كه له گهڵ نوێخوازی بێت چەندە؟



- 6 له دواناوهنديیهكدا سی یانە ههیه: یانەهێ شەترنج 24 ئەندامی ههیه و یانەهێ تۆپی سهرمیژ 29 ئەندامی ههیه و یانەهێ ههلبهست 28 ئەندامی ههیه، ههندێ له خويندكارهكان سهریه یانەیهك زیاترن. ههروهك لهم هێلکارییهی بهرامبهردا پرونکراوتهوه. بهرپۆهههه ئەندامیکی ئەم یانەهێ به پهمهکی ههلبژارد. ئهگهري ئهوهي ئهو خويندکاره بهلایههێ زۆرهوه ئەندام بێت لە دوو یانەدا چەندە؟

### راھێنان و جێبه جێکردن

ههڵۆ بەردەزاریکی ههڵدا. ئهگهري دهستكەوتنی ئەم پروداوانه چەندە؟

- 7 5 یان 6؟
- 8 1 یان 4؟
- 9 ژمارهه جووت یان 3؟
- 10 ژمارهه تاك یان 2؟
- 11 1 یان ژمارهههك بچوكتەر له 4؟
- 12 6 یان ژمارهههك گهورهتر له 2؟
- 13 ژمارهههك بچگه له یهك؟
- 14 ژمارهههك جووت نه بێت؟
- 15 ژمارهههكی جووت یان تاك؟

(6;1)	(5;1)	(4;1)	(3;1)	(2;1)	(1;1)
(6;2)	(5;2)	(4;2)	(3;2)	(2;2)	(1;2)
(6;3)	(5;3)	(4;3)	(3;3)	(2;3)	(1;3)
(6;4)	(5;4)	(4;4)	(3;4)	(2;4)	(1;4)
(6;5)	(5;5)	(4;5)	(3;5)	(2;5)	(1;5)
(6;6)	(5;6)	(4;6)	(3;6)	(2;6)	(1;6)

ئەم خشتهیه ئەنجامهكانی هەڵدانی دوو بەردەزار پرونده كاتهوه. له پرسباری 16 تا 18 خشتهكه بهكاربهێنە بۆ دیاریکردنی ئهوهي كه دوو پروداوهكه جیان، و بۆ دۆزینهوه ئهگهري پروداوه ئاویتەكه.

### جێبه جێکردنەكان

16 دەستكە وتنى سەرجه مېك يەكسان بېت بە 2 يان دەستكە وتنى سەرجه مېك يەكسان بېت بە 4 .

17 دەستكە وتنى سەرجه مېك گەرە تېرىت لە 2 يان دەستكە وتنى سەرجه مې گەرە تېرىت بېت لە 6 .

18 دەستكە وتنى سەرجه مېك بچوكتېرىت لە 3 يان دەستكە وتنى سەرجه مېك بچوكتېرىت لە 10 .

19 چەند ژمارەى تەواو لە 1 تا 600 ھەيە كە توانای دابەشبوونی ھەيە بەسەر 2 يان 3 دا ؟

ئەگەرئى ئەوئى ئەو ژمارەى كە بە ھەرپەمەكى ھەلېژراو لە نېوان 1 تا 600 و توانای

دابەشبوونی نەيە بەسەر 2 و 3 دا چەندە؟

20 چەند ژمارەى تەواو لە 1 تا 3 500 ھەيە كە توانای دابەشبوونی ھەيە بەسەر 5 يان 7 دا ؟

ئەگەرئى ئەوئى ئەو ژمارەى بە ھەرپەمەكى ھەلېژراو لە نېوان 1 تا 3 500 و توانای

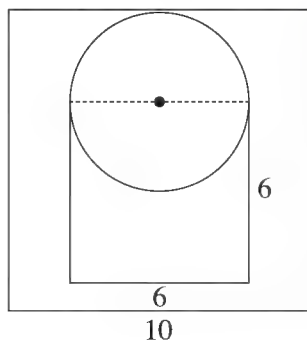
دابەشبوونی نەيە بەسەر 5 و 7 دا چەندە؟

لە پرسیارى 21-26 ئەگەرئى تەواو كەرى پووداوى ھەريەك لەم ئەگەرئەى خوارەو بەدۆزەو .

21  $\frac{1}{3}$  22  $\frac{4}{11}$  23 0.782

24 0.324 25 0 26 1

ئەندازە ئالان تیرەكەى بۆ سەر چوارگۆشە گەرەكە ھەلدا. ئەگەرئى ئەوئى ئەو تیرە كە ھەريەك لەمانەى خوارەو بېيكت چەندە.



27 بازەكە؟

28 چوارگۆشە بچووكەكە؟

29 چوارگۆشە بچووكەكە بە مەرچىك ئەو بەشەى تېدانەبېت

كە ھاوبەشە لەگەل بازەكە؟

30 ناوچەى ھاوبەش لە نېوان بازە و چوارگۆشە بچووكەكە

يان بازەكە؟

31 چوارگۆشە بچووكەكە يان بازەكە؟

32 چاودېرى جۆرى سندوقىك 35 پارچەى يەدەگى ئۆتۆمبېلى تېدايە، 8

پارچەيان باش نېيە، يەككە لە پشكېنەرانى فەرمانگەى چاودېرى جۆرى ھەستا بەوەرگرتنى

5 پارچە بۆ پشكېنېيان. ئەگەرئى ئەوئى يەككە لەم پارچانە باش نەبېت چەندە؟

## رواين بۆ دواو

ئەمانە بەپىكاي پوونكرنەو شىكارىكە لە پووتەختى پۆتاندا.

33  $3 < x < 8$  34  $-14 \leq x \leq -2$  35  $-1 < y < 3$

نەم برانە شىتەلېكە.

36  $x^2 - x - 42$  37  $3x^2 - 16x - 12$  38  $81x^2 + 18x + 1$

## رواين بۆ پېشەو

39 تورەگەيەك 4 گۆى سوورى تېدايە پەنوسكراون لە 1 تا 4 و 4 گۆى شىنى تېدايە پەنوسكراون

لە 1 تا 4 ، و 4 گۆى سەوزى پەنوسكراون لە 1 تا 4 . پزگار گۆيەكى پاكېشا ئەگەرئى ئەوئى

گۆيەكە ژمارە 1 ھەلگريپت چەندە؟ پزگار گۆيەكەى گەراندەو بۆ تورەگەكە. ئەم جارەيان

گۆيەكى ترى پاكېشا سوور بوو. ئايا گۆپانكارى بەسەر ئەگەرئى ئەوئى كە گۆيەكە ھەلگري

ژمارەى 1 بېت چەندە؟ وەلامەكەت پوونېكەرەو.

# پووداوه سەربەخۆییەکان

## Independent Events



### نامانجەکان

- هەژمیری ئەگەری پوودانی دوو پووداوی سەربەخۆیان زیاتر دەکات



دەتوانیت یاسای ئەگەری دوو پووداوی سەربەخۆ بەکاربهێنیت بۆ دۆزینەوهی گەلیک لە ئەگەرە گرنەکان. نموونە بۆ ئەوە ئەگەری ئەوەی کە دوو خۆیندکار لە پۆلیکدا لەبەك پۆژدا لە دایک بووین

پۆلی دەیهەم 35 خۆیندکار دەگرتەوه، ئەگەری ئەوەی دوو خۆیندکار لەوانە بەلایەنی کەمەوه لەبەك مانگ ولە یەك پۆژدا لە دایک بووین چەندە!

بۆ ئەوەی وەلامی ئەم پرسیارە بدەیتەوه، پێویستە بزانییت چۆن جیاوازی دەکەیت لە نێوان پووداوه سەربەخۆییەکان و پووداوه بەیەکیستراوەکان و چۆن هەژمیری ئەگەری پوودانی دوو پووداوی سەربەخۆ دەکەیت. ئەمەت لەم چالاکییە خوارەوه بۆ پوونەبێتەوه.

### چالاکی

## Exploring Independent Events دۆزینەوهی پووداوه سەربەخۆییەکان

کامەرەن پارچە دراویکی کانزایی و بەردەزاریکی هەڵدا.

1. هێمای  $A$  دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی شێر » لەکاتی هەڵدانی پارچە پارەکە، ئەگەری ئەم پووداوه چەندە  $P(A) \times$  ؟

2. هێمای  $C$  دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی ژمارە 3 » لەکاتی هەڵدانی زارەکە ئەگەری ئەم پووداوه چەندە  $P(C) \times$  ؟

3. ئایا پوودانی یەکیک لەو دوو پووداوه کاردەکاتە سەر پوودانی ئەوی تریان؟ هۆیەکی دیاریبکە.

4. بەشێوی جووتە پێکخراو ئەنجامی هەڵدانی پارچە پارە کانزاییەکە و زارەکە بەیەکەوه بنوسە. بۆ نموونە  $(A, 3)$  ئەگەر کامەرەن شێر و ژمارە 3 دەستکەوت. لیستیک پێکبەینە کە هەموو ئەنجامەکانی لە توانادا هەیه لە هەڵدانی پارچە پارەکە و زارەکە. هەژمیری ئەگەری پوودانی هەردوو پووداوی  $A$  و  $C$  بەیەکەوه بکە واتا  $P(A) \times P(C)$ .

5. هەژمیری  $P(A) \times P(C)$  بکە. ئایا  $P(A \cap C)$  یەکسانە بە  $P(A) \times P(C)$ .

6. هێمای  $D$  دابنێ بۆ پووداوی: « دەستکەوتنی ژمارە جووت » لە کاتی هەڵدانی زارەکە  $P(D)$  بدۆزەرەوه  $P(A \cap D)$ .

7.  $P(A \cap D)$  بدۆزەرەوه بەیەکارهێنانی ئەو لیستە کە دروستکردوو لە پرساری 4 دا. ئایا  $P(A \cap D)$  یەکسانە بە  $P(A) \times P(D)$  ؟

8. چیت دەست دەکەوێت لە ئەگەری پوودانی دوو پووداوه بەیەکەوه. ئەگەر پوودانی یەکیکیان کارنەکاتە سەر پوودانی ئەوی تریان؟

✓ خاڵی چاودێری



بە زۆر پووداۋ دەوترىت سەربەخۇن Independent. ئەگەر پوودانى يەككىيان يان پوونەدانى كارنەكاتە سەر پوودانى پووداۋەكانى تر. نموونە بۇ ئەۋە ھەلەدانى دوو بەردەزار. بەزۇر پووداۋ دەوترىت بەيەكبەستراۋ Dependent ئەگەر پوودانى يەككىيان يان پوونەدانى كارىكاتە سەر پوودانى پووداۋەكەى تر يان پووداۋەكانى تر.

### ئەگەرى دوو پووداۋى سەربەخۇن Probability of Independent Events

دوو پووداۋى  $A$  و  $B$  سەربەخۇن دەبن تەنھا ئەگەر  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  و دوو پووداۋەكە بەيەكبەستراۋ دەبن لە بارەكانى تر دا.

## نمونە 1

خونچە دوو تورەگەى ھەبوو يەككىيان 9 گۆى سوورو 3 گۆى سەۋى تىدابوو و ئەۋى تریان 9 گۆى پەش و 6 گۆى زەردى تىدابوو. خونچە گۆيەكى لەھەر تورەگەيەك پاكىشا. ئەگەرى ئەۋى گۆيە پاكىشراۋەكە لە تورەگەى يەكەمدا سەۋى بىت و گۆيە پاكىشراۋەكە لە تورەگەى دووۋەمدا پەش بىت چەندە.

شىكار

تورەگەى يەكەم كاتىك  $G$  پووداۋى  $P(G) = \frac{3}{3+9} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$  «گۆى سەۋى» بىت  
تورەگەى دووۋەم كاتىك  $G$  پووداۋى  $P(B) = \frac{9}{6+9} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$  «گۆى پەش» بىت  
لەبەر ئەۋى دوو پووداۋەكە سەربەخۇن

$$P(G \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$$

ئەگەرى ئەۋى گۆى پاكىشراۋ لە تورەگەى يەكەم سەۋى و لە تورەگەى دووۋەم پەش بىت برىتييە لە  $\frac{3}{20} = 0.15 = 15\%$

## نمونە 2

خويندكارەكانى ھەر يەكە لە ھۆبەكانى  $A$  و  $B$  لە پۆلى دەيەم نوينەريكيان بۇ خويان ھەلبارد بەناۋى ئەۋانەۋە لە ئاھەنگى كۆتايى سالى خويندن قسەبكات. دانا لە ھۆبەى  $A$  كەژمارەيان 18 خويندكار بوو و زانا لە ھۆبەى  $B$  كە ژمارەيان 20 خويندكارە بوو. ئەگەرى ئەۋى ئەم دوۋانە نوينەرىن چەندە؟

شىكار

گريمان  $M$  ھىمايىت بۇ پووداۋى ( دانا نوينەرييت) و ھىمايى  $T$  كەزانا نوينەرييت.

$$P(T) = \frac{1}{20} \quad P(M) = \frac{1}{18}$$

لەبەر ئەۋى ھەردو پووداۋى  $M$  و  $T$  سەربەخۇن ئەۋا.

$$P(M \cap T) = P(M) \times P(T) = \frac{1}{18} \times \frac{1}{20} = \frac{1}{360} \approx 0.03\%$$

بىر كىرەنەۋى پەخنەگرانە

ياساى ئەگەرى دوو پووداۋى سەربەخۇن دەتوانىت گشتگىرى بىكەيت بۇ ئەۋى ژمارەيەكى زۇر پووداۋى سەربەخۇن بگريتەخۇ ئەگەرى دەستكەۋتنى ژمارەى جووت لە ھەلەدانى بەردەزارىكدا سى جار بەيەك بەدوايىيەك برىتيە لە  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  ئەگەرى ئەۋى 4 شىرت دەستكەۋىت لە ھەلەدانى پارچە پارەيەكى كانزابى 4 جارى يەك بەدوايىيەك، چەندە، ياسايەك بنووسە بۇ ھەژمىركردنى ئەگەرى پوودانى  $n$  پووداۋ بەيەكەۋە كاتىك ئم پوداۋانە سەربەخۇن بن.



## نمونە

3

بەگەرپانەو بۆ پرسیارەکی سەرەتای وانەکە، کرا ئەگەری ئەوەی کە دوو خۆیندکارەکە بەلایەنی کەمەو لە یەک مانگ و لە یەک پۆژدا لە دایک بووبن لە نۆوان کۆمەلە 5 خۆیندکاردا چەندە؟

### جێبەجێکردنەکان

#### بۆخۆشی

#### شیکار

لە گۆشەیهکی جیاوازهو. سەیری کارەکە بکە دژە پووداو بەکاربھێنە. وا دابنێ کە لە پۆلەکەدا دوو خۆیندکار نییە کە لە یەک مانگ و یەک پۆژدا لە دایک بوون. وا دابنێ کە سالتەکە 365 پۆژە.

لەوانەیه پۆژی لە دایکبوونی یەکەم ھەر پۆژیک بێت لە پۆژەکانی سالت 365.

لەوانەیه پۆژی لە دایکبوونی دوو ھەر پۆژیک بێت لە 364 پۆژدا 364.

لەوانەیه پۆژی لە دایکبوونی سێیەم ھەر پۆژیک بێت لە 363 پۆژدا 363.

بەم شێوەیە بەردەوام دەبێت ھەتا خۆیندکاری چوارەم و پێنجەم 362، 361 365.

$$P(\bar{B}) = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \frac{361}{365} \approx 0.97$$

یاسای ئەگەری دژە پووداو بەکاربھێنە بۆ ھەژمێرکردنی ئەگەری ئەوەی کە دوو خۆیندکارەکە بەلایەنی کەمەو لە یەک مانگ و یەک پۆژدا لە دایک بووبن.

(دوو خۆیندکار لە ھەمان مانگ و پۆژ لە دایک بووبن)  $1 - P =$  (بەلایەنی کەم دوو خۆیندکار لە ھەمان مانگ و پۆژ لە دایکبووبن)  $P$ .

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0.97 = 0.03 = 3\%$$

کەواتە، ئەگەری ئەوەی کە دوو خۆیندکار بەلای کەمەو ھەمان پۆژی لە دایکبوونیان ھەبێت نزیکە 3%.

#### ھەولێدە

ئەگەری ئەوەی دوو خۆیندکار بەلای کەمەو لە یەک مانگ و لە یەک پۆژدا لە دایک بووبن لە نۆوان 7 خۆیندکاردا چەندە؟

## راھێنان

### بەردەوامبوون لەبیر کاریدا

1. نمونەیهک بھێنەو لەسەر دوو پووداوی سەربەخۆ و نمونەیهکی تر لەسەر دوو پووداوی بەیەکبەستراو؟

2. چۆن ئەگەری پوودانی دوو پووداوی سەربەخۆ بەیەکەو ئەژمێر دەکەیت؟

3. جیاوازی چییە لە نۆوان دوو پووداوی جیا و دوو پووداوی سەربەخۆ. نمونە بۆئەمانە بھێنەرەو.

### راھێنانی ئاراستە کراو

4. دارا دوو تورەگەیی ھەیە یەکەمیان 5 گۆی پەش و 5 گۆی سپی تێدا. دوو میان گۆیەکی سەوز دوو و گۆی سووری تێدا. دارا گۆیەکی لە ھەر تورەگەییەک پاكیشتا ئەگەری ئەوەی گۆیە پاكیشتراوەکە لە تورەگەیی یەکەم پەش بێت و لە تورەگەیی دوو ھەم سەوز بێت چەندە؟

5. خۆیندکارەکانی ھەردوو ھۆبە A و B پۆلی دەیەم ھەریەکەیان نوینەرێکی ھەلبژارد کە بە ناویانەو قسەبکات لە ئاھەنگی کۆتایی سالتی خۆیندا. تارین لە ھۆبە A ھەلبژێرا کە ژمارەیان 22 خۆیندکارە و زارا لە ھۆبە B ھەلبژێرا کە ژمارەیان 19 خۆیندکارە. ئەگەری ئەوەی ھەردووکیان نوینەر بن چەندە؟

6 يانەيەكى ھەلبەست لە دواناوەندييەكدا 40 ئەندامى ھەيە. ئەگەرى ئەوھى بەلايەنى كەمەوھ دوو خويندكار لە ئەندامەكانى يانەكە لە يەك مانگ و لە يەك پوژدا لە دايك بووبن چەندە؟

## راھىنان و جىيەجىکردن

پووداوەكانى  $A, B, C, D$  سەريەخۆن  $P(A)=0.5, P(B)=0.25, P(C)=0.75, P(D)=0.1$  ئەمانە ھەژمىرىكە.

$P(C \cap B)$	9	$P(A \cap C)$	8	$P(A \cap B)$	7
$P(B \cap D)$	12	$P(A \cap D)$	11	$P(C \cap D)$	10

لە كاتى ھەلەدانى بەردەزارىكدا نایا ئەم دوو پووداوانەى خوارەوھ سەريەخۆن يان بەيەكبەستراون.

13 «دەستكەوتنى ژمارەى جوت»؛ «دەستكەوتنى ژمارەى 2 يان 4».

14 «دەستكەوتنى ژمارەى جوت»؛ «دەستكەوتنى ژمارەى 1 يان 4».

15 «دەستكەوتنى ژمارەى 6»؛ «دەستكەوتنى ژمارەيەك كەلە 5 بچوكتريپت».

16 «دەستكەوتنى ژمارەى 4»؛ «دەستكەوتنى ژمارەيەك لە 3 گەورەتريپت».

سەيرى ئەم چەرخە ميلدارەى بەرامبەرت بکە. كاتىك ھەشت پارچەكەى لە پووبەردا يەكسان بن و چەرخەكە ژمارەكانى 1 تا 8 ھەلگرتووه. ئەگەرى ھەر پووداويك لەم پووداوانەى خوارەوھ بدۆزەرەوھ لە كاتى جولانى چەرخەكە سى جار.

17 ميلەكە لە ھەر جارىكدا لە بەردەم ژمارە 3 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 5 گەورەترە پابوھستيت.

18 ميلەكە لە ھەر جارىكدا لە بەردەم ژمارە 4 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 6 بچوكتريپت پابوھستيت.

19 ميلەكە لە ھەر جارىكدا لە بەردەم ژمارە 5 يان لە

بەردەم ئەو ژمارەى لە 7 بچوكتريپت پابوھستيت.

20 ميلەكە يەك جار لە بەردەم ژمارە 8 يان لە بەردەم

ئەو ژمارەى لە 3 گەورەترە پابوھستيت.

21 ئەگەرى ئامادەبوونى كامەران لە ئاھەنگىكدا 80% بىت و ئەگەرى ئامادەبوونى ھەلۆ

95% بىت ئەگەرى ئامادەبوونى ھەردووکیان پیکەوھ چەندە، ئەگەربزانیت ئامادەبوونى يەكکيان کارناکانە سەر ئامادبوون و نەبوونى ئەويتريان.

22 تورەگەيەك 15 گۆى پەنوس كراوى لە 1 تا 15 تىدايە، باوان گۆيەكى پاكيشا لە دواييدا

گەراندییەوھ بۆ تورەگەكە، پاشان گۆيەكى بۆ جارى دووھم پاكيشا.

ا ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى كە باوان پاكيشا لە ھەردوو جاردا ژمارە 8 بىت چەندە؟

ب ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى كە باوان رايكيشاوە ژمارەى 8 بىت لەيەك جاردا چەندە؟

(يارمەتى: ئەژمىرى ئەگەرى ئەوھى ئەو گۆيەى ژمارە 8 بىت لە يەكەم جاردا

پاكيشرابى يا لە دووھم جاردا نەك لە ھەردوو جاردا بەيەكەوھ)

23 **فروكەوانى** توھمارەكانى يەككە لە كۆمپانیاكانى فروكەوانى پيشانى دەدات كە گەشتەكەيان

لە تاران بۆ ھەولير كە لە كاتى خويدا دەگات لە 92% گەشتەكانيانە. گەشتەكەيان

لە ھەوليرەوھ بۆ عەمان دەردەچيپت لە كاتى خويدا لە 97% گەشتەكانە. ئاشتى ويستی گەشتيك

بكات لە تارانەوھ بۆ عەمان بەمەرجيك بە ھەوليردا بروت، ئەگەرى ئەوھى فروكەكەى

دەيگوازيتەوھ بۆ ھەولير لە كاتى خويدا بىت چەندە لە دوايدا بگاتە عەمان لە كاتى خويدا؟

## روانين بۆدواوه



ئەگەر  $x$  ،  $y$  سفر نەبن. ئەم برانەى خوارەو بە سادەترین شیۆه بنووسە.

$$(2x^2y^{-2})^{-3}(-x^2y)^3 \quad \boxed{25}$$

$$(x^{-2}y^3)^2(3xy^0)^3 \quad \boxed{24}$$

$$\left(\frac{3x^2y^{-2}}{5x^2y}\right)^2 \quad \boxed{26}$$

## روانين بۆپیشەوہ



**27** نیاز 3 پارچە دراوی کانزایی ھاوشیۆهەى ھەلدا. ئەگەری دەستکەوتنى 3 خەت لە ھەر بارێک لەم بارانەى خوارەو بەدۆزەرەوہ.

**أ** بارى يەكەم: يەكێك لە پووەکانى ھەریەك لە پارچەکان شێرپێت. ( ھەرسى پارچە پارەكە ئاسایی بن)

**ب** يەك لە پارچەکان شێر لەسەر ھەردوو پووەكەى ھەبێت. (دوو پارچەكەى تر ئاسایی بن).

**ج** دوو لە پارچەکان شێر لەسەر ھەردوو پووەكەى ھەبێت. ( پارچە پارەى سییەم ئاسایی بێت).

# پيؤهرهكانى پهرتبوون

## Measurments of Dispersion



### نامانجهكان

- پيؤهرهكانى پهرتبوون وهك مهوداو لادانى ناوهندى و ليكنهچوون و لادانى پيؤانهيى ههژميردهكات و بهكاريان دههينيت.



### بهتوانيت پيؤهرهكانى

پهرتبوون بهكاربهينيت بؤ بهراوريدكردى دوو كۆمهله پيؤراوى هاوشيوه وهك تيكرائى مانگانه بؤ پلهكانى گهرما له دوو شاردا



### Dispersion Concept

### چهكمى پهرتبوون

ناوهندى پلهكانى گهرما له شارى جده.	كانوونى دووهم
23.32	كانوونى دووهم
23.77	شوبات
25.8	نازار
28.08	نيسان
30.51	مايس
31.25	حزيران
32.7	تموز
32.25	ئاب
31.27	نهيلول
30.1	تشرينى يهكهم
28.2	تشرينى دووهم
24.9	كانونى يهكهم

ناوهندى پلهكانى گهرما له شارى رياز.	كانوونى دووهم
16.63	كانوونى دووهم
17.8	شوبات
22.94	نازار
26.37	نيسان
32.61	مايس
35.62	حزيران
37.06	تموز
36.81	ئاب
33.06	نهيلول
28.34	تشرينى يهكهم
22.5	تشرينى دووهم
14.35	كانونى يهكهم

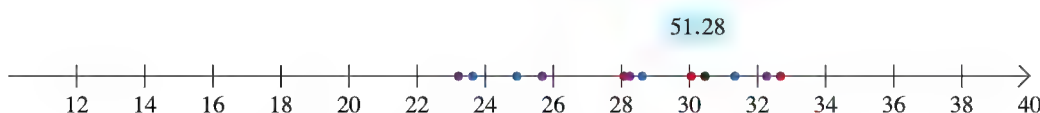
ئهم خشتهى بهرامبهرت تيكرائى پلهكانى گهرما له 12 مانگدا پروندهكاتوه له ههردوو شارى رياز و جده. ناوهندى پلهكانى گهرما له خشتهى يهكهمدا دهگاته 27 بهلام له خشتهى دووهمدا ناوهندى پلهكانى گهرما دهگاته 28.51، ئهگهر بههاكانى دوو خشتهكه لهسهر تهوهرى ژمارهكان دابنيين دهبينين:

### جيههچيكردهكان

كesh و ههوا



نواندى پيؤراوهكانى خشتهى يهكهم لهسهر تهوهرى ژمارهكان



نواندى پيؤراوهكانى خشتهى دووهم لهسهر تهوهرى ژمارهكان

ناوهندى خشتهى دووهم (28.51) پلهكانى گهرما دهردهبري له شارى جده به شيويهكى باشتتر له دهرپيى



تیکرای خشته ی یه کهم (27) که پلهکانی گهرما له شاری رپاز. پلهکانی گهرما له جده نزیکه له ناوهندهکە ی به پیچهوانه ی پلهکانی گهرما له شاری رپاز. ئەمەش ئەو دهگهینیت که دهتوانین بڵیین که کۆمهله ی بههاکانی خشته ی یه کهم پهرتبوونهکە ی زیاتره له بههاکانی خشته ی دووهم.

## Measures of Dispersion پێوههکانی پهرت بوون

ئامارناسان ههندی له پێوههکان بهکاردههێنن بۆ دهبرپینی پێوانی مهودای پهرتبونی کۆمهله بههایهک.

مهودا **Range**: بریتییه له جیاوازی نیوان گهرهترین بهها **Maximum Value** - و بچووکتترین بهها **Minimum Value** له کۆمهلهکە. (مهودا = گهرهترین بهها - بچووکتترین بهها)

ئایا وادهبینی که مهودا پهرتبونی کۆمهله بههایهک دهردهبری؟

بیرکردنهوه ی پهنهگرانه

لادانی ناوهندی **Mean Deviation**: بریتییه له تیکرای دوورکهوتنهوه ی کۆمهله بههایهک له ناوهنده که.

$$\frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) = \text{لادانی ناوهندی}$$

بۆ ئەوه ی لادانی نیوانه یی ههژماریکهین بۆ کۆمهله ی بههای  $x_1, x_2, \dots, x_n$  لادانی ههژماریان دهوژینهوه له ناوهنده ژمیرهیهکوه واته  $|x_1 - \bar{x}|, |x_2 - \bar{x}|, \dots, |x_n - \bar{x}|$  پاشان تیکرای ئەو لادانانه دهوژینهوه.

$$\frac{1}{n}(|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|) = \text{لادانی نیوانه یی}$$

بۆچی ئامار ناسان بری  $|x_n - \bar{x}|$  بهکاردهین بۆ دهوژینهوه ی لادانی بههای  $x_n$  و له ناوهنده ژمیری و  $x_n - \bar{x}$  بهکارناهێنن له جیاتی ئەو.

بیرکردنهوه ی پهنهگرانه

یهکێک له کۆمپانیاکان تایه بۆ ئۆتۆمۆبیلهکان دروست دهکات، 5 تاقیکردنهوه ی ئەنجامدا له سهه دوو چهشنی تایه ژماره ی ئەو کیلۆمهترانه ی تۆمارکرا که هه ژماریهک بریویهتی پێش ئەوه ی له کهک بکهوێت ئەم خشته ی خواره وه ئەنجامهکانی ئەم تاقیکردنهوانه پوندهکاتهوه، بهههزاران کیلۆمهتر.

تایه ی چهشنی 1	66	43	37	50	54
تایه ی چهشنی 2	54	49	47	48	52

ا ههیهک له مهودا و لادانی ناوهندی بۆ ژماره ی ئەو کیلۆمهترانه بۆزهروه که ههیهک لهم جوژه تایانه بریویهتی.

ب ئەم پێوهرانه ئاماژه بۆچی دهکەن دهبراره ی ههیهک لهم دوو جوژه تایانه.

شیکار

ا

تایه ی چهشنی دووهم

مهودا  $7 = 54 - 47$  واته 7 000

بۆ ههژمیرکردنی لادانی ناوهندی. دهست بکه به ههژمیرکردنی ناوهند

$$\bar{x} = \frac{52 + 48 + 47 + 49 + 54}{5} = 50$$

پاشان لادانی هه بههایهک لهم ناوهندهوه ههژمیریکه.

بۆ ئەمەش ئەم خشته یه پێک بخه .

تایه ی چهشنی یه کهم

مهودا  $29 = 66 - 37$  واته 29 000 م

بۆ ههژمیرکردنی لادانی ناوهندی. دهست بکه به ههژمیرکردنی ناوهند

$$\bar{x} = \frac{66 + 43 + 37 + 50 + 54}{5} = 50$$

پاشان لادانی هه بههایهک لهم ناوهندهوه ههژمیریکه.

بۆ ئەمەش ئەم خشته یه پێک بخه .

## نموونه

جێیه جێکردنهکان

بازرگانی

$x_n$	$ x_n - \bar{x} $
54	4
94	1
47	3
48	2
52	2
کۆ	12

$x_n$	$ x_n - \bar{x} $
66	16
43	7
37	13
50	0
54	4
کۆ	40

پاشان لادانی ناوهندی ههژمیر بکه بهم شیوهیه:

$$\frac{4+1+3+2+2}{5} = 2.4 \quad \text{واتا } 2400 \text{ km}$$

$$\frac{16+7+13+0+4}{5} = 8 \quad \text{واتا } 8000 \text{ km}$$

ب) تیبینی بکه که لادانی ناوهندی بۆ تایهێ چهشنی 2 که متره له لادانی ناوهندی تایهێ چهشنی 1 ئه مهش رینگات پییدهدات که بلییت که ناوهندی پی دراوهکانی چهشنی 2 زیاتر باوهپی پی ده کریت.

ههولبده مهوداو لادانی ناوهندی بۆ پی دراوهکانی تایهێ چهشنی سییهم ههژمیر بکه و بهراوردی بکه له گهڵ پیوهرهکانی که ده گهرینهوه بۆ دوو تایهێ پی شوو.

35	49	50	52	64	تایهێ چهشنی 3
----	----	----	----	----	---------------

تایا ده توانی بۆ دوو کۆمهله پی دراوهکانی هه مان مهودایان هه بییت بی ئه وهی لادانه ناوهندیهکانیان وهک یهک نه بن؟ وه لا مه کهت پرونبکه ره وه به نمونه. لیکنه چوون و لادانی پیوانه یی: دوو پیوهرن بۆ په رت بوون به کار ده یئرن بۆ بهراورد کردنی پی دراوهکان و شیکار کردنیان.

✓ خالی جاویدی

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right)$$

لادانی پیوانه یی  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$  په گی دوو جای لیکنه چوون.

لادانی پیوانه یی هه ژمیر بکه بۆ ئه و دوو تایه ی که دوو چهشنی تایه که له نمونه ی پی شوو بریوانه.

2 نمونه

شیکار

جیه جیکر د نه کان

پیشه سازی

تایه ی چهشنی دووهم

$$\bar{x} = \frac{54+49+47+48+52}{5} = 50$$

$x_n$	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
54	4	16
49	-1	1
47	-3	9
48	-2	4
52	2	4
سه رجهم	0	34

تایه ی چهشنی یه کهم

$$\bar{x} = \frac{66+43+37+50+54}{5} = 50$$

$x_n$	$x_n - \bar{x}$	$ x_n - \bar{x} ^2$
66	16	256
43	-7	49
37	-13	169
50	0	0
54	4	16
سه رجهم	0	490

ليكنه چوون :  $\sigma^2 = \frac{34}{5} = 6.8$    
 لادانى پيوانه يى :  $\sigma = 2.6$  واته  $km\ 2\ 600$ .

ليكنه چوون :  $\sigma^2 = \frac{490}{5} = 98$    
 لادانى پيوانه يى :  $\sigma = 9.9$  واته  $km\ 9\ 900$ .

ئەم ئەنجامانەى لە نموونەى پيشوودا دەست كەوتوو دەنيامان دەكات كە لادانى پيوانه يى بۇ تايەى 2 كەمترە لە لادانى پيوانه يى بۇ تايەى 1 .

هەولبەدە

لادانى پيوانه يى چەندە بۇ تايەى 3 .

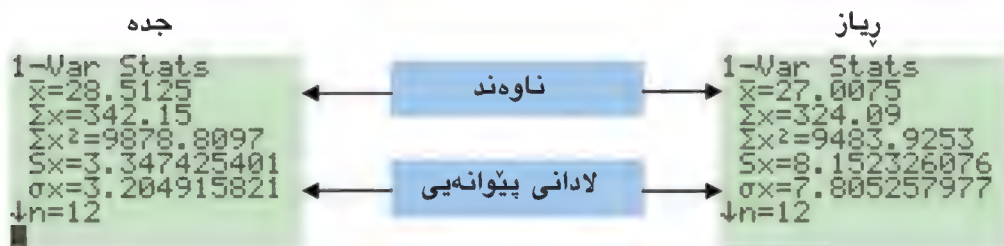
ئەگەر لادانى پيوانه يى بۇ تايەى چوارەم يەكسان بىت  $500km$  . لەبارەى ئەم تايە چى دەلييت بە بەراوردکردنى لەگەل دوو تايەى 1 ، 2 ؟

✓ خالى چاوديرى

كام دوو پيؤەر زياتر بەكارديت : ليكنه چوون يان لادانى پيوانه يى ؟ هۆى وەلامەكەت ليكنه دەه ؟  
 بەگەرپانەو بۇ ناوەندى پلەكانى گەرما لە دوو شارى رپاز و جدە . ئەم خستەيهى خوارەو پيؤەرەكانى پەرتببون پوونەكەتەو بۇ ناوەندى پلەكانى گەرما لەم دوو شارەدا .

بیرکردنەوہی پەخنەگرانە

بيؤەر	رپاز	جدە
مەودا	22.71	9.38
لادانى ناوەندى	6.91	2.83
ليكنه چوون	66.46	11.2
لادانى پيوانه يى	8.15	3.35



ئەو مانای ئەوہیە كە ناوەندى پلەى گەرما پەرتببونەكەى كەمترە لە جدە تا رپاز لە بەرئەوہى لادانى پيوانه يى شارى يەكەم كەمترە لە لادانى پيوانه يى شارى دووہم .

## راھبەران

### بەردەوامبوون لە بیر کاریدا

- 1 بۆچى ھەريەك لە لادانى ناوەندى و لادانى پيوانه يى ژمارەيەكى سالب نين ؟
- 2 پەيوەندى لە نيوان ليكنه چوون و لادانى پيوانه يى پوونبکەرەوہ . ئايا لادانى پيوانه يى ھەميشە كەمترە لە ليكنه چوون ؟ وەلامەكەت ليكنه دەوہ .
- 3 بۆچى ھەريەك لە لادانى ناوەندى و لادانى پيوانه يى زياتر پەرتببون دەردەخەن وەك لەمەودا ؟

## راھینان و ئاراستە کراو

ناری	توانا
81	98
84	68
88	99
82	59
85	96

**4** **تاقیکردنەوه** ئەم خشتەیی بەرامبەر نمرەکانی دوو خۆیەندکار لە 5 تاقیکردنەوه پوونەکاتەوه. مەوداو لادانی ناوەندی بۆ نمرەکانی هەردوو قوتابی ئەژمێرکە. وە پوونی بکەوه کە ئەم پێوانانە چی دەگەین؟

**5** لادانی پێوانەیی بۆ نمرەکانی ئەو دوو خۆیەندکار ئەژمێرکە.

## راھینانی جیبەجێکردن

مەودا و لادانی ناوەندی بۆ ئەمانە ئەژمێرکە.

- 6** 8; 10; 3; 9; 10 **7** 1; 2; 4; 2; 6
- 8** 31; 103; 34; 98; 107; 23 **9** 32; 23; 68; 74; 26; 93
- 10** 2; 13; 9.4; 7.3; 12.3; 8.6; 7.6 **11** 1; 11; 14.2; 8.4; 12.2; 15.2; 10.9
- 12** -1.22; 4.35; -2.42; 2.33; 4.66
- 13** 8.72; 7.43; 2.92; -3.56; 8.78

لێکنەچوون و لادانی پێوانەیی بۆ ئەمانە ئەژمێرکە.

- 14** 9; 10; 10; 8; 7; 11; 12; 9
- 15** 8.1; 10.3; 3.4; 9.8; 10.7
- 16** -3; 2; -5; 4; -2; 8; 9; -1
- 17** 2; 4; -8; 8; 7; -2; -4; 3; 7

لادانی ناوەندی و لادانی پێوانەیی ئەژمێرکە. کام پێوەر لەم دوو پێوەرانە کەمتر پابەندە بەبەهای دەستکەوتوووە؟

- 18** 20; 30; 40; 500 **19** 0; 500; 510; 520

**20** دوو کۆمەڵە بەها پێک بهێنە کە هەمان مەودایان هەبێت. ولادانی پێوانەکانیان جیاواز بێت

**21** ئایا دەبێت لادانی پێوانەیی بۆ کۆمەڵە بەهایەك یەكسان بێت بە سفر؟ ئەگەر ئەوه له توانادایه، مەرجەکانی بەدی هێنانی دیاریکە. نموونەیهك بەکاربهێنە بۆ باسەکەت.

**22** **گۆرانکاری** چی پوودەدات لە لادانی پێوانەیی بۆ کۆمەڵە بەهایەك ئەگەر ژمارەیهکی دیاریکراوی  $a$  بخڕیتە سەر هەموو بەهاکانی کۆمەڵە؟ چی پوودەدات لە لادانی پێوانەیی کۆمەڵە بەهایەك ئەگەر هەموو بەهاکانی کۆمەڵە لە ژمارەیهکی دیاریکراوی وەك  $a$  بدرێت؟

**وەرز** ئەم خشتەیی خوارەوه ژمارە پێوانەییەکان ( بە خولەك و چرکە و بەشەکانی سەد لە چرکەدا ) بۆ کوپان و کچان پوونەکاتەوه کە بەشداریان لە پیشبەرکێیهکی هەزارمەتریدا کرد بۆ خلیسکاندن لەسەر بەفر.





1998	1994	1992	1988	1984	1980	1976	
1:47.87	1:51.29	1:54.81	1:52.06	1:58.36	1:55.44	1:59.38	كوپان
1:57.58	2:02.19	2:05.87	2:00.68	2:03.42	2:10.95	2:16.58	كچان

23 ناوهند و ناوهرپاسته بۇ ژماره پيوانه ييه كانى كوپان وكچان هه ژميريكه.

24 مه وداو لادانى پيوانه بۇ كوپان وكچان هه ژميريكه: بهو پيوانه ده ربارهى ژماره

پيوانه ييه كان كوپان وكچان چى ده لپيت؟

25 لادانى پيوانه ي بۇ كوپان وكچان چى ده لپين؟

## روانين بۇ دواوه

به به كارهيئنانى ياسا، دوو رهگى نهم دوو هاوكيشه دووجايانه بدؤزهره وه. وه لامه كهت نزيكبه وه بۇ نزيكترين ده نزيكبه وه.

$$2x^2 + 12x - 4 = 0$$

27

$$3x^2 = 10x + 1 = 0$$

26

## روانين بۇ پيشه وه

28 زورجار ئامارناسان په نادهبه ن بۇ به كارهيئنانى سامپليك بۇ تويژينه وهى كوّمه له

به هايهك، بۇ ئهمه ش دهست به كار دهبن له پيوانه ره كانى ئامارى سامپله كه هه مووى. ئه وان

واى داده نين كه ناوه ندى نمونه كه ناوه ندى كوّمه له كه ده رده خات. به لام بۇ لادانى

پيوانه يى ئه وان ليكنه چوونى سامپله كه هه ژمير دهكهن به ياسايه كه ميك جياوازه له گهل

ياساى هه ژمير كردنى ليكنه چوونى كوّمه له كه. ئه وان هه ئهم ياسايه به كارده هيئن.

$$\frac{1}{(n-1)} \left( (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right) =$$

ا ليكنه چوون و لادانى پيوانه يى بۇ ئهم نمونه يه هه ژميريكه. 15; 18; 16; 5; 12

ب بۇ مه به ستى هه ژمير كردنى ناوه ندى ژماره ي ئوتومبيله كان له خيزانك. ئه نجوومه نى

شاره وانى شارك هه ستا به به كارهيئنانى سامپليك كه له 10 خيزان پيكا تيوو به

هه ره مكي هه لبرؤرابوون. له وه رگرتنى راپرسى له م سامپله گه يشتنه ئهم ژمارانه:

2; 3; 2; 1; 1; 4; 2; 1; 3; 4

بخه ملينه له گهل لادانه پيوانه ييه كه ي.



# ئەي گەشتيار لە گەل خۆتم بەرە

لەگرنگترین كېشەكانى بەرەو پرووى كۆمپانىياكانى فرۆكەوانى دەبنەو كېشەي پېكخستنى رېكويېك بۆ كرداری تۆمارکردنى گەشتيارەكان و كەلویەلەكانیانە. بۆ گەشتن بە باشترین چارەسەر بۆ ئەم كېشانە پلاندانەرەكانى ئەم كۆمپانىيايانە پەنا دەبنە بەر ئەنجامدانى كرداری نامارییەكان و تویژینەوئى ئەنجامەكان بەكرداری بېركارى، لەوانەش ھەژمارکردنى ئەگەرەكان. لەمەودوا كۆمپانىياكە ھەلدەستىت بەسى چالاكى لە بارەي كېشەي تۆمارکردنى گەشتيارەكان.

## چالاكى 1

ئامارناسانى كۆمپانىياكە بەلایانەو گرنگە تویژینەوئى تەواویكەن لەسەر ئەو كاتەي كە كرداری تۆمارى گەشتيارەكان پېويستىەتى. و شایەنى باسە لێرەدا ئاماژە بۆ ئەو بەكەين كە ئەم كاتە لە گەشتيارىكەو دەگۆرئ بۆ گەشتيارىكى تر. بە ھۆى جیاوازی بارودۆخى گەشتيارەكان. ئامارناسەكان دەستیانكرد بە لێكۆلینەوئى كاتى خایەنراو بۆ تۆمارکردنى ھەر گەشتيارىك لەو پەنجا گەشتيارەي گەشتونەتە نووسینگەي تۆمارگەكە، لە نۆوان كاتژمێر 1:00 و كاتژمێر 1:10 و ئامارناسان گەشتنە ئەم ئەگەرەنەي كە لەم خستەيەدا پروونكرائەتەو

كاتى خاینراو بە چركە	10	20	30	40	50	60
ئەگەر	0.052	0.132	0.158	0.135	0.123	0.104

كاتى خاینراو	70	80	90	100	011	120
ئەگەر	0.058	0.034	0.116	0.050	0.026	0.012

كاتەكان نزیكراونەتەو لە نزیكترین چەند جارە لە دە چركەدا، و ئەگەرەكان بۆ نزیكترین بەش لە ھەزار. خستەكە بەم واتەيە دەخوینرێنەو ئەگەري كاتى تۆمارکردنى گەشتيارەكە لە 10 چركەدا بریتىە لە 0.052 و ئەگەري كاتى پېويست لە 20 چركەدا دەكاتە 0.132. ئامارناسەكان دەیانەوئى ئەگەري كاتى پېويست بۆ تۆمارکردنى 50 گەشتيارەكە زۆرتربیت لە 50 خولەكدا. پېگای یەكەم بۆ دیاریکردنى ئەمە. پېويست دەكات بە تۆمارکردنى ھەموو ئەو كاتانەي كە ژمارەيەكى زۆر لە گەشتيارەكان پېويستیان بوو و پوختەكردنى ئەنجامەكە؟ بەلام ئەم پېگایە پېويستى بە كات و توانا و تېچوون ھەيە لەبەر ئەو پەنايان برە بەر وەك نواندن Simulation. چۆن ھەستان بەم لېكچونە؟

پەنايان برەبەر ئەو وردەكاریانەي كە ئەگەرەكانى پئى ھەژماركراو لە خستەي پېشو لەبەر ئەوئى وردەكارییەكە نزیكراوئى بۆ نزیكترین بەش لە ھەزار.



بريارياندا كه گه‌يشتنى 1000 گه‌يشتيار وەك يەك لىكردن بكەن بۇ ئەوۋى بگەنە ئەو مەبەستە. ھەستان بە كۆكردنەوۋى ژمارەكان لە 1 بۇ 1000 لە چەشنەكاندا.

بەپپى ئەگەرەكانى خشتەى پېشوو وایان دانا كه ژمارەكان لە 1 بۇ 52 بەرامبەرى ئەگەرى 0.052 دىت. و ژمارەكان لە 53 بۇ 184 ( 132 ژمارە ) بەرامبەر ئەگەرى 0.132 و بىت و ھەروەھا...

كات	ئەگەرەكان	تۆمارکردنى گەشتيار
0	0	000
10	0.052	052-001
20	0.132	184-053
30	0.158	342-185
⋮	⋮	⋮

خشتەكەى بەرامبەر تەواو بكە

چۆن ئەم خشتەى بەكار دەھېننیت؟ داوا بكە لە بژمېرى پونكردنەوۋى بەھەرەمەكى ژمارەىكت بداتى بگەوئتە نۆوان 1 و 1000 كه ئەو دوو ژمارەى تېداىت. وا دابنى كه ئەو ژمارە ھەرەمەكىيە گەيشتنى گەشتيارەكه بۇ نوسینگەى تۆماركه بنوئنى. خشتەى پېشوو بەكاربېنە بۇ ديارىكردى ئەو كاتەى كه گەشتيارەكه ويستوئەى بۇ تۆماركردى.

ئەگەر ژمارە ھەرەمەكىيەكه 122 بىت بۇ نمونە وادابنى ئەو كاتەى كه گەشتيارەكه پېويستەى بۇ تۆماركردى 20 چركەىە چونكه ژمارە 122 دەكهوئتە نۆوان ھەردوو ژمارەى 53 و 418 لە ستونى سېيەمدا.

## چالاكى 2

كاتى گەيشتنى 50 گەشتيار بۇ نوسینگەى تۆمارگە لە نۆوان كاتزىمىر 1:00 و كاتزىمىر 1:10 ھەلدەستىت بەوۋى ( وەك يەكپان لى بگەيت ) بە داواكردن لە بژمېرەكه 50 ژمارەى ھەرەمەكىت بداتى ئەوۋى كه دەستكەوتوو ھەم خشتەى بەرامبەرت پېكبەخە.

1 بژمېرى پونكرنەوۋى بەكاربېنە بۇ دەستكەوتنى 50 ژمارەى ھەرەمەكى كه بگەوئتە نۆوان 1 و 1000 و ئەم دوو ژمارەى خۆشيانى تېداىن.

گەشتيار	ئەو ژمارە ھەرەمەكىيە گەشتيارەكه دەنوئىرئىت	كات
1		
2		
3		
⋮		
49		
50		

2 ستوونى دوو ھەم لەخشتەكەدا تەواوبكە.

3 ئەو خشتەىيە كه دروستكردو ھە چالاكى يەكەم بەكاربېنە. بۇ تەواوكردى ستوونى سېيەم. نمونە: ئەگەر ژمارە ھەرەمەكىيەكه 179 بىت ئەو كاتەى كه پېويستە دايبنىت لە ستوونى سېيەم بەرامبەر 179 دەكاتە 20 چركە.

## چالاكى 3

1 نواندى گەيشتى 50 گەشتيار كه بۇ نوسینگەى تۆمارگە 10 جار دووبارەبكەو. ئەگەرى كاتى پېويست بۇ تۆماركردى گەشتيارەكان كه لە 50 خولەك زياترە بخەملېنە.

2 تېيىنىت كرد لە كاتى ئىشكرىت ھەم وانەىدا چارەسەركردى كارى تۆماركردى گەشتياران ئاسان نىيە. ئايا دەتوانىت لەسەرەتايى دەستپېكرىت بەكارى ئەم پېوژەىە نمونەىەك بدەى لەسەر بارىكى تر كه بتوانرى نواندى بەكاربېنرىت بۇ ديارىكردى ئەگەرەكان؟ ئەمە پوونبەكەرەو.



# پیداچوونەوہی بەش

دلۆڤان بەردە زاریکی ھەلدا. ئەگەری ھەریەك لەم ڤووداوانە بدۆزەرەو

13 دەستکەوتنی ژمارە 4 یان 7

14 دەستکەوتنی ژمارە 1 یان 6

15 دەستکەوتنی ژمارە ټاك یان گەرەترە 4

16 دەستکەوتنی ژمارە جووت یان بچووکتەرە 4

17 دەستکەوتنی ژمارە گەرەتر لە 1

18 دەستکەوتنی ژمارە گەرەتر لە 2

ئەگەری ئەم ڤووداوانە ھەژماریکە.

19 لەدایکبوونی 3 منداڵی کۆریەك بەدوای یەك لە

نەخۆشخانە ی لە دایکبوون

20 دەستکەوتنی دوو ژمارە جووت لە ھەلدان ی دوو بەردەزار.

21 مەودا و لیکنەچوون و لادانی ناوەندی و لادانی

پیاوانە ی بۆ ئەم کۆمەلە بەھایانە ھەژمیریەك. 3، 2، 5، 7، 5.

مەودا و لادانی ناوەندی بۆ ئەم کۆمەلە بەھایانە ھەژمیریەك

22 14; 11; 8; 14; 4; 12; 10; 6

23 20; 22; 15; 14; 13; 17

24 2; -3; 9; -7; 6; 3

25 21; 24; -22; 13; 12; -8; 4

لیکنەچوون و لادانی پیاوانە ی بۆ ھەریەك لەم کۆمەلە بەھایانە ھەژمیریەك.

26 20; 19; 16; 14; 13; 11; 18; 15; 12; 10

27 160; 80; 180; 130; 140; 100

38 14; 13; 11; 9; 7; 14; 12; 9; 8

29 2; 20; 18; 12; 6; 4; 3; 2; 12; 4; 3

1 سۆزان گۆیەکی لە تورمگەیکە ڤاکیشا کە 3 گۆی

سوور و 3 گۆی شینی تیدابوو ئەگەری ئەوہی گۆی ڤاکیشراو سوور بیٹ چەندە؟

2 ئاواز گۆیەکی لە تورمگەیکە ڤاکیشا کە 4 گۆی سوور

و 10 گۆی پەشی تیدابوو. ئەگەری ئەوہی گۆی ڤاکیشراو کە سوور بیٹ چەندە؟

ناھەنگیک لە نیوان کاتژمیر 8:00 د.ن و 8:30 د.ن دەست پیدەکات ئەگەری گەیشتنی یەكەم میوان بدۆزەرەو لەنیوان

3 8:00 د.ن و 8:05 د.ن ؟

4 8:12 د.ن و 8:18 د.ن ؟

5 8:21 د.ن و 8:24 د.ن ؟

6 چەند وشە ی نەینی لە 4 پیت دەتوانیت پیکبھینی

بەبەکارھێنانی 5 پیت لە پیتەکانی ئەبجەدی بەبی دووبارەبوونەو؟

7 لە 4 پیت چەند وشە ی نەینی دەتوانیت پیکبھینیت

بەبەکارھێنانی 5 پیت لە پیتەکانی ئەبجەدی لەگەڵ ڤیگادان بە دووبارە بوونەو؟

8 بەچەند ڤیگا دەتوانیت 6 شەشپالووی ڤەنگ جیاواز لە ڤیزیکا ڤیزیکی.

9 بەچەند ڤیگا دەتوانیت دوو کتیب لە 5 کتیب ھەلبژیری ولەسەر ڤەفەکە ڤیزیانیکەیت.

10 بەچەند ڤیگا 5 خۆیندکار دەتوانن لە دەوری میژیکی بازنەیدا دابنیشن؟

11 بەچەند ڤیگا 8 خۆیندکار دەتوانن لە دەوری میژیکی بازنەیدا دابنیشن؟

12 بەچەند ڤیگا دەتوانیت دوو ڤەرتووک ھەلبژیری لە نیوان 10 ڤەرتووک؟





## تاقىکردنەۋەى بەش

ئەگەرى ھەر پۈۋداۋىك لەمانە دىارىبەكە

1 گۆيەك لە تورەگەيەك پاكىشرا كە 4 گۆى سوور و 4 گۆى سەوزو 4 گۆى شىن و 40 گۆى زەردى تىدابوو. ئەگەرى ئەۋەى گۆى پاكىشراو سوور بىت.

2 پاكىشراى گۆيەكى سەوز لە تورەگەيەك كە 8 گۆى سەوز و 6 گۆى سوورى تىدابوو لە كاتى پاكىشراى يەك گۆ.

3 دەستكەۋەنى ژمارەى تاك لە ھەلدانى بەردەزارىك.

4 **پەنۋوسكردن** پەنۋوسكردنى پلىتى مۆلەتى راۋكردن لە دوو پىتى جيا لە بىست و ھەشت پىتەكانى زمانى عەرەبى و 8 پەنۋوسى جياۋاز لە 10 پەنۋوسە بنەپەتتەيەكە. ژمارەى پەنۋوسكراۋەكانى كە لە توانادايە چەندە؟ ئەنجامى ئەم برانە بدۆزەرەۋە.

5  $12! - 7!$

6  $8P_3$

7 بەچەند رېگا دەتوانى سەرۆك وىارىدەدەرى سەرۆك رازگرى لېژنەيەك ھەلېژىرى كە پىكھاتوۋە لە 24 ئەندام؟

8 ژمارەى گۆرپنەكانى وشەى (كوردستان) چەندە؟

9 **ۋەرزىش** بەچەند رېگا دەتوانىت 3 گۆى رەنگ جياۋاز بەشېكەيت بەسەر 32 سەندوقى پەنۋوس كراۋدا ؟ ئەمانە بدۆزەرەۋە

10  $8C_3$

11  $8C_8$

12  $\frac{8C_5}{5C_3 \times 5C_2}$

13 **بازرگانى** چىشتخانەيەك ژەمىك خواردن كەپكەيت لە ھەلېژاردنى 3 قاپ خواردن لە نۆۋان 7 قاپدا ميوانىك ھەلېژىرىت ئەم ھەلېژاردنە بە چەند رېگا دەبىت؟

بەتروىس گۆيەكى پاكىشا لە تورەگەيەك كە 12 گۆى ھاۋشىۋەى تىدابوو پەنۋوسكراۋن لە 1 تا 12. ئەگەرى ئەۋەى گۆى پاكىشراۋەكە يەكەك لەم ژمارانە ھەلگىرىت چەندە.

14 ژمارە 7 يان ژمارەيەكى جووت.

15 ژمارەيەكى خۆپەش يان ژمارەيەكى چەند جارەى 4.

16 ژمارەيەكى تاك يان ژمارەيەك چەند جارەى 5 بىت.

17 ژمارەك گەرەتربىت لە 8 يان ژمارەيەك چەند جارەى 3 بىت.

18 ژمارەيەكى جووت يان جووت يان بچوكتىر بىت لە 6. ئەگەرى ھەريەك لەم پۈۋداۋانە بدۆزەرەۋە.

19 سىروان پارچە دراۋىكى كانزايى و زارىكى ھەلدا. پۈۋداۋەكە دەستكەۋەنى خەتەك و ژمارەى 5 بىت.

20 دەزگاي بۆشايى ئاسمان كاتىكى ھەلېژارد بۆ ھەلدانى مەكۆكىكى بۆشايى لە ھەفتەى داھاتوۋا. پۈدەدات كە پىۋىستە لە رۆزى سىشەممە بىت لە نۆۋان كاتىمىر 1 پىش نيورۆ و كاتىمىر 2 پىش نيورۆ.

بچوكتىر بەھا و گەرەتتىن بەھا و مەۋدا بۆ ھەريەكە لەم كۆمەلە پىدراۋانە دىارىبەكە.

21 34; 65; 32; 19; 28; 23; 45; 59; 24; 18

34; 41; 19; 23; 54; 42; 27; 25; 39

22 7; 5; 8; 2; 6; 2; 5; 6; 1; 4; 9; 8; 5; 3

مەۋدا ۋلادانى ناۋەندى بۆ ھەر يەكە لەم كۆمەلە بەھايانە بدۆزەرەۋە

23 13; 11; 9; 7; 5; 3

24 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

لېكنەچوون و لادانى پىۋانەيى بۆ ھەر يەكە لەم كۆمەلە بەھايانە بدۆزەرەۋە.

25 13; 11; 9; 7; 5; 3

26 33; 30; 25; 23; 15; 18; 12; 10

27 چى دەللىت دەربارەى كۆمەلە بەھايەك لادانە پىۋانەكەى سفر بىت؟

# تاقىکردنەۋەى كەلەكەبوو

- 1 كام لەم جووتە پىكخراوانەى خوارەو  
 $\begin{cases} 2y+x \leq 6 \\ y-3x \geq 4 \end{cases}$  ئەم سىستەمە ساغەكەتەو  
 ا  $(0, 5)$  ب  $(-1, 2)$   
 ج  $(1, -1)$  د  $(0, 0)$
- 2 شىكارى لاسەنگەى  $2(x+2)-7 < 8x+15$  برىتييه له  
 ا  $x > -3$  ب  $x < -3$   
 ج  $x > 2$  د  $x < 2$
- 3 بۆ ئەۋەى ئەم برە  $x^2 - 12x$  بىيە دوو جاي تەواو  
 دەيەت چى بخريته سەرى  
 ا 6 ب -6 ج 36 د -36
- 4 كام دەرپرین لەمانەى خوارەو باسى پەيوەندى نىوان  
 ئەم دوو راستەهیلە دەكات  $y = \frac{1}{2}x$   $y = -2x - 3$   
 ا دوو راستەهیلە ناسۆيىن ب دوو راستەهیلە ستوونىن  
 ج ئەستوونن لەگەل يەكتەر د تەريبن بەيەكتەرى
- 5 سادەترین شىۋەى  $\left(-\frac{1}{125}\right)^{-\frac{2}{3}}$  دەكاتە.  
 ا  $\frac{1}{25}$  ب  $-\frac{1}{25}$   
 ج  $\frac{1}{25}$  د  $-\frac{1}{25}$
- 6 پۆتانی خالى ناوەرەستى ئەو پارچە راستەهیلەى  
 دوو سەرەكانى  $(-4, -1)$  ،  $(2, -7)$  برىتييه له  
 ا  $(-1, -3)$  ب  $(-3, 3)$   
 ج  $(-1, -4)$  د  $(-3, -3)$
- 7 كاميان شىۋەى گشتى ئەم برەيه دەنۆيىت.  
 $(5x^3 - 2x^2 + x - 10) + (2x^3 - 3x - 1)$   
 ا  $3x^3 - 2x^2 - 4x - 9$   
 ب  $3x^3 + 2x^2 + 4x - 9$   
 ج  $7x^3 - 2x^2 - 2x - 9$   
 د  $7x^3 - 2x^2 - 2x - 11$
- 8 ئەم برە بەسادەترین شىۋە بنووسە  
 $\frac{x^2+3x-4}{x^2} \times \frac{x^2-2x}{2x+8}$
- 9 ئەو ھاۋكىشەيه بنووسە لە سەر شىۋەى لارى يەكتەربىنى بۆ  
 ئەو راستەهیلەى بەم دوو خالە دا دەپوات  $(2, 7)$   $(3, -4)$
- 10 سەرەكانى نەخشە  $f(x) = x^2 - 8x + 12$  بدۆزەو.
- 11 ئەم برە ئەگەر لەتوانادابوو شىتەلبيكە.  $5x^2 + 10x - 40$
- 12 ئەم برە شىتەلبيكە  $8x^3 + 64$
- 13 ھاۋكىشەكانى ھەموو راستەهیلە دەرەكانى ناسۆيى  
 و ستوونى ئەم نەخشە پىژەيىيە بنووسە  $f(x) = \frac{(x+2)^2}{3x}$
- 14 ئەم برە ئەگەر شىتەل دەكرى، شىتەلبيكە.  
 $6x^2 + 8x - 15x - 20$
- 15 ئەم برە بۆ سادەترین شىۋە كورت بگەرەو.  
 $\frac{\frac{x+4}{9x^2}}{\frac{x-6}{3x^4}}$
- 16 كۆمەلەى شىكارى ئەم ھاۋكىشەيه بدۆزەو  $\frac{6x+2}{3x} = 6$
- 17 لارى ئەم راستەهیلە بدۆزەو  $y = 8$
- 18 چى پىويستە بخريته سەر برى  $x^2 + 8x$  بۆ ئەۋەى  
 بىيە دوو جاي تەواو.
- چالاكىيەكانى دەرەۋەى پۆل يانەى شەترەنج لە  
 قونابخانەيەكدا لە 12 ئەندام پىككەتە، كە 5 گەرە و 7 يان بچرە
- 19 چەند تىپ لە 6 ياريكەر پىككەت دەتوانرى پىككەيئىرئ  
 بەمەرچىك بە لايەنى كەمەو 3 گەرەى تىدابیئ.
- 20 چەند تىپ لە 6 ياريكەر پىككەت دەتوانرى پىككەيئىرئ  
 بە مەرچىك بە لايەنى كەمەو 3 بچووكى تىدابیئ.
- 21 چەند تىپ لە 6 ياريكەر پىككەت دەتوانرى پىككەيئىرئ  
 بەمەرچىك بە لايەنى زۆرەو 3 كورى تىدابیئ.
- بۆ خوڭشى كۆمەلەى جاۋدىرى كۆمەلەيەتى بە پىي ئەم  
 خشتەيەى خوارەو بەمليۇنان دىنار يارمەتى ھەزارانىدا  
 لە ماۋەى 12 مانگدا.
- |      |     |     |     |     |      |
|------|-----|-----|-----|-----|------|
| 14.8 | 2.5 | 2.9 | 3.0 | 3.7 | 4.0  |
| 5.7  | 4.8 | 4.2 | 5.6 | 6.1 | 10.6 |
- 22 ناۋەندى خەرجى مانگىك بدۆزەو.
- 23 مەودا و ليكنەچوون و لادانى ناۋەندى و لادانى  
 پىۋانەيى بۆ پىدراۋەكانى خشتەكە بدۆزەو.

بەشى ھەفتەم

# ئەندازە Geometry

1. ھەندىك لە دەسپىكەكانى ئەندازەى ئىقلىدس.

2. راستەھىلەكان و پروتەختەكان لە بۆشايىدا.

3. ويىنە بىنراوھكان.

4. چەندلا رىكەكان.

5. ھاوپىژەى ئەندازەىى.

6. بازنە.

پروژەى بەشەكە

پىداچوونەوھ

تاقىکردنەوھى بەش

تاقىکردنەوھى كەلەكەبوو



## ئەندازە Geometry

بەشى

7

ئەندازە زانستىكى كۆن و تازەيە لە يەك كاتدا. دووھزار سالا  
ئەندازە بەبى دابراڭ پېشەكەوئە. ئەندازە لەكۆنەو  
دەستپېكردووە و جىگاي خۆى كردهو لە كارەكانى ئەقلىدس و  
بەبەردەوامى لە بېرەودابوو تا دەگاتە كارەكانى فەيلەسوف و  
بىركارىزانى فەرەنسى پىنە دىكارت، تاكوگەيشتە سەردەمى تازە  
بەبەكارەينانى بژمىرەكان و بژمىرە پېشەكەوتووكان. لەم بەشەدا  
فېرى پەيوەندىيە بنەرەتەكان دەبىت كە پېكەينەرەكانى ئەندازە  
لە پروتەخت و بۆشايدا بەيەكەو دەبەستىتەو. ھەرەھا  
فېردەبىت چۆن تەنەئەندازە سى دوورىيەكان وئە بکەشيت لە  
پروتەختىكدا بەوشىوئەيە بىنەرەك دەبىنەت.  
ھەرەھا جىگۆركىيەكى ئەندازەيى نوئ فېردەبىت كە جياوازە  
لەو جىگۆركىيانەي فېرى بویت، بەوئى دوورىيەكان  
پارېزراونايت و ھەندى شتى تىرش فېردەبىت.

وانەكان

1. ھەندىك لە

دەسپەكەكانى ئەندازەي

ئىقلىدس.

2. راستەھىلەكان و

پروتەختەكان لە

بۆشايدا.

3. وئە بىنراوكان.

4. چەندلا پېكەكان.

5. ھاورپژەي ئەندازەي.

6. بازە

پروژەي بەش





### دەربارەى پروژەى بەش

پیشتر بىرکارىزان جورج بیل پىسايەكى بۇ پروبەرى چەندلا دۆزىبووۋە كە جياوازبوو لە پىساكانى پىش خۆى. لەمەودوا كاغەزى خالدار (بەيانى) بەكار دەھىننەت و ھەندىك خال بەيەكدەگەيەنەت بۇ ئەوۋى چەندلا يەكت دەستكەوئەت. و لەمەودوا شىوازىكت دەست دەكەوئەت كە پىگات پىدەدات بەدارپشتنى پىسايەك بۇ ھەژمىركردنى پروبەرى ئەم چەشنە چەندلايانە. لەدواى كۆتايى ھاتنى ئەم پروژەيە لە تواناتدا دەبئەت.

- پروبەرەكانى ھەندىك لە شىۋە ئالۆزەكان ھەژمىركەيت، بەبى بەكارھىنانى پىساكانى پروبەرە پەپرەوكرائەكان.

# هەندىك لە دەستپێكەكانى ئەندازەى

## ئىقليدس Building of Euclidean Geometry



### ئامانجەكان

- خال و راستەهێل و پروتەخت جيا دەکاتەوه.
- پارچە راستەهێل و تیشك و گۆشەو خالەكانى پێكى يەكتر لە يەك ناست دەناسێت.
- لەو بەلگەنەويستانە دەکۆڵێتەوه کە پەيوەندىيان بە خالەكان و راستەهێلەكان و پروتەختەکانەوه هەيه.



خەتى کاکيشانى لولوپيچ  $M31$  لە کۆمەڵەى ئەندرومید وەك هاوڕپى خەتى کاکيشانى ئیمە وایە. هەروەك خەتە کاکيشەکان لە ئەستىرەکان و هەسارەکان پێکدێن، ئاواش شیوە ئەندازەییەکان لە خالەکان پێکدێن.

### Basic elements in geometry

### پێکھاتە بنەرەتییەکانى ئەندازە

شیوە ئەندازە بنەرەتییەکان بریتیین لە خال و راستەهێل و پروتەخت. هەر ئەوانەش هەموو شیوەکان و تەنە ئەندازەییەکان پێکدێن. زاناكانى بىرکارى گەشتنە پێگایەكى داخراو لە پێناسەکردنى ئەم دانانە، ئەوەى لە سەرى پێکەوتن و پەسەندىانکرد کە ئەو دانانە وەرگیرى بێ ئەوەى پێناسەیان بکەن، لەگەڵ ئەوەى ئەو دانانە پێناسە نەکراون، دەتوانين لێیان بدوین. پێشەكى پێویستە بزانیین کە شیوەکان و تەنە ئەندازەییەکان لە جیهانى هەستپێکراوى ئیمە دانین، خال پێوانەى نییە، راستەهێل پانى نییە ئەم پەرتووکه نواندى شیوەکان و تەنە ئەندازەییەکانى تێدايە. بەلام نواندن شتێکە و شیوە و تەنى ئەندازەیی شتێكى ترە. شیوەکان و تەنە ئەندازەییەکان تیۆریانە تەنها لە هۆشمان هەيه. خال کاتى سەیرى ئاسمان دەکەیت لە شوێكى سامالدا هەندىک ئەستىرەى دوورى درەوشاو

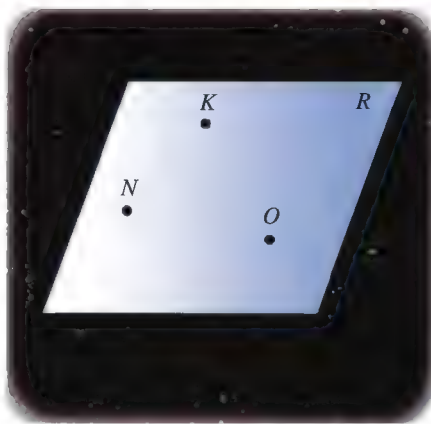


دەبینیت وا دەردەکەون کە خالێ. خال بەو شوێنەوارە دەنوێنرێت کە نوکی قەلەمەکە بەجێ دێلى لەسەر کاغەزەکە. پێوهرى ئەم نواندنە گەورە دەبێت و بچووک دەبێتەوه، لە کاتێک ئەو شوێنەوارەى کە خالەکە دەینوێنى پێوانەى نییە. زۆریەى کات پیتەکانى  $A, B, C, \dots$  بەکاردهێت بۆ ناولینانى خالەکان

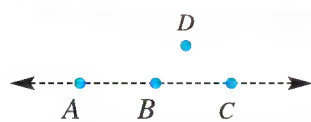


راستەهێل راستەهێلى ئەندازەیی پانى نییە. هێلێکە خواروخێچى تێدانیه، لە هەردوو سەرەوه بۆ ناکۆتا درێژدەبێتەوه بۆ ناولینانى راستەهێل ناوى دوو خالى جیاواز بەکاربهێنە کە پێياندا برپوات لەگەڵ دانانى نیشانهى تیر لەسەر هەردوو سەرەکانى و ئەم راستەهێلە بەم شیوەیه دەنووسرێت  $\overline{AB}$  کە ناوى ئەو راستەهێلەیه بە دوو خالى  $A, B$  دەپروات و دەتوانیت ناو لە راستەهێلەکە بنییت بەیەك پیت.





پووتەخت پوویەکی تەختە درێژدەبێتەو بۆ ناکۆتایی  
 لە ھەموو لایەکانەو. دەتوانیت بەشێک لە پووتەختێک  
 بنوێنیت بەھەر پوویەک کە بەرزو نزمی تیدانەبێت. وەک  
 پوویەکی مێژ، یان بەرگی پەرتووک. ئەو پووتەختە  
 لە وێنەی بەرامبەر دایە بەشێک لە پووتەختێک دەنویێ.  
 بۆ ناولێنانی پووتەخت ناوی سێ خال بنی کە  
 پووتەختەکە پێیاندا بپروات: دەلێن پووتەختی  $MNO$ ،  
 بەمەرجێک ئەو سێ خالە نەکەوونە سەر راستەھێڵێک و  
 دەتوانیت یەک پیت بەکاربھێنین بۆ ناولێنانی  
 پووتەختەکە. دەلێن پووتەختی  $R$ .



بەچەند خالێکی جیاواز دەلێن لە پێکییەکتەرن ئەگەر  
 بکەوونە سەر یەک راستەھێڵ. ئەم وێنەی بەرامبەر پوونی دەکاتەو  
 کە خالەکانی  $A$  و  $B$  و  $C$  لە پێکی یەکتەرن. دەلێن ژمارەییەک لە  
 خالە جیاوازان لە یەک ئاست دەبن ئەگەر بکەوونە ناویەک  
 پووتەخت. تێبینی ئەوە بکە کە دوو خال ھەمیشە لە پێکی یەکتەرن  
 و سێ خال ھەمیشە لە یەک ئاستدان.  
 خالەکانی  $C, B, A$  لە  
 پێکی یەکتەرن  
 خالەکانی  $D, B, A$  لە پێکی  
 یەکتەرن

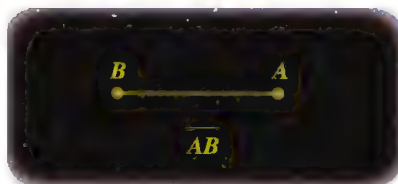
## پێناسەی شیۆ ئەندازەییەکان بەی پیکھاتە بنەرەتییەکانی ئەندازە

### Defining Figures in Terms of the Basics

دەتوانیت پێناسەی ژمارەییەک لە شیۆ ئەندازەییەکان بکەیت بە دەستپێکردن لە پیکھاتە بنەرەتییەکانی  
 ئەندازەو. لەمەودوا پێناسەی پارچە راستەھێڵ و تیشک و گۆشە دەکەین بەم شیۆی خوارەو.

#### Segment Definition پارچە راستەھێڵ

پارچە راستەھێڵ Segment بەشێکە لە راستەھێڵ لە خالێکەو دەستپێدەکات و لە خالێکی ترەو  
 کۆتایی Endpoints دێت. دوو سەرەکانی پارچە راستەھێڵەکە ئەو دوو خالە دیاریان دەکات.



بۆ ناولێنانی پارچە راستەھێڵ ناوی دوو سەرەکی  
 بەکاربھێنە، خەتێک لەسەر ھەردوو ناوەکە دا بنی. پارچە  
 راستەھێڵی  $\overline{AB}$  بریتییە لەو پارچە راستەھێڵە کە  $A$  و  $B$   
 دوو لایەکی دەنویێن.

#### Ray Definition تیشک

تیشک Ray بەشێکە لە راستەھێڵ کە لە خالێکەو دەست پێدەکات و درێژدەبێتەو بۆ ناکۆتایی  
 یەک ئاراستە. سەری تیشکەکە بریتییە لە خالی دەستپێکردنی Endpoints.

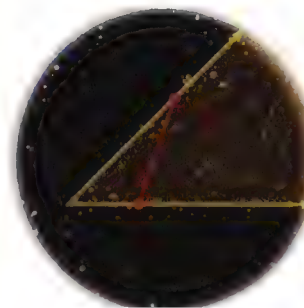


بۆ ناولێنانی تیشک ناوی خالی سەری تیشکەکە و ناوی  
 خالێکی تر بەکاربھێنە. نوسینی تیشکی  $\overrightarrow{XY}$  ئەو  
 دەگیەنێت سەری تیشکەکە ( $X$ ) ھو بەخالی  $Y$  دا دەروات.

## پېناسه‌ی ګۆشه Angle Definition

ګۆشه **Angle** ښووي ښه اندازه‌یبه له ښه‌نجامي به‌یه‌ک ګه‌یشتنی دوو تیشک په‌یداده‌یټ که ه‌مان خالی ده‌ستپ‌کردنیان ه‌یه. خالی ده‌ستپ‌کردنه‌ک سهری ګۆشه‌ک‌یه **Vertex** و دوو تیشک‌ه‌ک دوو لای ګۆشه‌ک‌یه **Sides**.

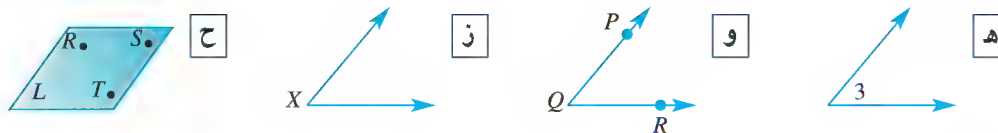
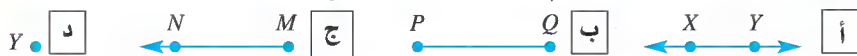
ګۆشه ښه‌ پروت‌ه‌خته‌ی که تی‌یدایه ده‌کات به دوو به‌شه‌وه دوو لاکانی ګۆشه‌ک‌ه جیایان ده‌کاته‌وه، ښه‌ دوو به‌شه بریتین له ناوه ګۆشه **Interior** و دهره‌ګۆشه **Exterior**. ښه‌ګر خالیکی سهر یه‌ک‌ک له دوو تیشکی ګۆشه بگه‌یه‌نیت به‌خالیکی تری سهر تیشک‌ه‌ک‌ه‌ی تر، ښه‌ پارچه‌ راسته هیله‌ی ښه‌ دوو خاله ده‌ګه‌یه‌نیت ده‌ک‌ه‌ویته ناو ګۆشه‌ک‌ه‌وه



بۆ ناولینانی هر ګۆشه‌یه‌ک ده‌توانریت یه‌ک‌ک له‌م سی پ‌ګایانه‌ی خواره‌وه به‌کاربه‌ی‌نریت پ‌ګای یه‌ک‌م دانانی پیت‌ک وهک  $D$  بۆ سهری ګۆشه‌ک‌ه و ده‌خوینریت‌ه‌وه به ګۆشه‌ی  $D$  و به‌شیوه‌ی  $\hat{D}$  ده‌نوسریت. پ‌ګای دووهم بۆ ورده‌کاری زیاتر، سی پیت به‌کارده‌ی‌نریت یه‌ک‌کیان بۆ سهری ګۆشه و دووانه‌ک‌ه‌ی تر ه‌ریه‌کیان ده‌ک‌ه‌ویته سهر لایه‌کی ګۆشه‌ک‌ه، وهک ګۆشه‌ی  $ABC$  که ده‌نوسریت به‌ شیوه‌ی  $BAC$  یا  $ABC$  ګۆشه‌ی  $CAB$  ده‌نوسریت به شیوه‌ی  $CAB$  سی‌یه‌م به دانانی په‌نوسیک له‌سهر ګۆشه‌ک‌ه وهک ګۆشه‌ی 3 ده‌نوسریت 3.



ناویک بنووسه بۆ ه‌ریه‌ک له‌م شیوه ښه‌ اندازه‌ی‌بانه‌ی خواره‌وه.



شیکار

- ا) راسته‌هیلی  $XY$  یا راسته‌هیلی  $YX$   
 ب)  $PQ$  یا  $QP$  یا پارچه راسته‌هیلی  $PQ$   
 ج) تیشکی  $MN$  یا  $MN$  خالی  $Y$   
 د)  $PQR$  یا  $RQP$  یا ګۆشه‌ی  $RQP$   
 ه)  $3$  یا ګۆشه‌ی 3  
 ز)  $\hat{X}$  یا ګۆشه‌ی  $X$   
 ح) پروت‌ه‌ختی  $TSR$  یا پروت‌ه‌ختی  $RTS$  یا پروت‌ه‌ختی  $STR$  یا پروت‌ه‌ختی  $SRT$  یا پروت‌ه‌ختی  $RST$  یا پروت‌ه‌ختی  $TSR$  یا پروت‌ه‌ختی  $L$ .

## ی‌ک‌تریرینی راسته‌هیله‌کان و پروت‌ه‌خته‌کان Intersection of Lines and Planes

دوو شیوه‌ی ښه‌ اندازه‌ی‌ی یا دوو تهنی ښه‌ اندازه‌ی‌ی یا شیوه ښه‌ اندازه‌ی‌یه‌ک و تهنیکی ښه‌ اندازه‌ی‌ی یه‌ک‌تری ده‌ب‌رن کات‌ک له خالیکی یا زیاتر هاویه‌شین. له‌م باره‌دا به‌کومه‌له‌ی خاله‌ هاویه‌ش‌ه‌کان ده‌وتریت یه‌ک‌تریرینی دوو شیوه‌ک‌ه یا دوو تهنه‌ک‌ه، یا شیوه و تهنه‌ک‌ه.



لەو چالاکيانەى كە لەوانەكەدايە، چەند ژمارەيەك لە بنەما بنەپرتيەكان يان بەلگەنەويستەكان  
لە ئەندازەدا فيردەبیت. ئەو بنەمايانە يەكتربرينى شيۆه ئەندازەيەكان و تەنەئەندازەكان  
دەگريتهوه. ئەم بەلگەنەويستەنە رستهى راستى شتەكانمان بۆ دلنایادەكەن بەبى سەلماندن.

## چالاکى

### دۆزینەوهى هەندىك بەلگەنەويست لە بارەى تويزینەوهى نموونەيەك

#### Discovering Geometry Ideas in model

دەتوانیت بروانیتە وینەى بەرامبەرت ئەمە نموونەيەكە بۆ ئەو شتانەى لە ژيانى پۆژانەمان  
دایە. وەك سندوق يان ژوور. هەر رستهيەك لەم رستانەى خوارەوه تەواويكە بۆ ئەوهى  
بەلگەنەويستەكەت دەستكەوێت.

1. سەرنجى نموونەكە بدە، دیاریكە چۆن راستەهێلەكان يەكترى دەبرن. يەكتربرينى دوو  
راستەهێل لە چى پيكدی؟

#### بەلگەنەويست

دوو راستەهێل لەيەك —  $\angle$  — يەكتردەبرن.

ژمارەى ئەو راستەهێلانە چەندن كە لە هەر سەريك لە سەرەكانى شيۆهكە يەكتر دەبرن؟ ئایا  
لەو برۋايەداى كە ژمارەيەكى زیاتر هەيە بۆ ئەو راستەهێلانەى كە لە خالێكدا يەكترى دەبرن.  
وەلامەكەت رۋونبەكرەوه بەبەكارهێنانى وینەكە.

2. بەسەرەنجەدانت لە نموونەكە جیاییكەرەوه، چۆن رۋوتەختەكان يەكترى دەبرن يەكتربرينى  
دوو رۋوتەخت لە چى پيكدی؟

#### بەلگەنەويست

دوو رۋوتەخت لەيەك —  $\angle$  — يەكترى دەبرن.

لە نموونەكە ژمارەى ئەو رۋوتەختانە چەندن كە لە هەر راستەهێلێكدا يەكتريان برۋوه؟ ئایا  
لەو ژمارەيە زۆرتر هەيە؟

3. سەرنجى دوو خالێ  $A$  و  $B$  بدە. چەند راستەهێل بەهەردوو خالەكەدا دەبرن؟ ئایا دەتوانیت  
بیر لە راستەهێلێكى تر بكەیتەوه كە بەودوو خالەدا ببرن.

#### بەلگەنەويست

تەنها يەك —  $\angle$  — بە دوو خالێ جیاوازدا دەبرن؟

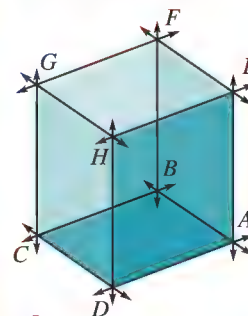
ئەو راستە هێلەى بە دوو خالێ  $A$ ،  $B$  دەبرن هێما دەكرى بە هێمای  $\overline{AB}$

4. سەيرى خالەكانى  $A$  و  $B$  و  $C$  بكە، ئایا لەپێكى يەكترن؟ چەند رۋوتەخت بەهەرسى خالەكەدا  
دەبرن؟ ئایا دەتوانیت بیر لە رۋوتەختێكى تر بكەیتەوه بەو سى خالەدا ببرن؟

#### بەلگەنەويست

تەنها يەك —  $\angle$  — بەسى خالدا دەبرن كە لەپێكى يەكترنەبن. ئەو رۋوتەختەى بەخالەكانى  
 $A$  و  $B$  و  $C$  دا دەبرن بەرۋوتەختى  $ABC$  دەناسریت.

#### ✓ خالێ چاودیڤى



#### ✓ خالێ چاودیڤى

#### ✓ خالێ چاودیڤى



#### ✓ خالێ چاودیڤى

پووتەختەكە لە پووتەختەكانى نموونەى پېشوو ھەلبژڧرە و دوو خال لە خالەكانى ھەلبژڧرە.  
ئەو راستەھيئلە ناو بنى كە بەو دوو خالەدا دەروات. ئايا ئەو راستەھيئلە بەتەواوى دەكەويئە ناو  
پووتەختەكەوھ؟

بەلگەنەويست

ئەو راستەھيئلەى دوو خالى جياواز لە پووتەختەكەدا دەگەيەنيئ دەكەويئە ناو \_\_\_\_\_ 5

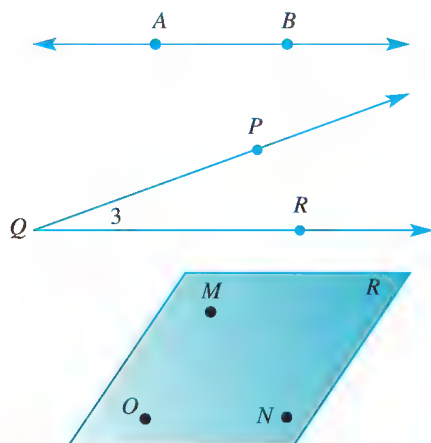
✓ خالى چاودېرى

## راھينان

### بەردەوامبوون لە بېر كاريدا

- 1 جياوازي چيە لە نيوان شيۆە ئەندازەيەكان و شتەكان لە ژيانى پۆژانەدا؟
- 2 سەرنجى پۆلەكەت بەدە. ئەو شتانە ديارىبەكە كە خال يان راستەھيئل يان پووتەخت دەنوئى.
- 3 بۆچى خالىك بەس نىە بۆ ديارىكردن و ناوانى راستەھيئلەك؟
- 4 بۆچى دوو خال بەس نىە بۆ ديارىكردن و ناوانى پووتەختەك؟
- 5 گرنگى پىزى خالەكان لەكاتى ناوانى تيشك چيە؟ ئەمە بە ويئە پرونبەكەرەوھ.

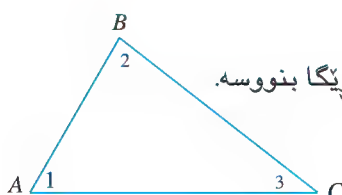
### راھينانى ئاراستە كراو



- 6 ئەم شيۆەيەى بەرامبەرت بەكاربھيئە بۆ ناولينانى خال و راستەھيئل و پارچە راستەھيئل و تيشك.
- 7 لە شيۆەى بەرامبەرت 4 ناو بۆ گۆشەكە بنووسە.
- 8 لە شيۆەى بەرامبەرت 3 ناو بۆ ئەم پووتەختە بنووسە.

### راھينان و جيەجىکردن

سيگۆشەكە بەكاربھيئە بۆ شيكارى پرسيارەكانى 9 تا 12



- 9 ھەموو پارچە راستەھيئلەكانى سيگۆشەكە بنووسە.
- 10 ھەموو گۆشەيەك لە گۆشەكانى سيگۆشەكە بەسى پىگا بنووسە.
- 11 دوو تيشكى ھەر گۆشەيەك لە گۆشەكانى سيگۆشەكە بنووسە.
- 12 ئەو پووتەختە بنووسە كە سيگۆشەكەى تىدايە.

نارەزووەکان وینەى ئەم حەوزە ماسییەى خوارەووە بەکاربەنە بۆ شیکاری پرسیارەکانى 13 تا 17 .  
 ئایا ھەریەک لە لە پیکەنەرەکانى حەوزەکە خال یان راستەھێڵ یان پروتەخت دەنۆینیت؟

- 13 لایەك لە لاكانى حەوزەكە 14 دەنكە لم  
 15 پوویەك لە پووەكانى حەوزەكە 16 پووی ئاوەكە  
 17 گۆشەيەك لە گۆشەكانى حەوزەكە



ئایا ئەم پستانەى خوارەووە لە ھەرپرسیاریك لە پرسیارەکانى 18-25 راستە یان ھەڵەيە.  
 ھۆیەكەى دیاریبکە.

- 18 راستەھێڵ خالى سەرى ھەيە  
 19 پروتەخت سنوورى ھەيە  
 20 ئەگەر سى راستەھێڵ لە خالىکدا يەكترى بېرن ئەوا دەکەونە يەك پروتەختەووە  
 21 دەكریت دوو پروتەخت لەگەڵ پروتەختى سىيەم يەكترى بېرن بەبى ئەوہى خويان يەكترى بېرن.  
 22 دەكریت سى پروتەخت لەيەك خالدا يەكترى بېرن.  
 23 كام دوو خال دەکەونە تەنها يەك پروتەخت.  
 24 كام سى خال دەکەونە تەنها يەك پروتەخت.  
 25 كام چوار خال دەکەونە تەنها يەك پروتەخت.

ئەم شىوہى بەرامبەر بەکاربەنە بۆ شیکاری پرسیارەکان لە 26 تا 30 .

26 ناوى راستەھێڵێك لە شىوہكە بنووسە، 3 ناوى تر بۆ ئەو راستەھێڵە بنووسە.

27 خالىك لە سەر راستەھێڵى  $l$  ناوینى

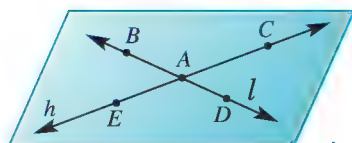
28 يەكتربېرنى دوو راستەھێڵ  $l$  و  $h$  ناوینى

29 گۆشەيەك لە شىوہكە ناوینى، سەرى ئەو گۆشەيە

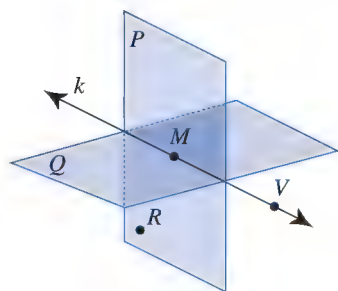
و ئەو دوو تیشكەى پیکەنەرە ناوینى.

30 ئایا دەتوانریت يەكێك لە گۆشەكانى شىوہكە ناوینى  $\hat{A}$

؟ ھۆى وەلامەكەت دیاریبکە



بروانه ئەم شیۆە بەرامبەرت بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 31 بۆ 33

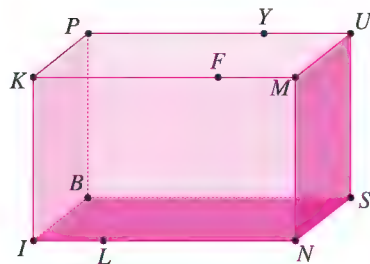


31 یەکتەر برپینی ھەردوو پووتەختی  $P$  و  $Q$  ناوینی.

32 راستەھێڵێک ناوینی کە بکەوێتە ناو پووتەختی  $Q$

33 خالێک ناوینی کە بکەوێتە ناو پووتەختی  $P$

ئەم شیۆە بەرامبەر بەکاربھێنە بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 34 بۆ 37



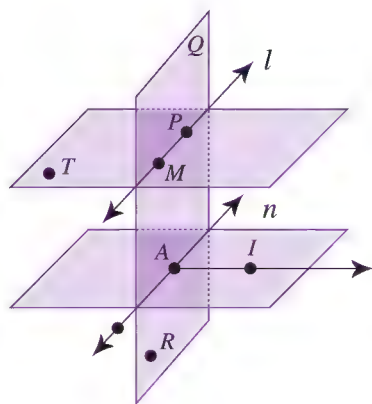
34 خالێک ناوینی لە سەر  $KM$

35 یەکتەر برپینی  $MN$ ,  $MU$  ناوینی.

36 سێ خال لە پێکی یەکتەری بن ناوینی.

37 دوو پارچە راستەھێڵ کە لە یەک ئاست بن ناوینی

بروانه شیۆە بەرامبەر بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 38 بۆ 40



38 یەکتەر برپینی دوو راستەھێڵ  $n$  و  $AI$  ناوینی

39 یەکتەر برپینی پووتەختی  $Q$  و پووتەختی  $MPT$  ناوینی.

40 سێ خال ناوینی کە لە یەک ئاست بن.

ژمارەى ئەو پارچە راستەھێڵە جیاوازەنەى کە دەتوانى ناوینى لە ھەریەک لەم

شیوانەى خوارەو ڤەندن؟ ھەریەکیان ناوینی.



44 رێسایەکی گشتی بنووسە بۆ دۆزینەوێ ژمارەى ئەو پارچە راستەھێڵانەى کە دەتوانى

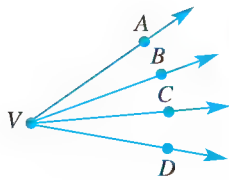
ناویان لێنرێت بە زانینى ژمارەى دیاى کراو  $n$  لە خالەکان کە دەکەونە سەر یەک

راستەھێڵ. پوونیکەو ڤۆن پێساکەت دۆزییەو.

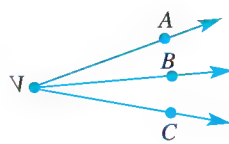
جەبەر



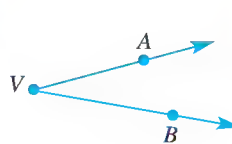
ژماره ی نهو گۆشه تیزانه ی که ده توانیت ناویان لی بنییت له هه ریه کیک له م شیوانه ی خواره وه چه ندن؟ ناوه کانیا ن دیاری بکه.



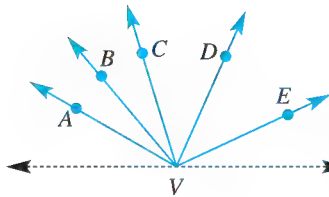
47



46



45



48 پرسیایه کی گشتی بنوسه بۆ دۆزینه وه ی ژماره ی نهو گۆشانه ی له 180 بچو و کترن که ده توانیت ناویان به ی نییت به زانیی ژماره یه کی دیاری کراو،  $n$  له و تیشکانه ی که هه مان خالی ده ست پیکردنیا ن هه یه پروو نی بکه ره وه چۆن دۆزیته وه. وای دابنی که هه موو تیشکه کان بکه ونه دیو یکی راسته هیله که وه. هه ره وک له م شیوه یه ی به رام به ر پروو نکرا وه ته وه



## روانین بۆ دوا وه

هاوکیشیه که به شیوه ی لاری - یه کتر پری بنوسه بۆ راسته هیلیک.

49 ته ری ب بی ت به راسته هیلی  $y = \frac{3}{4}x - 1$  و به خالی  $(-2, 5)$  دابرو ات.

50 نه ستون بی ت له گه ل راسته هیلی  $2x - 3y = 1$  و به خالی  $(-4, 2)$  دابرو ات.

جیا که ره وه ی نه م هاوکیشیه دوو جایانه هه ژماریه که و ژماره ی ره گه کانی دیاری بکه. پاشان ره گه کان هه ژماریه که

53  $x^2 - 6x + 8 = 0$

52  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

51  $x^2 - 6x + 12 = 0$

ژماره ی ریزکردنه کان یا ن ژماره ی گونجینه کان هه ژماریه که.

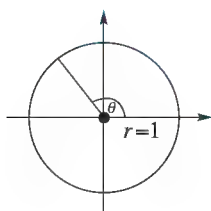
57  $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$

56  $\begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$

55  ${}_9P_7$

54  ${}_8P_3$

## روانین بۆ پیشه وه



$2\pi$  بریتیه له چۆوه ی باز نه یه که که چه که کی خالی بنه پته و نیوه تیره که ی 1 یه که یه له پرو ته ختی پۆ تاندا. ده توانی در یژ ی نه و که وانه ی که چه که گۆشه که ی  $\theta$  دیاری کردو وه بدۆزیته وه به م یاسایه.  $l = \frac{\theta}{360} \times 2\pi$  و در یژ ی که وانه که به  $l$  هیما ده کری ت.

در یژ ی که وانه که هه ژماریه که هه ریه که له م گۆشانه دیاری ده کات.

59  $\theta = 90^\circ$

58  $\theta = 180^\circ$

61  $\theta = 45^\circ$

60  $\theta = 360^\circ$

# راسته‌هیلەکان و پرووتەختەکان لە

## بۆشاییدا Lines and Planes in Space

وانە

2



### نامانجەکان

- پەيوەندیەکانی نیوان خالەکان و راستەهیلەکان و پرووتەختەکان لە بۆشاییدا جیادەکاتەوه.
- گۆشەى دوو پرووتەخت جیادەکاتەوه.

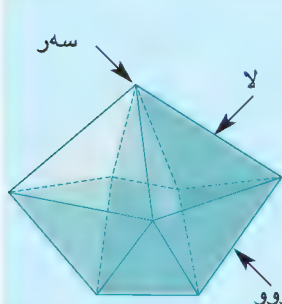
### بۆچی

تەبیئى تیکهه‌لکیشی راستەهیلەکان و پرووتەختەکان لە زۆرشتدا دەکەیت هەروەك چۆن بەردەکەوێت لە پارچەکانی کریستالدا. هەستکردن بە پەيوەندیەکانی نیوان پرووتەختەکان و راستەهیلەکان لە بۆشاییدا بە پێویست دادەنرێت بۆ تیکەبەستنێى زۆر لە بنیاتەکانی سەروشت.

### Figures in Space

### تەنە ئەندازەییەکان

زۆر پروووەکان **Polyhedron** تەنێکی داخراوه لەبۆشاییدا و لە ژمارەیهك پرووی تەخت پێکدێت کە هەریەکەیان شیوێ چەندلایەك وەردەگرێ.



### Polyhedron زۆر پروووەکان

زۆر پروووەکان تەنێکی داخراون لە بۆشاییدا لە ژمارەیهك پرووی تەخت پێکدێت هەریەکەیان شیوێ چەندلایەك وەردەگرن. ئەو چەند لایانە پێیان دەوترێت پروووەکانی **Faces** تەنەکە. ئەم پرووانە یەکتەری دەبێن لەچەند پارچە راستەهیلێك کە پێیان دەوترێت لاکانی زۆر پروووەکە. سەرەکانی زۆر پروووەکان بریتین لە سەرەکانی چەندلاکانی کە پروووەکانیان **Vertices** پێکەیناوه.

هەندێك پروو هەیه لەوانەى تر زۆرتر دەیان ناسی وەك خشتەك (شەشپالۆ)، شەشپالۆ تەنێکی بۆشایی گره شەش پروو و 12 لا و 8 سەری هەیه. شەشپالۆو کە بەسێفەتێکی گەرم ناسراوه ئەوەش ئەوەیهکە هەموو پروووەکانی چوارگۆشەى جووتن لەسەریەکتەری و هەرسەرێك لە سەرەکانی خالی بەیهکگەیشتنی سێ پروویەتی و پێی دەوترێت زۆر پرووی **Regular Polyhedron**. بەشیوێیهکی گشتی بەزۆر پروویەك دەوترێت **Regular** ئەگەر هەموو پروووەکانی چەندلای جووت بن، و هەر سەرێك لە سەرەکانی خالی بەیهک گەیشتنی هەمان ژمارەى پروووەکان بێت.

## راسته‌هیل‌ه‌کان و پروت‌ه‌خته‌کان له بۆشایی ریڤای هه‌نگاو به هه‌نگاو

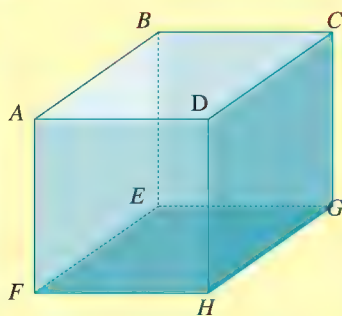
### Lines and Planes in Space: A Step-by-Step Procedure

له‌م چالاکیانه‌ی خواره‌وه له‌مه‌ودوا چه‌ند بۆچونیک د‌ه‌دۆزیت‌ه‌وه له‌ باره‌ی په‌یوه‌ندیه‌کانی نیوان پروت‌ه‌خته‌کان و راسته‌هیل‌ه‌کان له‌ بۆشاییدا و هه‌ل‌ده‌ستیت به‌ پر‌ه‌ویندانیان.

#### چالاکی 1

### راسته‌هیل و پروت‌ه‌خته ته‌ریبه‌کان له‌بۆشاییدا

#### Plane and Parallel Lines in Space



به‌شی یه‌که‌م

1. شه‌شپالویه‌ک بکێشه و سه‌ره‌کانی ناوینی هه‌روه‌ک پوونکراوه‌ته‌وه له‌ شیوه‌ی به‌رامبه‌ردا. ناوی لاکانی ستونی شه‌شپالویه‌که بنووسه. ئایا وا د‌ه‌رده‌که‌وێت که هه‌ردوو راسته‌هیلی  $AE$  و  $CG$ ، له‌یه‌ک پروت‌ه‌خت‌دان؟ وا د‌ه‌رده‌که‌ون که ته‌ریبن به‌یه‌که‌تری؟ ئایا له‌و باوه‌ر‌ه‌دا‌یت که ئەم دوو راسته‌هیل به‌یه‌که‌گه‌ن کاتی‌ک درێژ‌بک‌ری‌نه‌وه تاناکۆتا؟

2. کام له‌ لایه‌کانی شه‌شپالویه‌که ته‌ریبن به‌یه‌که‌تری؟

3. ئایا لێ‌رده‌دا لا هه‌یه ته‌ریب نه‌بی‌ت له‌گه‌ل ئەوه‌ی به‌یه‌که‌تری ناگه‌ن ئەگه‌ر درێژ‌یش بک‌ری‌نه‌وه بۆ ناکۆتا؟ هۆیه‌که‌ی دیاریبکه. به‌م راسته‌هیلانه‌ی که ئەم لایه‌نه د‌ه‌نوینن پێیان ده‌وتریت ته‌کولو Skew چوار جووت له‌و راسته‌هیل به‌ت‌ه‌کولو‌یانه دیاریبه‌که له‌ویننه‌که‌دا

به‌شی دووه‌م

1. ژماره‌ی پروه‌کانی شه‌شپالویه‌که چه‌ندن؟ کام له‌م پروانه ته‌ریبن به‌یه‌که‌تری؟
2. پێناسه‌ی تایبه‌تی خۆت بنووسه بۆ پروت‌ه‌خته ته‌ریبه‌کان. به‌ته‌واوکردنی ئەم پرسته‌یه‌ی خواره‌وه.

✓ خالی چاودێری

✓ خالی چاودێری

### پێناسه‌ی پروت‌ه‌خته ته‌ریبه‌کان Parallel Planes

دوو پروت‌ه‌خت ته‌ریب ده‌بن ته‌نها ئەگه‌ر \_\_\_\_\_.

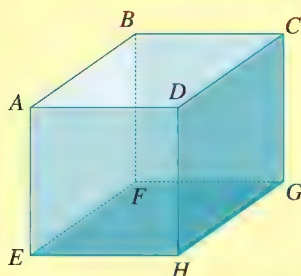
دوو شیوه‌ی ئەندازه‌یی ته‌ریب ده‌بن، ته‌نها ئەگه‌ر بکه‌ونه دوو پروت‌ه‌ختی ته‌ریب.

تێبینی

#### چالاکی 2

### Segments and Plane

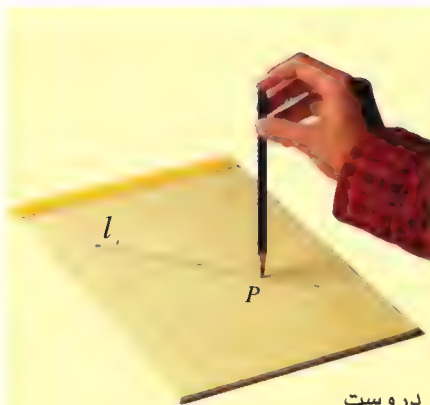
### پارچه راسته‌هیل‌ه‌کان و پروت‌ه‌خته‌کان



به‌شی یه‌که‌م

1. هه‌ر راسته‌هیلێک لایه‌ک له‌ لاکانی شه‌شپالوی به‌رامبه‌ر د‌ه‌نوینیت ئەستون ده‌بی‌ت له‌ سه‌ر دوو پروی جیاوازی خشته‌که‌که. لیستێک دروست بکه به‌و راسته‌هیلانه‌ی لاکانی خشته‌که‌که‌یان پیکه‌یناوه له‌گه‌ل دیاریکردنی دوو پروی ئەستون له‌گه‌ل هه‌ریه‌ک له‌و راسته‌هیلانه.





2. که ده‌لین راسته‌هیلک ئەستونە له‌گه‌ڵ پرووته‌ختیک ئەمه مانای چی ده‌به‌خشیت بۆتۆ؟ راسته‌هیلک  $l$  له‌سه‌ر کاغه‌زیک بکێشه و خالێکی وه‌ک  $P$  ی له‌سه‌ر دیاریکه. قه‌له‌مه‌که له‌سه‌ر پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که به‌ستوونی پاگره و سه‌ره‌که‌ی له‌ خالی  $P$  بێت. ئایا قه‌له‌مه‌که له‌سه‌ر راسته‌هیلک  $l$  ئەستون ده‌بێت.

3. ئایا ده‌توانیت قه‌له‌مه‌که لاریکه‌یتوه به‌مه‌رجیک هه‌ر ئەستون بێت له‌سه‌ر راسته‌هیلک  $l$  به‌بێ ئەوه‌ی ئەستون بێت له‌سه‌ر پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که؟ وێنه‌یه‌ک دروست بکه، ئەم وه‌لامه‌ت پروونبکاته‌وه.

4. وێنه‌ی راسته‌هیلکی تازه  $m$  بکێشه که به‌ خالی  $P$  دا بپرات. سه‌ری قه‌له‌مه‌که له‌سه‌ر خالی  $P$  دا بنی، به‌مه‌رجیک قه‌له‌مه‌که ئەستون بێت له‌گه‌ڵ هه‌ریه‌ک له‌ دوو راسته‌هیلک  $l$  و  $m$  په‌یوه‌ندی نیوان قه‌له‌مه‌که و پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که چ جو‌ره‌ په‌یوه‌ندیه‌ک ده‌بێت؟

5. ژماره‌یه‌کی تر راسته‌هیل بکێشه که به‌ خالی  $P$  دا بپۆن. ئەگه‌ر قه‌له‌مه‌که ئەستون بێت له‌سه‌ر پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که، ئایا ئەستون ده‌بێت له‌گه‌ڵ ئەو راسته‌هیلانه‌ی که‌له‌خالی  $P$  کێشراون.

6. پێناسه‌ی تایبه‌تی خۆت بنوسه بۆ راسته‌هیلک ئەستون له‌سه‌ر پرووته‌خت به‌ ته‌واوکردنی ئەم پرسته‌یه‌ی خواره‌وه.

✓ خالی چاودێری

#### پێناسه

راسته‌هیلک ئەستون ده‌بێت له‌سه‌ر پرووته‌ختیک له‌ خالێک له‌ خاله‌کانیدا ئەگه‌رو ته‌نها ئەگه‌ر ئەستون بێت له‌سه‌ر هه‌موو ئەو راسته‌هیلانه‌ی ده‌که‌ونه‌وه پرووته‌خته‌که‌وه و ده‌پۆن به \_\_\_\_\_ ؟



#### به‌شی دووهم

راسته‌هیل ته‌ریب ده‌بێت به‌پرووته‌ختیک ئەگه‌ر نه‌یبرێت.

1. هه‌موو لایه‌ک له‌ لا‌کانی شه‌شپالوویه‌ک ته‌ریبه به‌ دوو پروو له‌ پرووه‌کانی شه‌شپالووه‌که (سه‌یری پرسپاری 1 له‌ به‌شی یه‌که‌م بکه) لیستی‌ک دروستبکه به‌ لا‌کانی شه‌شپالووه‌که، دوو پرووی ته‌ریبی به‌رامبه‌ری هه‌ر لایه‌ک دیاریبکه.

2. راسته‌هیلک  $l$  له‌ سه‌ر کاغه‌زیک بکێشه. قه‌له‌مه‌که‌ت بگره

به‌مه‌رجیک به‌رزتر بێت له‌ پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که و ته‌ریب بێت

به‌راسته‌هیلک  $l$ . ئایا قه‌له‌مه‌که‌ وای دیارد ده‌بێت که ته‌ریب بێت به‌ پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که؟

3. قه‌له‌مه‌که بسورپێنه به‌مه‌رجیک هه‌ر ته‌ریب بێت به‌ پرووته‌ختی کاغه‌زه‌که و بێ ئەوه‌ی ته‌ریب

بێت به‌ راسته‌هیلک  $l$ . ئایا له‌و برپایه‌ دا‌یت که له‌ توانات دا ده‌بێت راسته‌هیلکی تر

بکێشیت له‌ کاغه‌زه‌که‌دا به‌مه‌رجیک ته‌ریب بێت به‌ قه‌له‌مه‌که‌ له‌و باره‌ی تازه‌یدا؟

4. سیفه‌تیک له‌ سیفه‌ته‌کانی راسته‌هیلک ته‌ریب به‌ پرووته‌ختیک بنوسه به‌ ته‌واوکردنی ئەم پرسته‌یه‌ی خواره‌وه.

✓ خالی چاودێری

#### پێناسه

راسته‌هیلک ته‌ریب ده‌بێت به‌پرووته‌ختیک نه‌که‌وێته ناویه‌وه ئەگه‌رو ته‌نها ئەگه‌ر ته‌ریب بێت به \_\_\_\_\_ بکه‌وێته ناو ئەو پرووته‌خته.

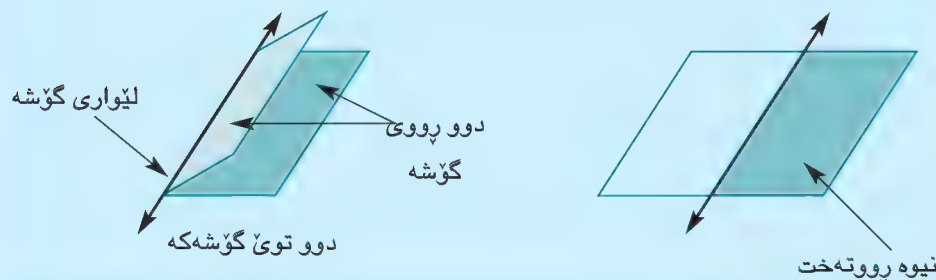


ھەر راستەھێڵێک بکەوێتە پرووتهختێکەوە دابەشی دەکات بە دوو بەشەو ھەربەشێکیان پێی دەوترێت نیوہ پرووتهخت و بەو راستەھێڵە دەوترێت لیواری نیوہ پرووتهختەکە.

### Dihedral Angle دوو تۆی گۆشه

دوو تۆی گۆشه Dihedral Angle بریتییه لەو شێوہ بۆشاییە کە لە دوو نیوہ پرووتهخت پێکدێت کە ھەمان لیواریان ھەیە.

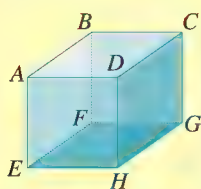
ھەریەک لە دوو نیوہ پرووتهختەکە پێی دەوترێت پرووی Face گۆشەکە و بەلیواری ھاوبەشەکە ی نیوانیان دەوترێت لیواری گۆشەکە Edge of the Angle.



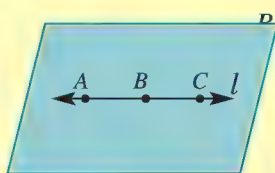
### چالاکی 3

#### Measure of a Dihedral Angle

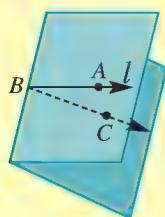
#### پێوانی دوو تۆی گۆشه



1. ھەندێک پرووەکانی شەشپالو دوو تۆی گۆشە و ھەستاویک دینن (واتە ئەو دوو پرووی ئەستوون لە سەر یەکتەری). ھەر پروویەک لە پرووەکانی شەشپالووەکە ئەستون دەبێت لەگەڵ ژمارەیکە لە پرووەکانی تر. ئەو ژمارەیکە چەند دەبێت؟



2. راستەھێڵێکی ئاسۆیی  $l$  لەسەر کاغەزێک بکێشە و لەسەر ئەو راستەھێڵە سێ خاڵی  $A$  و  $B$  و  $C$  دیاریکە بەمەرجێک خاڵی بکەوێتە نیوان ھەردوو خاڵەکە ی تر. کاغەزەکە بنوشتێنەو بە مەرجێک ھەردوو نیوہی راستەھێڵی  $l$  کە سنوردراو بە خاڵی  $B$  جووتبن، پەيوەندی چییە لە نیوان راستەھێڵی نوشتیئراو و راستەھێڵی  $l$  ؟



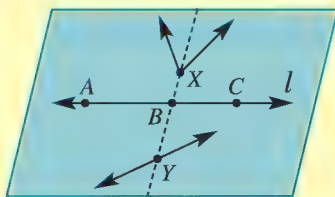
3. کاغەزەکە لەسەر خۆ بکەوہ بۆ ئەوہی دوو تۆی گۆشەیکە دەست بکەوێت پێوانە ی گۆشە ی  $ABC$  دادەنرێت بە پێوانە ی دوو تۆی گۆشەکە.

4. پێناسە ی تایبەتی خۆت بنوسە بۆ پێوانە ی دوو تۆی گۆشە بە تەواوکردنی ئەم رستەییە ی خوارەوہ.

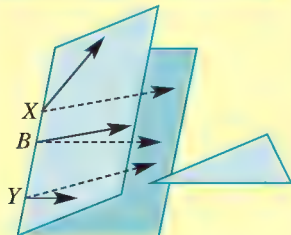
✓ خاڵی چاودێری

#### Measure of a Dihedral Angle پێوانە ی دوو تۆی گۆشه

پێوانە ی گۆشەیکە سەرەکە ی لەسەر لیواری دوو تۆی گۆشەکە بێت و دوو لاکانی \_\_\_\_\_ ؟  
لەگەڵ ئەو لیواری، و ھەریەکێکیان بکەوہ پروویەک لە دوو پرووی دوو تۆی گۆشەکەوہ.



5. کاغذ مکعبی و پایبند. راسته‌های دو نوشتن را به یکدیگر و دو خالی X و Y را به یکدیگر. له و دو خالی را به یکدیگر. دو تیشک یکدیگر که هر یک یک بکعبه و لایه‌های راسته‌های نوشتن را به یکدیگر و هر یک له و یکدیگر به یکدیگر پروانکراوه‌ها



6. کاغذ مکعبی تر بنویسید. له دوایدا پارچه کاغذ مکعبی به وردی ببر که بتوانید یکدیگر به نام و دو گوشه جیاوازه‌کان که در دست بود له نه‌جانی تیشک کشید و کان، شیوه‌کانی پارچه کاغذ مکعبی ده‌ست که دو به‌راوردی که. نایا پیوانه‌ی له و گوشه‌های در دست بود له نه‌جانی کشید تیشک‌کان به‌کسان به پیوانه‌ی ABC یان جیاوازه لی؟

✓ خالی جاودیری

7. له و سی گوشه‌های له پرسیاری 6 ده‌ست که دو و پیوانه‌های به‌راوردی که، کام گوشه‌های به‌جود که؟ کام گوشه‌های گه‌ورتره؟ له نه‌جانی به‌کار به‌یله بؤ له و پروانیکه‌ها و بؤچی دو توئی گوشه ده‌پوری به پیوانی له و گوشه‌های دو لاکه‌ی له‌ستون له‌سەر لیواری دو گوشه‌ها.

تیبینی: 1. پیوانه‌ی دو توئی گوشه به‌کسان به پیوانه‌ی پروو گوشه‌های 2. پروو گوشه بؤ دو توئی گوشه له و گوشه‌های که دو لایه‌کانی له‌ستون له‌گه‌ل لیواری دو توئی گوشه‌ها و هر یک یکدیگر ده‌کونه پرویه‌ک له دو پروو که‌ها.

## راه‌ن

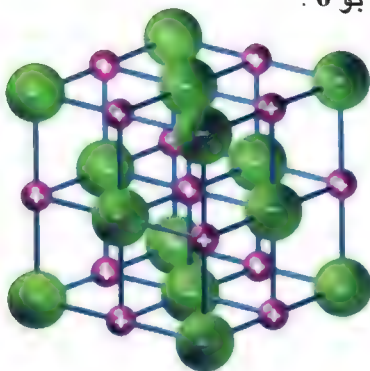
### به‌رده و امبون له بیر کاریدا

1. له بؤشاید که دو راسته‌های له‌ستون بن له‌سەر راسته‌های سی‌هم. نایا له و دو راسته‌های به‌یکدیگر تهریب ده‌بن؟ هوئی وه‌لامه‌کته پروونیکه‌ها.

2. له‌گه‌ر راسته‌های یکدیگر به‌ویده پرووته‌ختی و له‌ستون بی‌ت له‌سەر راسته‌های یکدیگر تر که نه‌کونه‌ها پرووته‌خته‌ها، نایا راسته‌های دوهم له‌ستون ده‌بی‌ت له‌سەر پرووته‌خته‌ها؟ هوئی وه‌لامه‌کته بنووسه.

3. له‌گه‌ر راسته‌های یکدیگر له‌ستون بی‌ت له‌سەر دو راسته‌های به‌یکدیگر نایا له‌ستون ده‌بی‌ت له‌سەر پرووته‌خته‌های؟ هوئی وه‌لامه‌کته دیاربکه

له و شیوه‌های به‌رامبه‌ر یکدیگر سی‌جایی نمونه‌ی کریستالی کلوریدی سدیم پرونده‌کاته‌ها. خاله‌کانی به‌یکدیگر نایا له‌سەر پارچه راسته‌های که ده‌بینیت نایان لی‌بنی و به‌کاریان به‌یله بؤ شیکارکردنی پرسیاره‌کان له 4 بؤ 6.



4. دو پارچه راسته‌های تهریب به‌یکدیگر دیاربکه. و هوئی تهریب بونه‌های پروونیکه‌ها.

5. دو پرووته‌ختی تهریب به‌یکدیگر دیاربکه. هوئی تهریب بونه‌های پروونیکه‌ها.

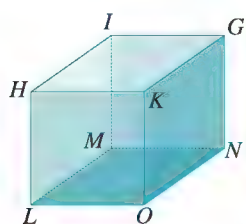
6. دو پرووته‌ختی له‌ستون دیاربکه. هوئی له‌ستون بونه‌های پروونیکه‌ها.

جبه‌جیکردنه‌کان

کیمیا

## راهنای تاراسته کراو

وینهی نهم خسته کهمی بهرامبهرت بهکاربهینه بو شیکارکردنی پرسپارهکانی 7 تا 11



7 دوو جووت له لاتهریبهکان دیاربکه

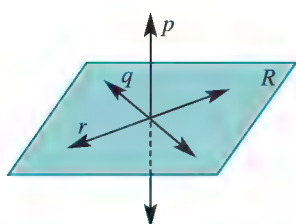
8 دوو جووت له لا تهکولۆکان دیاربکه

9 دوو جووت له پوو تهریبهکان دیاربکه

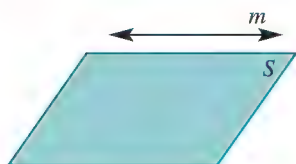
10 دوولا دهستنیشانیکه و نهو پرووتهختانه دیاربکه که ئهستونن لهسهر ههر یهکێکیان.

11 دوو جووت له لاتهریبهکان دیاربکه

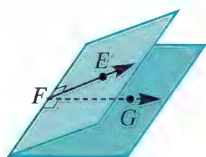
که ناکهونه ناو یهک پوهوه.



12 راستههێلی  $p$  له وینهی بهرامبهر ئهستونه لهسهر پرووتهختی  $R$  پهیوندی نیوان راستههێلی  $p$  و راستههێلی  $q$  و ههروهها نیوان راستههێلی  $p$  و راستههێلی  $r$  چیه؟

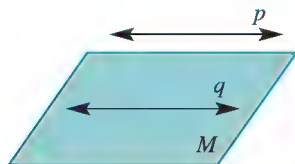


13 له وینهی بهرامبهر راستههێلی  $m$  تهریبه به پرووتهختی  $S$ , پهیوندی نیوان راستههێلی  $l$  و نهو راستههێلی دهکهوێته پرووتهختی  $S$  و چیه؟

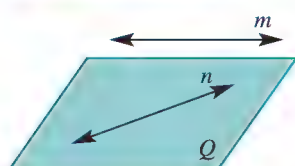


14 له وینهی بهرامبهردا پێوانهی دوو توێ گۆشهکه چهنده؟

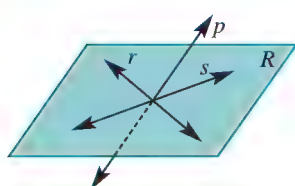
## راهنای و جیه جیکردن



15 له وینهی بهرامبهردا راستههێلی  $p$  تهریبه بهراستههێلی  $q$  پهیوندی چیه له نیوان راستههێلی  $p$  و پرووتهختی  $M$



16 له وینهی بهرامبهر راستههێلی  $m$  تهریب نییه به راستههێلی  $n$ . چی دهلێیت به پهیوندی نیوان راستههێلی  $m$  و پرووتهختی  $Q$ ؟ پوونیکهوه.



17 له وینهی بهرامبهردا راستههێلی  $p$  ئهستوونه لهسهر راستههێلی  $r$  و ئهستوون نیه لهسهر راستههێلی  $s$  چی دهلێیت به پهیوندی نیوان راستههێلی  $p$  و پرووتهختی  $R$ ؟

ئايا ئەم پستانە لە ھەر پرسىارىك لە پرسىارەكانى 18-22 پاستن  
يا ھەلەن؟ بۆچونەكانت بە وینە پروونبکەرەو.

- 18 ئەگەر دوو پاستەھیل تەریب بن بە پاستەھیل سێیەم ئەوا خوشیان تەریب دەبن.
- 19 ئەگەر دوو پرووتەخت تەریب بن بە پرووتەختى سێیەم ئەوا خوشیان تەریب دەبن.
- 20 ئەگەر دوو پرووتەخت ئەستون بن لەگەڵ پرووتەختى سێیەم ئەوا خوشیان تەریب دەبن.
- 21 ئەگەر دوو پرووتەخت ئەستون بن لەگەڵ پاستەھیل ئەوا خوشیان تەریب دەبن.
- 22 ئەگەر دوو پاستەھیل ئەستون بن لەگەڵ پرووتەختى ئەوا خوشیان تەریب دەبن.

ئەو نمونەییەى كە دروستى دەكەیت بە پێى پێنمايەكان لە پرسىارى 23  
بەكارىبھێنە بۆ شىكارکردنى پرسىارەكان لە 24 تا 26 .



- 23 پارچە کارتۆنىكى لاكیشەيى بنوشتینەو، لەسەر یەكێك لە  
دوو بەشەكەى، دوو پاستەھیل  $AB$  و  $CD$  بکێشە بە  
مەرجێك  $AB$  ئەستون بێت لەسەر هیلە نوشتاوەكە،  
پاستەھیل  $CD$  ئەستون نەبێت لەسەر هیلە نوشتاوەكە  
پارچەيەك بپرە بە پێى دوو پاستەھیلەكە و دەستپێكە لە  
هیلەى نوشتانەوێكە. ئەو دوو پارچە براوەى كە دروست  
كردن بخەرە ناوێكە بۆ دروست كردنى نمونەيەك.  
24 لە دوو پارچە براوەكە كامەیان ئەستون نییە لە سەر  
هیلەى نوشتنراو؟  
25 لە دوو پارچە براوەكەى خراوتە نیوانەكەو كامەیان  
دەتوانى بەكاربھێنرێت بۆ پێوانى دوو توى گۆشەكە؟  
26 كام لە دوو توى گۆشەكە كە سنووردراو بە  
دوو پارچەكانى دانراو گەرەترین پێوانەى ھەیە؟







پرگاڭ و راسته بهكاربهيته بۆ كيښانى ويښهكان له پرسپارهكانى 27 بۆ 30 .

27 گۆشهى  $ABC$  بكيشه و له دوايدا كۆپيهكى وهك خۆى دروستبكه.

28 پارچه راستههيلىك بكيشه و له دوايدا تهوهرهكهى دروستبكه.

29 راستههيلى  $FG$  و خالى  $H$  كه دهكهويته دهرهوهى بكيشه. ئه و راستههيلى

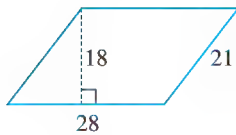
دروستبكه كه بهخالى  $H$  دادهروات و تهريبه به راستههيلى  $FG$  .

30 سيگۆشهيهك بكيشه له دوايدا كۆپيهكى وهك خۆى دروستبكه.

پووبهري ئهم چهندياننه ههژماربكه:

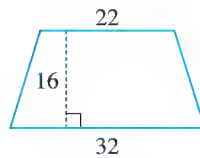
لاتهريب

33



نيمچه لاتهريب

32



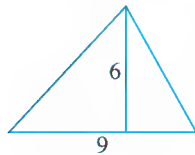
چوارگۆشه

31



سيگۆشهى جبالا

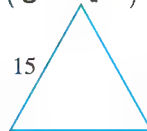
36



سيگۆشهى ريك

35

( لا يهكسان )



سيگۆشهى وهستاو

34



تهنها سى دهنكه شقارته بجوليڻه لهم  
ويښهيهى خوارهوه بۆ ئهوهى ويښهيهكت  
دهستكهويٽ تنها سى سيگۆشهى  
تيڊايٽ.

38

تهنها دوو دهنكه شقارته بجوليڻه لهم  
ويښهيهى خوارهوه بۆ ئهوهى ويښهيهكت  
دهستكهويٽ تنها سى سيگۆشهى  
تيڊايٽ.

37

بهرهنگارى





ئامانجەکان

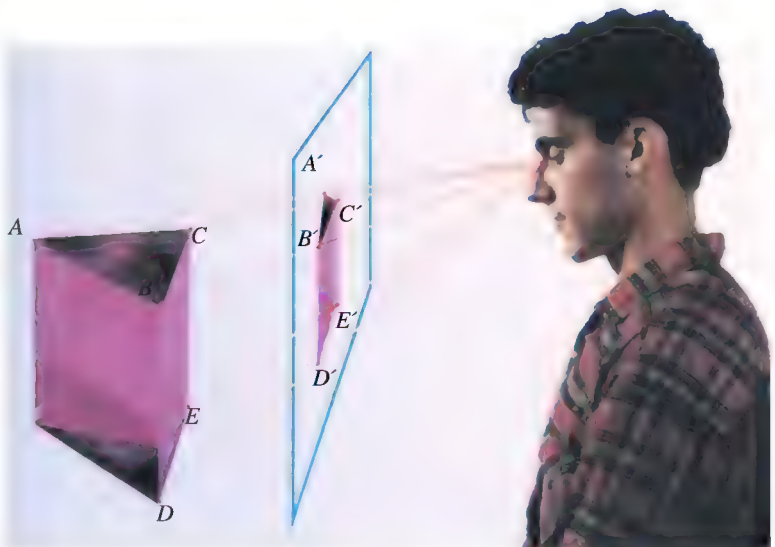
- چەمکە بنەرەتییەکانی وینە بینراوەکان دەناسێت.
- ئەو چەمکانە بۆ کێشانی وینە بینراوەکان بەکار دەهێنێت.

هونەرمەندە ئوروپییەکان لە چەرخێ سەرھەڵدان، لە نیوان ھەردوو سەدەی چوارە و شازدە زایینی گەرانیوە بۆ دواوە و دۆزیانەوێ چۆن ھەستیەکێ قوڵ لە وینەکان و تابلۆ ھونەریەکان پەیدا بکەن. بە دەستی کردن لە کارە ھونەریە کلاسیکیەکانی یۆنان و رۆمان دەتوانیت تێبینی ئەو بکەیت چۆن کارەکانی پێشوو لە سەردەمی راپەرین دەردەکەوێت (لە وینە لای راست) بەبەر اورکردن لە گەڵ تابلۆکانی ئەم سەردەمە (لە وینە کە لای چەپ).

Windows to Reality وینە بینراو پەنجەرەیک لە سەر ژیاڵی رۆژانە

رێگاکانی وینە بینراوەکانی نوێ لە سەردەستی تەلارسازی ئیتالی فلیپ برنولیتشی دۆزیانەوێ (1377-1466م). ئەم رێگایانە پشت دەبەستن بە بیرۆکەیکە بنەرەتی ئەویش بریتییە لەوەی کە وینە وەک پەنجەرە وایە. ئەو ھونەرمەندە ھەول دەدات تابلۆیک بکێشێت یان ئەو کەسێ سەیری تابلۆیکە ھونەری ئامادەکراو دەکات، لە رێگای وینە کە شتە راستەقینەکان ببینێت کە تابلۆکە دەینوێنێت. کاتی کە سێک دەروانی پێت ھێڵەکانی بینینی خەیاڵی دادەنێت، کە چاوی ھەموو خاڵە جیاوازەکانی ئەو شتە پێکھێناوە بەیەکەوێ دەبەستیت. وادابنی لێرەدا رۆتەختێک ھەیە (شووشە) بکەوێتە نیوان چاوی بینەر و ئەو شتە سەیری دەکات. ھەموو ھێڵەکانی پوانینی ئەم رۆتەختە بریتییە لەو خاڵانەی کە وینە شتە پێکدێنێت. وا دەردەکەوێت ھەر وەک جیکەوتە کە بێت لە سەر رۆتەختە کە، بۆیە دەتوانین بڵێین وینە شتێک بریتییە لە جیکەوتە کە لە

سەر رۆتەختی وینە کە Picture Plane



پەنجەرە رۆتەختی وینە کە جیکەوتی ئەو دەیبینیت لە خۆدەرگێت



ھونەرمەندى ئەلمانى ئەلبەرت دو  
سەردانى ئىتالىيەي كرد بۇ فىرېبونى  
تەكنىكى وىنە بىنراۋەكان لەدوايىدا  
ۋىنەى كۆمەللىك كارى ھونەرى كىشا  
كە ھونەرمەندەكان ئەم جۆرە  
تەكنىكەيان تىدا بەكارھىناۋە ھەروەك  
لەم تابلۆيەى بەرامبەردا دەردەكەۋىت.

سەيرى تابلۆكەى (دورر) لەسەرەۋە بكە و باسىبكە چۆن ھونەرمەند ئەو تەكنىكەى بەكارھىناۋە  
بۇ پروونكردنەۋەى جىكەۋتى شتىك لەسەر پرووتەختى وىنەكە.

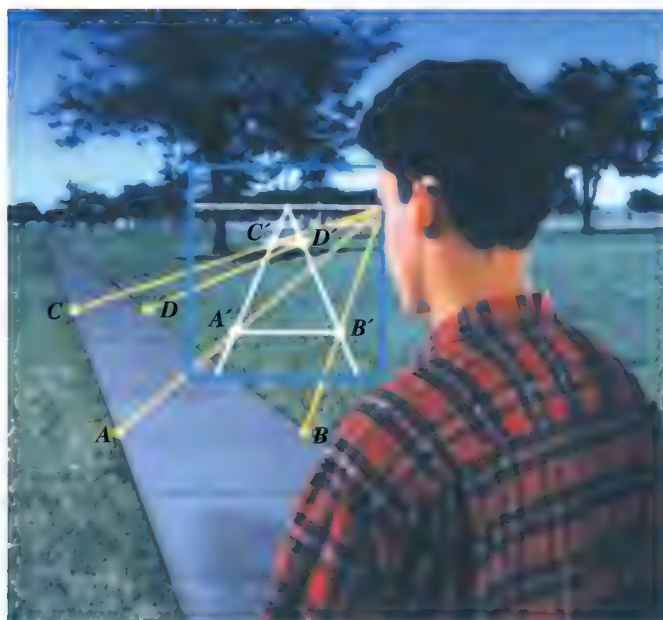
✓ خالى چاۋدىرى

### ھىللە تەرىپىيەكان و خالى پوكانەۋە Parallel Lines and Vanishing Points



ئايا سەرنجىت داۋە كە دوولاي ھىللى ئاسن يان دوولاي  
پىگايەكى درىژى راست وا دەردەكەۋن كە لە دورر  
بەيەكتى دەگەن؟ ئەو خالەى كەۋا دەردەكەۋىت ئەو  
ھىللانەى تىدا بەيەك دەگەن ھەمىشە لە ئاسۇدا دەبن پىي  
دەوترىت خالى پوكانەۋە لە وىنە بىنراۋەكاندا

بۇ ھەردو پارچە راستەھىللى  $AB$ ،  $CD$  ھەروەك دەردەكەۋن لە وىنەكەى خوارەۋەدا لە راستىدا  
يەك درىژيان ھەيە كاتىك بىنەر ئەمانە دەخاتە سەر پرووتەختى وىنەيەك شىۋەى  $AB$  وا  
دەردەكەۋىت درىژترە لە شىۋەى  $CD$ .

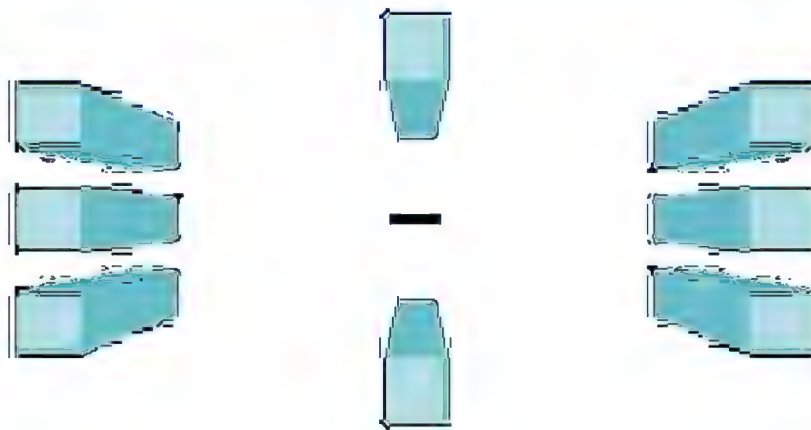




ئەم دوو پرسپاكتى لەم وانەدا دىت دەپتە بنچىنە بۇ تىگەيشتنى چەمكەكانى وىنە بىنراۋەكان. دەتوانرېت راستى ئەم دوو پرسپاكتى بىسەلمىنن بە خوئندنى ئەو پىگايەى كە بە ھۆيەۋە جىكەۋتى ھىلە تەرىبەكان لە سەر پروتەختى وىنەكە لە وىنە بىنراۋەكە دەھىنرېتەدى.

### پرسپاكتى 1 : كۆمەلەكانى ھىلە تەرىبەكان Principle 1: Sets of Parallel Lines

لە وىنەى بىنراۋەدا ھەموو راستەھىلە تەرىبەكان، ئەوانەى تەرىب نىن بە پروتەختى وىنەكە، لە يەك خالدا بەيەك دەگەن كە پىي دەوترېت خالى پوكانەۋە.

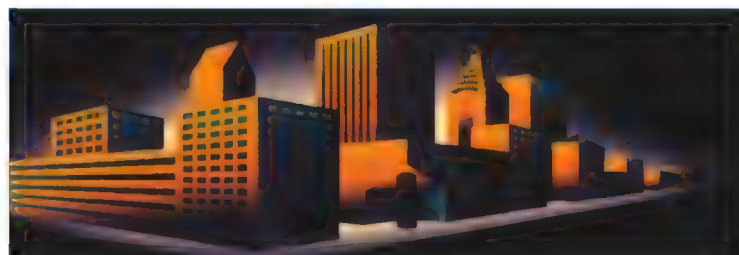


ئايا لەوباۋەرەداى كە ئەو خالەى وا دەردەكەۋىت كە ھەموو راستەھىلە تەرىبەكان لەۋىدا بەيەك دەگەن پىۋىستە لە وىنەكەدا بىت؟ وىنەيەك بەكاربەينە بۇ پروتەختى ئەۋە.

✓ خالى چاۋدىرى

### پرسپاكتى 2 : ھىلەكانى تەرىب بە زەۋى Principle 2: Lines Parallel to the Ground

لە وىنەى بىنراۋەدا، ھەر راستەھىلەك بىكەۋىتە پروتەختى زەۋى و تەرىب نەبىت بە پروتەختى وىنەكە، بە ھىلى ئاسۋ دەگات لە خالىكدا، ھەر راستەھىلەك تەرىب بىت پىي لە ھەمان خالدا بە ھىلى ئاسۋ دەگات.



راستەھىلە تەرىبەكان ئەوانەى تەرىب بە پروتەختى وىنەكە لە وىنەى بىنراۋەدا، ھەمىشە دەكىشرىن بە بى خالى پوكانەۋە. لە زۆر باردا دووركەۋتنەۋە لەۋە كىشە دروست دەكات. ئايا دەتوانىت باسى چەند بارىك بىكەيت كە ئەم تەكنىكە وىنەيەكى راستەقىنەمان ناداتى.

✓ خالى چاۋدىرى



## ✓ خالی چاودیڙی

دهتوانڙی بیروځکې خالی پوکانه وه له وینه ی بېنراودا په پړه بکړیت هه چنه د نه و راسته هیله  
ته ربه دهرکه وتووه کان له وینه که شدا دهرنه که ون. له پیزکردنی سیله وهرگره کان ( الصحون  
اللاقطه) که له خواروه پوونکراو ته وه راسته هیله خه یالیه کان بهو خالانه دا دهرپون که که وتونه ته  
سهر و بنی سیله کان. نه و راسته هیله له ناسودا بهیه که دهگن. هویه که ی پوونکه وه.



نه دازه ی ته لارسازی له بیروځکې وینه بېنراوه کان سوودی زوری بېنیوه و بابه ته سهره تاییه کانی  
لی پیکه یناوه. خانووه کان و ته لاره کان جوانترین نمونه بؤ بره وپیډانی بیروځکې وینه  
بېنراوه کان له بهر نه وه ی زور راسته هیله ته ربه ی تیډایه که له ناوخیاندا ته ربه ی بهیه کتری و  
ته ربه ی به زهوی.

## راهیان

### بهرده و امبوون له بیر کاریدا

1 مانای خالی پوکانه وه له وینه ی بېنراودا چی دهگه ییښت؟

2 نه و راسته هیله ی بکه ویته پروته ختی زهوی و ته ربه نه بیت به پروته ختی وینه که، بوچی  
له ناسودا کو تای دی. وینه یه که بکیشه وه لامه که ت پوونکه توه.



3 وینه کانی ته لاره کان و خانووه کان

بوچی به جوانترین نمونه

داده نرین بو په پړه وکردنی چه مکی

وینه ی بېنراو؟ وینه یه که دروستبه که

بو پوونکرنه وه ی وه لامه که ت

4 ناسو له وینه ی بېنراودا به

راسته هیله یی ناسوی دهنوینږی که

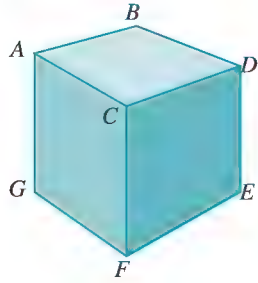
له ناستی چاودا بیت، نه م گریمانه

به بوچوونی تو بو و دانراوه؟

5 نه و دوو ورچه ی له وینه که دا دهرکه وتوون هه مان دریزیان هیه. به لام یه کیکیان  
دریزتر دهرده که ویت له وی تریان هویه که ی دیاربه که؟

## ✓ خالی چاودیڙی

## راهبانی ئاراسته كراو



6 وینهی بهرامبهر وینهیهکی بینراوه بۆ شهشپالویهك دهربارهی

ئهو راستههیلانه  $EF$ ,  $CD$ ,  $AB$  چی دهلیت؟ و

بهراستههیلانهکانی  $GF$ ,  $BD$ ,  $AC$  دهلیین چی؟

7 راستههیلانه ستوونیهکان له وینهی شهشپالویهكهی

بهرامبهردا له خالی پۆكانهوه بهیهكناگهن. هویهكهی

دیاریبکه به بهكارهیلانی ریسابینراوهكان.

8 وادابنی وینهی شهشپالویهكهی پیشوو خانویهك بنوینی لهسهر پروتهختی زهوی ئهو

راستههیلانهی كه لیواره ناستوونیهکانی خانهكه دهنوینن له کوی بهیهكدهگهن.

## راهبان و جیهجیکردن

ئهم پرسیارانهی لهخوارهوه هاتوون ئهو ههنگاوانهی پۆیسته بهکاریت بۆ تهواوکردنی

نمونه جوراوجۆرهكان لهوینهی بینراو پووندهکاتهوه.

9 ئهو وینه بینراوهی كه یهك خالی پۆكانهوهی ههبت پێی دهوتریت وینهیهك كه

یهك پۆكانهوهی ههیه.

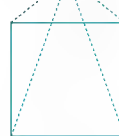
ا چوارگۆشهیهك بکیشه له دوایدا راستههیلکی ئاسویی بکیشه ئاسو بنوینیت. خالی

پۆكانهوهی لهسهر دیاریبکه.



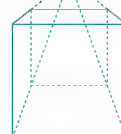
ب راستههیلکی خالدار و باریک بکیشه له نیوان ههر سهریك لهسهرهکانی چوارگۆشهكه

و خالی پۆكانهوه.



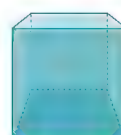
ج چوارگۆشهیهکی خالدار بچووکتر له چوارگۆشهی یهكهم بکیشه سهرهکانی

بکهویته سهه راستههیلانهکان كه کیشاوتن له (ب) وه.



د له وینهکهدا ههموو ئهوانهی دهکونه پشت چوارگۆشه بچوکهكه لایبه، راستههیلانهکانی

خالدار كه له وینهکهدا دهییتهوه ئامازه دهکهن بۆ ئه لیوارانهی كه نابینرین .



10 ههنگاههکانی پرسیاری 9 دووباره بکهروه لهگهڵ دانانی خالی پوکانهوه بۆ لای چهپی

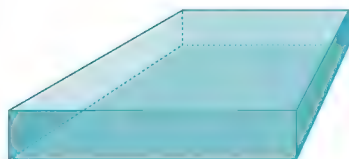
یان لای راستی چوارگۆشهکه.

11 ههنگاههکانی پرسیاری 9 دووباره بکهروه لهگهڵ دانانی هێلی ئاسۆ و خالی پوکانهوه له

ژێر چوارگۆشهکهدا

12 جی پروودهات ئهگەر خالی پوکانهوه له ناو چوارگۆشهکه یان له سهريهکێک له لاکانی بێت

ئهم وینهی خوارهوه دروست بکه له سهريهکێک بۆ شیکارکردنی ههردوو پرسیاری 13 ، 14 .



13 خالی پوکانهوه له وینهکهدا دیاریبکه.

14 هێلی ئاسۆ بکێشه

15 ئهو وینه بینهراوهی که دوو خالی پوکانهوهی ههیه پێیدهوتریت وینهیهک به دوو خالی پوکانهوه.

ا) پارچه راستههێلێکی ستونی بکێشه که لای

پێشهوهی شهشپالویهک بنوێنێ. هێلێکی

ئاسۆیی له سهريهکێک پارچهیه بکێشه و دوو

خالی پوکانهوه بکهونه ههردوو لای پارچه

راستههێلکهوه ههلبژێره، ههروهک چۆن له

وینهی بهرامبهردا پروونکراوتهوه

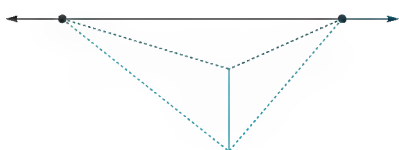


ب) راستههێلکهکانی خالدار و باریک که

ههردوو لای پارچه ستونهکه لهگهڵ

ههردوو خالی پوکانهوه دهگهیهنیت بکێشه

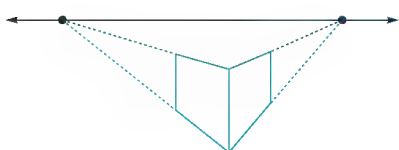
ههروهک له وینهدا پروونکراوتهوه.



ج) پارچه راستههێلکه ستونیهکان که

لایهکانی پرووهکانی پێشهوهی

شهشپالویهک پیکدینن بکێشه.



د) پارچه راستههێلێکی باریک و خالدار

بکێشه که لاکانی پارچهکانی که وینهت

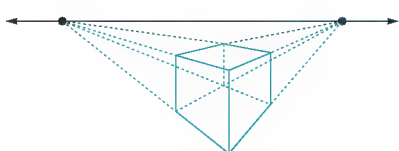
کێشاوه له ج دا له لهگهڵ ههردوو خالی

پوکانهوه دهگهیهنیت . پارچهیهکی ستونی

خالدار بکێشه که ههردوو خالی بهیهک

گهیشتنی راستههێلکهکانی وینهی بینهراو کۆ

دهکاتهوه



ه) ههموو ئهوشتانیهی که وتونهته دهرهوهی

لێوارهکانی شهشپالویهک لایه پارچه

راستههێلکهکانی خالدار بهکاربهێنه بۆ لایه

نه بینهراوهکانی شهشپالویهک.



16 ههنگاههکانی پرسپاری 15 دووباره بکهوه لهگهڵ دانانی هیللی ئاسۆ، و دوو خالی پوکانهوه له ژێر پارچه ستونیهکهدا.

17 ههنگاههکانی پرسپاری 15 دووباره بکهروه لهگهڵ دانانی هیللی ئاسۆ، بهرپگایهك كه لهگهڵ پارچه راستههیلله ستونیهكه بهیهكبهگن.

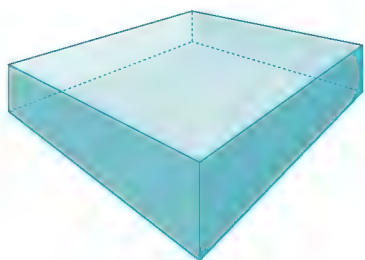
18 چی پروودهات كه وینهیهك دوو خالی پوکانهوهی ههبیّت ئهگهر ئهو دوو خاله نزیككهوتهوه؟ ئهگهر دوركهوتهوه؟

19 چی پروودهات له وینهیهك كه دوو خالی پوکانهوهی ههبیّت کاتیك ئهو دوو خاله له ههمان پرووی پارچه راستههیلله ستونیهكهبن.

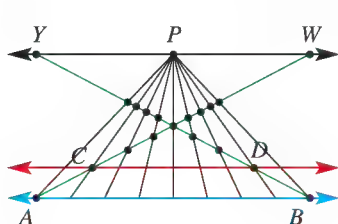
ئهم وینهی خوارهوه له سهڕ کاغهزێك بکێشه بۆ شیکاری ههردوو پرسپاری 20، 21.

20 دوو خالی پوکانهوه لهم وینهدا دیاریبکه.

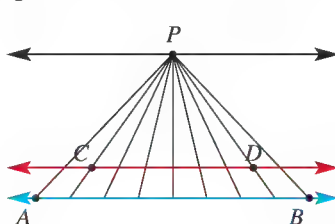
21 هیللی ئاسۆ بکێشه



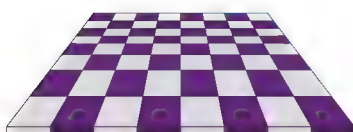
نەخشە پێژکردن و نەخشاندنی نیگاری کاریکی سهرنج ڕاکێشن بۆ هونهرمه‌ندان و وینه‌کێشان نه‌وانه‌ی ده‌ستیان کردوه به‌ خوێندنی وینه‌ بینراوه‌کان. ئهم وینه‌ی خواره‌وه به‌ ته‌کنیکیکی دیاریکراو بۆ ده‌ستکهو‌تنی شیوه‌ی نەخشە‌پێژی پیزکراو له‌ کرداری وینه‌ی بینراو ده‌نویتی. له‌م وینه‌ی خواره‌وه وردبهره‌وه بۆ شیکاری پرسپاری 22 بۆ 23.



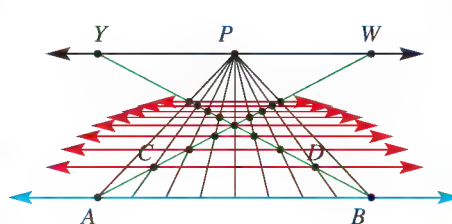
ب



ا



د



ج

22 ده‌توانیت هه‌ردوو تیره‌ی  $\overrightarrow{AW}$ ،  $\overrightarrow{BY}$  به‌کاربه‌ی‌نیت بۆ دۆزینه‌وه ئهو راسته‌هیلانه‌ی ته‌ریبن به‌ راسته‌هیللی  $AB$  چۆن ئهو دوو تیره‌یه‌ به‌کارده‌ه‌ی‌نیت بۆ دیاریکردنی ئهو راسته‌هیلانه‌؟

23 چۆن ده‌توانی شیوه‌ی نەخشە‌پێژی ببینیت له‌ گۆشه‌یه‌ك له‌ گۆشه‌كانه‌وه به‌به‌کاره‌ی‌نانی دوو خالی پوکانه‌وه؟ چۆن راسته‌هیلله‌کانی یه‌کترب‌ر‌پ‌ دیاری ده‌که‌یت؟

24 نواندنی تایبه‌تی خۆت دروستبکه‌ کاتی یه‌ك خالی پوکانه‌وه یان دوو خالی پوکانه‌وه به‌کاربه‌ی‌نیت بۆ نەخشە‌پێژی چوارگۆشه‌که.



## روانين بۆدواوه

لەھەریەك لەم پرسیارانەى خوارەوه نایا دوو راستەھێڵەكە تەریبن یان ئەستۆنن لەسەر یەكتری یان چ جۆریكى تەرن.

$$y = x + 2 \quad \mathbf{26}$$

$$y = 2 - x$$

$$2x + 3y = 6 \quad \mathbf{28}$$

$$3x - 2y = 6$$

$$y = 3x + 5 \quad \mathbf{25}$$

$$y = 3x - 7$$

$$y = 2x - 1 \quad \mathbf{27}$$

$$y = -2x + 4$$

$\mathbf{29}$   $ABCD$  لاكێشەیهكە  $\overline{AC}$  ،  $\overline{BD}$  دووتیرەكەیهتی، بەسەلمێنە كە دوو سیگۆشەى  $ACD$  و  $BCD$  جووتن.



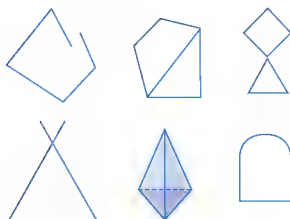
ئامانچەكان

- چەندلاكان جىادەكاتەۋە و ناۋيانلېدەنئىت.
- چەندلا رېكەكان و دانەكانيان جىادەكاتەۋە.
- گۆشەكانى ناۋەۋە و چەقە گۆشەكان و پۈۋبەرەكانيان ھەژماردەكات.

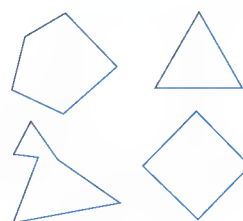
Defining Polygons

چەندلاكان

سەرەنجى ئەم وئىنانەى خوارەۋە بدە و پېئاسەيەك بۇ ھەرچەندلايەكان ھەلېزىرە.



ئەم شىۋانە چەندلانين



ئەم شىۋانە چەندلان

ئەم پېئاسەى كە ھەلېزىرەدېۋ بۇ چەندلا لەگەل ئەم پېئاسەى خوارەۋە بەراۋردى بىكە ئايا پېئاسەكەت ۋەك ئەم پېئاسەى خوارەۋەيە؟ ئايا پېئاسەى زىاترى تېدايە؟

چەندلا Polygon

چەندلا شىۋىيەكى ئەندازەى پۈۋتەختە لە سى پارچە راستەھىل يان زىاتر پېكەدەت بە جۇرېك ھەريەكېكان لەگەل تەنھا دوانى تریان يەكتىرەدېر، ھەريەكى لە كۆتايى لايەكىدا بېرېت. بە مەرجىك دووپارچە راستەھىل يەك بەدۋاي يەك لە رېكى يەكتىرەنەن، پارچە راستە ھىلەكان پېيان دەلېين لاكانى Sides چەندەلايەكەو خالەكانى يەكتىرېر پېيان دەلېين سەرەكانى چەندلاكە Vertices .

ناوی جیاواز له چەندلاکان دەنرین. بەپێی ژمارەی لایەکانی. پراپینانیکە لەسەر ناولینانی ئەو چەندلایانەی لە خشتەیی خوارووە داهااتوون.

پۆلینکردنی چەندلایەکان بەپێی ژمارەی لایەکانی

ناو	ژمارەى لاكان	ناو	ژمارەى لاكان
سێگۆشە (سێلا) Triangle	3	نۆلا	Nonagon 9
چوارلا Quadrilateral	4	دەلا	Decagon 10
پێنجلا Pentagon	5	یازدەلا	11-gon 11
شەشلا Hexagon	6	دوازەلا	Dodecagon 12
هەفتلا Heptagon	7	سێزدەلا	13-gon 13
هەشتلا Octagon	8	نون لا	n-gon <i>n</i>

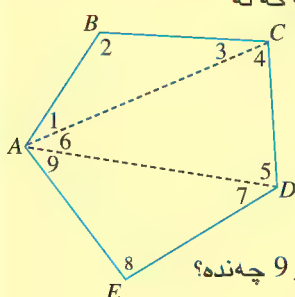
## Angles of a Polygon

## گۆشەکانی چەندلا

### چالاکی 1

## Angles of a Polygon

## سەرجهمی گۆشەکانی ناوهوه



پێنجلا ی بەرامبەر بۆ سێ سێگۆشە دا بەشکرا بە کێشانی ئەو تیرانە کە لە یەکیک لە سەرەکانیەوه دەرچوو.

1. سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی 1 و 2 و 3 چەندە؟

2. سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی 4 و 5 و 6 چەندە؟

3. سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی 7 و 8 و 9 چەندە؟

4. سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9 چەندە؟

5. لە پرسیارەکانی پێشوو سەرجهمی گۆشەکانی ناوهوهی پێنج لا دەرئەنجام بکە.

6. رێگای پێشوو بۆ تەواوکردنی ئەم خشتەییە خوارووە بەکاربەهێنە.

چەندلا	ژمارەی لاكان	ژمارەی سێگۆشەکان	سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوهوه
سێگۆشە (سێلا)	?	1	180 پله
چوارلا	?	?	?
پێنج لا	?	3	540 پله
شەش لا	?	?	?
چەندلا ی نونی	?	?	?

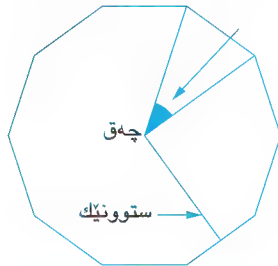
7. رێسایەك بنووسە بۆ هەژمێرکردنی پێوانەیی گۆشەکانی ناوهوهی چەندلایەك بەپێی ژمارەی لایەکانی ئەم رێسایە خوارووە تەواوبکە:

✓ خالی چاودێری

## Sum of the Interior Angles of a Polygon

سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوهوهی چەندلایەك کە ژمارەی لایەکانی  $n$  بێت بریتییە لە  $\underline{\hspace{2cm}}$  پله.

بهچهند لایهك دهلین پیک Regular نهگەر لایهكانی له دریژیدا یهكسانبن و گۆشهكانی ناوهوی له پیوانه دا یهكسانبن. چهندلای پیک سیلا بریتیه له سیگۆشهیهکی پیک. و چهندلایهکی پیک چوارلا بریتیه له چوارگۆشه.



چهقی چهندلای پیک نهو خالیه که بهیهكسانی دووره له ههمو سهرهکانیهوه، نهو گۆشهیهی که سهرهکی لهچهقی چهندلا پیکهکه دایهوه و دوولاکانی به دوو سهری هاوسی له سهرهکانیدا دهروات پیی دهرتیت چهقه گۆشه Central Angle بو چهندلا پیکهکه. ههموچهقه گۆشهکانی چهندلایهکی پیک یهكسان.

نهم خشتهیهی خوارهوه تهواویکه له دوایدا نهو ریسیایهی که له دواوهی دیت تهواویکه

چهند لایهکی پیک	ژمارهی لاکان	سهرجهمی گۆشهکانی ناوهوه	پیوانهی ههر گۆشهیهکی ناوهوه
سیگۆشه (سیلا)	؟	180 پله	؟
چوارلا	؟	؟	90 پله
پینجلا	؟	؟	؟
شهشلا	؟	؟	؟
چهند لای نونی	؟	؟	؟

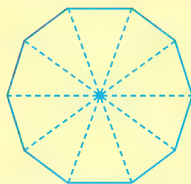
پیوانهی گۆشهی ناوهوی چهندلای پیک

### The Measure of an Interior Angle of a Regular Polygon

پیوانهی ههرگۆشهیهکی ناوهوه بۆچهندلایهکی پیک ژمارهی لاکانی  $n$  بیت بریتیه له  $\frac{(n-2) \times 180}{n}$  پله

## چالاکي 2

### چهقه گۆشهکان له چهندلایهکی پیکدا Central Angles of a Regular Polygon



1. سهرجهمی پیوانهی چهقه گۆشهکان له چهند لایهکی پیکدا چهنده
2. نهم ریسیایهی خوارهوه تهواویکه.

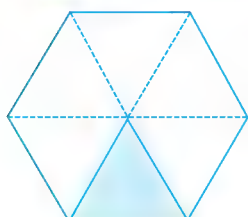
پیوانهی چهقه گۆشه له چهندلای پیکدا

### The Measure of a Central Angle of a Regular Polygon

پیوانهی ههر چهقهگۆشهیهك له چهندلایهکی پیکدا ژمارهی لاکانی  $n$  بیت دهکاته  $\frac{360}{n}$  پله.

### Area of a regular polygon

### پووبهری چهندلای پیک

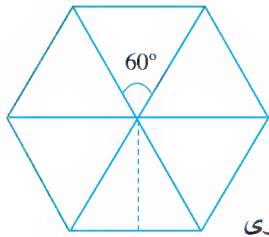


نهمستوندهکی چهندلای پیک نهو پارچه راستههیلایه که چهقی چهندلایهکه دهگهیهنیت به ناوهراستی یهکیک له لایهکانی. تیبینی دهکیت که نهمستوندهک بهرزی ههریهکه له سیگۆشه پیکهکانه که سهرهکی له چهقی چهندلا پیکهکه دایه و بنکهکه یهکیک له لاکانی چهندلاکویه. بۆ دۆزینهوهی پووبهری شهشلایهکی پیک، شهشلاکه دابهش دهکین بۆ شهش سیگۆشهی هاوسی پیک جوت. پووبهری شهشلا پیک یهكسانه به شهش نهوندهی پووبهری ههر یهکیک له پووبهری سیگۆشهکان.



## نمونہ

1



ہیڈ میٹر پوہری شہ شلایہ کی پیک بک درپڑی لایہ کی 20cm

شیکار

بؤ ئوہی پوہری شہ شلایہ کی بدؤزینہ وہ پیوہستہ یہ کم جار پوہری یہ کی لہو شہش سیگوشہ کی شہ شلایہ کی پیکہینا وہ بدؤزینہ وہ، ہر سیگوشہ کی لہو سیگوشانہ سیگوشہ کی پیکہ، لہ لایہ کی ترہو گوشہ کی سہری

سیگوشہ کی، چہ قہ گوشہ کی لہ گوشہ کی شہ شلایہ کی پیکہ کی، پیوانہ کی یہ کسانہ بہ  $360 \div 6 = 60$

لہوہ بؤمان دہر دہ چیت کہ ہریہ کی لہو شہش سیگوشہ کی سیگوشہ کی پیکہ، درپڑی لایہ کی

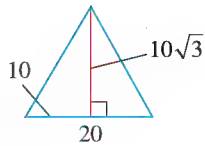
20 Cm، ئہ ستونہ کی شہ شلایہ کی پیکہ کی بریتہ لہ ہری لہو سیگوشہ کی پیکہ، کواتہ، درپڑی

ئہ ستونہ کی یہ کسانہ بہ:  $20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

پوہری ہر سیگوشہ کی یہ کسانہ:  $\frac{1}{2}(20)(10\sqrt{3}) = 100\sqrt{3}$

پوہری شہ شلایہ کی یہ کسانہ  $6(100\sqrt{3}) = 600\sqrt{3}$

$$1039 \text{ cm}^2 = 600\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



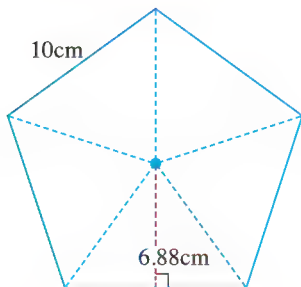
دہ توانیت پیکہ کی پیشو بہ کار بہ پیت بؤ دؤزینہ وہی پوہری چہند لایہ کی پیک کہ ژمارہ کی لکانی n بیت. دہ توانی ئہو چہند لایہ دابہش بکیت بؤ n سیگوشہ لہ سیگوشہ جوت بوہکان.

### Area of regular polygon پوہری چہند لایہ کی پیک

پوہری چہند لایہ کی پیک ئہ ستونہ کی a بیت و چپوہ کی P بیت دہ کاتہ  $A = \frac{1}{2}ap$

## نمونہ

2



پوہری پینجلا بہ رامبہر بدؤزہر وہ

شیکار

چپوہ پینجلا کی پیکہ کہ  $5 \times 10 = 50$

پوہری پینجلا کی پیکہ کہ  $\frac{1}{2} \times 6.88 \times 50 = 172$

$$172 \text{ cm}^2$$

## راہینان

### بہر دہو امبون لہ بیر کاریدا

1 ئایا دہ توانیت چوار لایہ کی بکیشیت سی سیگوشہ کی ناوہی ہبیت پیوانہ کی ہر یہ کیکیان

60 پلہ بیت؟ ہوئی وہ لامہ کت بنووسہ

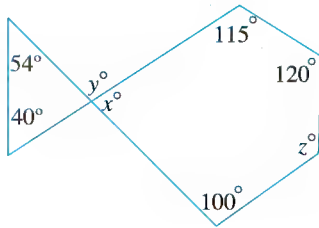
2 سیگوشہ کی پیک چہند لایہ کی پیکہ کہ سیلا ہیہ. بہر زیہ کی (ئہ ستونہ کی) کامیہ؟

3 چوارگوشہ چہند لایہ کی پیکہ لہ چوارلا پیکہاتوہ ئہ ستونہ کی کامیہ.

## راھینانی ئاراستە کراو

- 4 سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوەوەی هەشتلایەك چەندە؟
- 5 سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوەوەی سێزدەلایەك چەندە؟
- 6 سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوەوەی حەوتلایەك چەندە؟
- 7 سەرجهمی پێوانەیی گۆشەکانی ناوەوەی یازدەلایەك چەندە؟

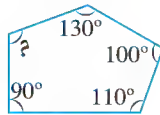
## راھینان و جێبەجێکردن



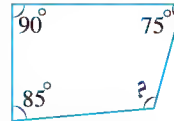
- 8 ئەم شێوەیە بەرامبەر بە کاربەھێنە بۆ دیاریکردنی پێوانە داواکراوەکان
- $\underline{\hspace{2cm}} = x^\circ$
- $\underline{\hspace{2cm}} = y^\circ$
- $\underline{\hspace{2cm}} = z^\circ$

- 9 پروبەری شەشلایەکی رێك چەندە كە درێژی لایەکی 12cm ؟
- 10 پروبەری دەلایەکی رێك چەندە كە درێژی لایەکی 6m و درێژی ئەستونەكە 9.23m بێت.

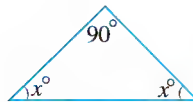
پێوانەیی گۆشەیی نادیار لەھەریەك لە پرسیارەکانی 11-14 بدۆزەرەو.



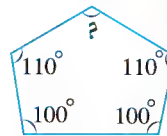
12



11



14



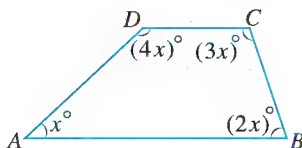
13

لە پرسیارەکانی 15 تا 18 پێوانەیی گۆشەکانی ناوەوەی چەندلایەكە بدۆزەرەو

- 15 چوارگۆشە
- 16 سیگۆشەییەکی رێك
- 17 دوازدەلایەکی رێك
- 18 پینجلائی رێك

ژمارەیی لاكانی چەندلایەکی رێك چەندە ئەگەر پێوانەیی ھەر گۆشەییەك لە گۆشەکانی ناوەوەی یەكسان بێت بە

- 19  $135^\circ$  ؟
- 20  $150^\circ$  ؟
- 21  $165^\circ$  ؟

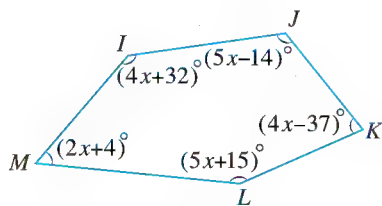


بۆ شیکارکردنی پرسیارەکان لە 22 تا 25 پێوانەیی گۆشەکان بدۆزەرەو؟ بە پشت بەستن بە وێنەكەمی بەرامبەر.

- 22 گۆشەیی A
- 23 گۆشەیی B
- 24 گۆشەیی C
- 25 گۆشەیی D

جەبەر

بۇ شىكارکردنى پرسىيارەکانى 26 تا 30 پىۋانەى گۆشەكە دىارىبکە بەسەرنجدان لە وىنەکەى بەرامبەر.



26 گۆشەى I

27 گۆشەى J

28 گۆشەى K

29 گۆشەى L

30 گۆشەى M

چىۋەو رووبەرى ھەر يەك لەو چەندلا رىكانە بدۆزەو. وەلامەكەت بەشىۋەى برىكى رەگى و بە سادەترىن شىۋە بىت.

31 سىگۆشەىكى رىك درىژى لاكەى 8 Cm

32 شەشلايەكى رىك درىژى لاكەى 13 m

33 چوارگۆشەىكى تىرەكەى 14 Cm

34 ھەشتلايەكى رىك درىژى ئەستوندەكەى 5 Cm =

35 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى سىگۆشە چەندە؟ ئايا سىگۆشە ھەيە

گۆشەى تىزى نەبىت؟ ھۆى وەلامەكەت دىارىبکە.

36 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى چوارلايەك چەندە؟ ئايا چوارلا ھەيە

گۆشەى تىزى نەبىت؟ ھۆى بۇ وەلامەكەت دىارىبکە.

37 گەورەترىن ژمارە بۇ گۆشە تىزەكانى پىنجلايەك چەندە؟ ئايا پىنجلا ھەيە

گۆشەى تىزى نەبى؟ ھۆى وەلامەكەت دىارىبکە

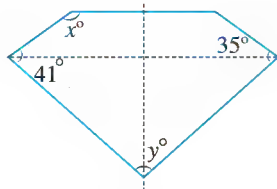
38 بەردە بەنرخەكان ئەلماس دەپرەى لە شىۋەى (برلنت) بۇ ئەۋەى تواناى

تىشكدانەۋەكەى زۆربى و گۆشەى برىنەكان دىارى دەكرىت بە پى سىفەتى بەردەكە لە

شكاندى تىشكى پووناكى، ئەم شىۋەى خوارەۋە پارچەيەكى ھەلزاردەيە لە بەردى

ئەلماس بە شىۋەيەك كەپارچەكە تەۋەرى ھاۋجىۋونى ھەيە. گۆشەكانى ئەم شىۋەيە

ھەژمارىكە.

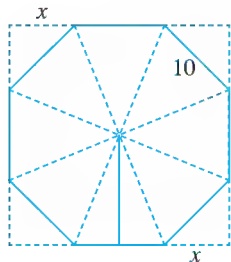


شىۋەى بەرامبەر بەكاربىنەكە ھەشتلايەكى رىك دەنۋىنى لە ناو چوارگۆشەيەكدا.

بۇ شكارى پرسىيارەكان لە 39 بۇ 42 .

39 جۆرى ئەو سىگۆشانە بنوسەكە سەرەكانىان سەرەكانى چوارگۆشەكەن. و

دەكەۋنە دەرەۋى ھەشتلا رىكەكە؟ بەھای x ھەژمارىكە.



40 ئەستوندەكى ھەشتلا رىكەكە بدۆزەرەۋە

41 پووبەرى ھەشتلا رىكەكە بدۆزەرەۋە

42 پووبەرى ھەشتلا رىكەكەكە درىژى لايەكى y بىت چەندە؟

43 ئايا چەندلايەكى رىك ھەيە پىۋانەى ھەريەكە لە چەقە

گۆشەكانى 50 پلە بىت؟

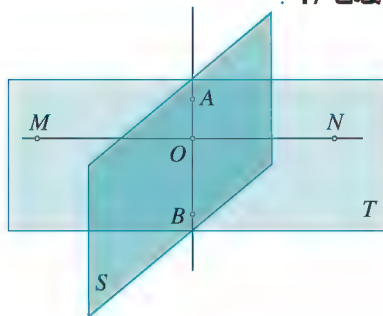
44 ئايا چەند لايەكى رىك ھەيە پىۋانەى ھەريەكە لە گۆشەكانى ناۋەۋى 30 پلە بىت؟ ھۆى

ۋەلامەكەت پوونىكەۋە.

جىيەجىكرەنەكان



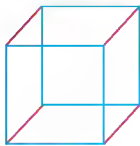
شيۆه ي بهرامبهر به كار بهيئنه بۆ شيكاري پرسياره كان له 45 ههتا 47 .



45 يه كتر بريني ههردوو راسته هيللي  $AB$  و  $MN$  ناوبني.

46 سي خال دياربكه كه پروتهختي  $T$  يان دياركردوه .

47 يه كتر بريني دوو پروتهختي  $T$  و  $S$  ناوبني.



48 شيۆه ي بهرامبهر شه شپالويهك دهنويئي. ئه و

راسته هيللانه ي كه رهنگراون به سوور چيان پي دهليين.

49 ئه گهر ئه و لا سوورانه دريژ بكرينه وه چي روودهدات.



50 خالي  $A(2, 2)$  و خالي  $B(4, 1)$  له پروتهختي پۆتانه كان دياربكه

51 ههريهك له پۆتاني خالي  $A$  ليكبه له 3 پۆتاني خاليكي تازه  $C$  دهستدهكه ويئت. خالي  $C$  دياربكه.

52 ههريهك له پۆتانه كان خالي  $B$  ليكبه له 3 پۆتاني خاليكي تازه  $D$  دهستدهكه ويئت خالي  $D$  دياربكه.

53 ههردوو راسته هيللي  $AB$  و  $CD$  چيان پي دهوتريت؟ هو ي وه لامه كهت دياربكه.

54 ئه گهر 4 به كار بهيئي له جياتي 3 له ههردوو پرسيارى 52 ، 53 ئايا بۆچونه كهت دهگۆري له سهر ههردوو راسته هيللي  $AB$  ،  $CD$  ؟



# Geometric Proportion ھاوپىژەى ئەندازەىى



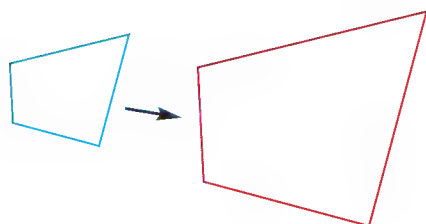
نامانجەكان

- ھاوپىژەى ئەندازەىى و دانەكانىان جىادەكاتەو
- وىنەى شۆوہەك بە ھاوپىژەى ئەندازەىى بىكدىنىت.

بۇجى

كاتىك وىنەى مرقىك پە نامىرىكى كۆن دەگىت لە زوورە تارىكەكەى نامىرەكە وىنەىەكى ھەلەراوہ بۇ ئەو مرقە دروست دەبىت دەتوانى نەمە روونبەىەو بەبەكارەىتانى ھاوپىژەى ئەندازەىى

دۆزىنەوہى بنەماى كاركردى نامىرى وىنەگرتن دەگەرپتەوہ بۇ زانائى عەرەبى (ابن هيثم) كە لە نىوان سالاكانى 965-1039 ك ژياوہ



سى جىگۆركى ئەندازەىىت خویندوہ: كشانەوہ و وىنەدانەوہ و خولانەوہ. ئەم جىگۆركىيانە بە سىفەتىكى گرنگ جىادەكرىنەوہ. ئەویش برىتىە لە پاراستنى شۆوہ و پىوہرەكان. بەو جىگۆركىيانە دەلىين پارىزگارى لە پىوانە دەكات واتە پىوانەىين. لەم وانەىەدا جۆرىكى تازە لە جىگۆركى دەخوینىن كە پارىزگارى لە پىوہرەكان دەكات. ئەویش ھاوپىژەى ئەندازەىىە.

## Dilation

## ھاوپىژەى ئەندازەىى

وىنەى خالى  $A(x, y)$  دەستدەكەوئىت بە ھاوپىژەى ئەندازەىى، ئەویش بەلىكدانى ھەرىەك لە پۆتانەكەى لەھەمان ژمارە كەپى دەوترىت كۆلكەى ھاوپىژەكە **Scale Factor**. كەواتە وىنەى خالى  $A(x, y)$  بە ھاوپىژەى ئەندازەىى بەپىژەى  $n$  دەكاتە  $(nx, ny)$ .

وىنەى خالى  $(2, 3)$  بە ھاوپىژەى ئەندازەىى بەپىژەى 4 چەندە؟  
شىكار

$$(2 \times 4, 3 \times 4) = (8, 12)$$

نمونە

1. خالی  $A(3, 4)$  له پروتختی پوټاندا دیاریککه. یاسای دووری نیوان دوو خال به کاربښنه. بوه ژمارکردنی دووری خالی  $A$  و خالی بنه پرت  $O$  له پروتختی پوټاندا. ټم خشته یی خواره و ته وایک له ریځای دیاریکردنی پوټانی خالی  $A'$  که وینهی خالی  $A$  یه بهرپژدهی ټنډازدهی که له ستونی سییه مډا پرونکراو ته وه.

خالی $A$	$AO$	کولکھی ھاوړپژده	وینهی $A'$	$OA'$	$\frac{OA'}{OA}$
$(3, 4)$	?	2	?	?	?
$(3, 4)$	?	0.5	?	?	?
$(3, 4)$	?	-1	?	?	?
$(3, 4)$	?	$n$	?	?	?

2. خالی  $A$  وینه که ی  $A'$  له هه رباریکدا بکښه. تیښینی چی ده که یت له سهر هه موو ټو خالانه؟

3. ټم گریمانانہی خواره و ته وایک.

گریمانہ

ټم گهر  $A'$  وینهی  $A$  و بیټ به ھاوړپژدهی کی ټنډازدهی پږده کی  $n$ . ټهوا،  $OA' = \frac{?}{?} \times OA$ .

4. خالی  $A(3, 4)$  جاریکی تر دیاریککه و خالی  $A(5, 6)$  له گه لی دیاریککه ټم خشته یی خواره و ته وایک.

خالی $B$	$AB$	کولکھی ھاوړپژده	وینهی $B'$	$A'B'$	$\frac{A'B'}{AB}$
$(5, 6)$	?	2	?	?	?
$(5, 6)$	?	0.5	?	?	?
$(5, 6)$	?	-1	?	?	?
$(5, 6)$	?	$n$	?	?	?

5. ټم گریمانانہی خواره و ته وایک:

گریمانہ

ټم گهر  $A'B'$  وینهی پارچه راسته هیلی  $AB$  بیټ به ھاوړپژدهی کی ټنډازدهی بهرپژدهی  $n$

ټهوا  $A'B' = \frac{?}{?} \times AB$

6. لاری راسته هیلی  $AB$  بدو زره وه

7. لاری راسته هیلی  $A'B'$  له هه رباریکدا بدو زره وه.

8. ټم گریمانانہی خواره و ته وایک

گریمانہ

ھاوړپژدهی ټنډازدهی پارچه راسته هیلیک ده گوړپټ بو پارچه راسته هیلیک  $?$

هه موو ټو راسته هیلانهی به خالیک و وینه که ی به ھاوړپژدهی کی ټنډازدهی دیاریکراودا دپوښ له یه که خالدا به یه که ده گن. پی دوتریت (چه قی ھاوړپژده). هه موو ھاوړپژده ټنډازدهی کهان له چالاکی 1 دا چه که یان خالی بنه پرت. هه موو ھاوړپژدهی کی ټنډازدهی چه قی که هیه.

✓ خالی چاودیږی

چاپ

✓ خالی چاودیږی

## جیبہ جیکر دینہ کان

## روناکی

بىلبىلەي چاۋ فراۋان دەيىتەۋە يان تەسك دەيىتەۋە بۇ پۇيشتىنى پوۋناكى پۇيىست پىايدا تاكو مۇۋىت بىتوانىت شتەكان بىيىنىت لەپۇژدا تەسك دەيىتەۋە و لە شەۋدا فراۋان دەيىت لە ئامىرى وئىنەگرتندا ئەم شتە ەك بىلبىلەكە وايە.بۇ دەست بەسەراگرتنى بىرى پوۋناكى پۇيىست بۇگرتنى وئىنەيەكى باش



له چالاکی 1 دا ټیټنیت کرد که دريځی وینهی پارچه راسته هیله که به گورانی کولکه ی هاورپڙه که دهگورپښت. کاتیځ پڼوره کانی وینه که بچو وکتریت له پڼوره کانی شیوه بنه پڼه که به و هاورپڙه دهوتریت بچو وک کرده و کاتیځ پڼوره کانی وینه که گه ورتر بو له پڼوره کانی شیوه بنه پڼه که به و هاورپڙه دهوتریت (گه ورکردن).

**بیرکردنی پځه‌گرانه** چیمان ده‌ستده‌ک‌وټ له وینه‌ی خالیک یان پارچه راسته‌هیلک به‌هاورپځه‌یه‌کی ته‌ندازه‌یی که‌پځه‌کی سالیب بټ؟

## حالا کی 2

## Drawing a Dilation

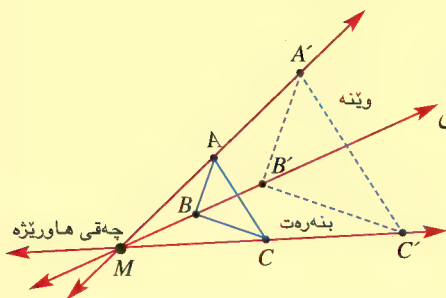
## کیشانی وینہی شیوہیہک بہ ہاوریزہی ئەندازہی

1. سیڱوشه يهك بكيشه وخال يكي دهره وهی،  $M$  كه چه قی هاور یژكه دهنوینیت، ئو راس ته هیلا نه بكیشه كه به چه قی هاور یژكه و هه موو سه ره كانی سیڱوشه كه دا دهر وڼ.

2. ژماره یه کی موجب  $n$  هه لېژیره بۆ کۆلکە ی هاورپژرکه، سەرێک له سهرهکانی سیگۆشکه وهک  $B$  هه لېژیره، و دووری  $x$  بدۆزهر وه له نیوان ئەو سهره و چهقی هاورپژرکه. دووری  $x$  له کۆلکە ی هاورپژرکه  $n$  بده بۆ ئەوهی دووری نیوان وینهک  $B$  له لوتکە ی  $B$  و چهقی هاورپژرکه  $M$  دهستکه ویت. خاڵێک له سهر  $MB$  وهریگره که له چهقی هاورپژرکه به  $nx$ . ئەو خاله خاڵی  $B'$  وینهی سهری  $B$  یه که هه لئ بزار دبوو به هاورپژره ی.

### 3. کردارہ کہ دووبارہ بکہ وہ۔

4. هەرسى خالە دەستكە وتووڭە بەيەكبگىيەنە  
سېڭۇشەيكى تازەت دەستدەكەوئت كە ويئەي  
سېڭۇشە بنەرەتتەيەكەيە بە ھاوېرەيەكەي  
ئەندازەيە.





لەم وینەییەى خوارەووە دوو خویندکار چاودیڤى گیرانى پۆڭیان دەکرد لە کونیکى بچووکەو. بۆ ئەوێ کردارەکە تیڤگەى وایدابنێ کە کارەکە پابەندە بە وینەى پۆڭەکە بەهاوڤڤڤەیکە کە چەقەکەى بکەوڤتە کونە بچووکەکەو. تیرەى پۆڭ دەکاتە 1 400 000km بەنزیکی تیڤکڤای هاوڤڤڤە چەندە؟ ئەگەر تیرەى وینەى. پۆڭەکە 0.63cm بڤت.



شیکار



وینەى بەرامبەر پڤڤەوێ تیشکى پۆڭ پووندەکاتەو کە لە لاکانى پۆڭەکە دەردەچڤت ھەرەکو دەبڤبڤن لە زەوڤیەو. پڤڤەى هاوڤڤڤەکە سالبە. چونکە وینەى پۆڭەکە دەکەوڤتە لاکەى تر بەپڤى چەقى هاوڤڤڤەکە (کونە بچووکەکە) بۆ دەستکەوتنى کۆلکەى هاوڤڤڤەى تیرەى وینەکە دابەش دەکەین بەسەر تیرەى پۆڭەکەدا وەک لە خوارەووە دەردەکەوڤت.

$$\frac{0.63}{1400000 \times 100000} = \frac{0.63}{1.4 \times 10^{11}} = \frac{63}{140} \times 10^{-11} = 4.5 \times 10^{-12}$$



## بهرده وامبون له بير كاريدا

1 به چي هاورپژهي نه نازهي له جيگوركي نه نازهيه كاني تر جيا ده كړي ته وه.

2 كولكي هاورپژهي نه نازهي چييه؟ چون كولكي هاورپژهي نه نازهي دياريد هكيت. به زانيني پارچه راسته هيل و وينه كهي؟

كاريكري هاورپژهي نه نازهي پوونكه وه له سر وينه شيوه نه نازهييه كه نه گهر كولكيه كهي يه كسان بيت به:

3 2 4 0.5 5 -1 6 1

## راڻيناني ناراسته كراو

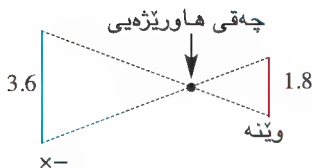
چه چي هاورپژهي نه نازهي له پرسياي 7 بو 10 خالي بنه پته وينه خاله كه له هر جاريكدا دياريبكه له دوايدا خال و وينه كهي له پووته ختي پوتانه كاندا بكيشه.

7 خاله كه: (1, 5) پژه كه: 3 8 خاله كه: (-1, 4) پژه كه: 2

9 خاله كه: (6, -2) پژه كه: 0.25 10 خاله كه: (2, 3) پژه كه: -2

شيوه و چه چي هاورپژه دروست بكه، له دوايدا وينه شيوه كه به هاورپژهي  $n$  بكيشه:

11  $n = 2$  12  $n = -1$



13 وينه به رامهر پارچه راسته هيلك و وينه كهي به هاورپژهي نه نازهي پوونده كاته وه. پژه وينه هاورپژهي چنده؟

## راڻينان و جيبه جي كرون

هر پرسياي كه له پرسياي 14-17 سره كاني شيوه نه نازهييه كه دنوينيت و كولكي هاورپژهي نه نازهييه كه له خوده گريت كه چه كه خالي بنه پته له پووته ختي پوتاندا. وينه هر سريك له سره كاني هر شيوه كه دياريبكه له دوايدا شيوه بنه پتيه كه و وينه كهي له پووته ختي پوتاندا بكيشه.

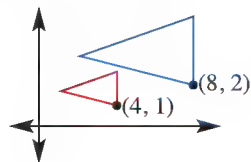
14 (1, 3); (2, 5); (4, 3) 15 (-3, 5); (8, 9); (2, -6)

پژه كه:  $\frac{1}{3}$  پژه كه:  $\frac{1}{2}$

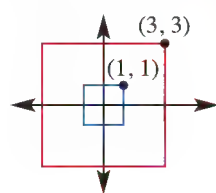
16 (0, 0); (6, 0); (2, 3) 17 (1, 1); (3, -1); (-2, -3)

پژه كه:  $-\frac{1}{2}$  پژه كه:  $1.6$

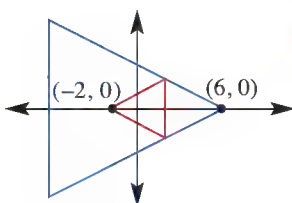
هەرپرسىارىك له پرسىارهكانى 18-21 دوو شىۆه تىڭدايه يەككىيان سوور و ئهوهى تريان شينه. شىۆه سوورهكه وئنهى شىۆه شينهكه دهنوتى به هاوپرژههكى ئەندازەى چەقەكەى خالى بنەرته له پروتەختى پۆتاندا. پرژهى هاوپرژهى ئەندازەىيەكه له هەر جاريكدا ديارىبكه:



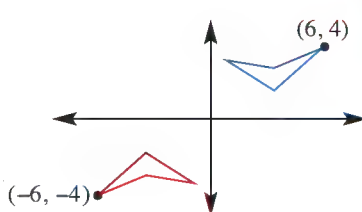
19



18



21



20



22 ئەم شىۆههى بهرامبەرت بکێشه و چەقى هاوپرژه و پرژههكى ديارىبكه.

22

هەرپرسىارىك له پرسىارهكانى 23-26 پۆتانى هەردوو سەرى پارچە راستەهێڵىن، پرژهى هاوپرژهى ئەندازەىيەكهى كه چەقەكەى خالى بنەرته له پروتەختى پۆتاندا. بهبهكارهينانى لارى پوونىبكهروه كه وئنهى پارچەراستههێڵكه به هاوپرژهى ئەندازەىى برىتييه له پارچە راستەهێڵىك تەرييه بهبنەرتهكهى.

$$n=5 \quad (3,1) \quad (-2,3)$$

24

$$n=2 \quad (1,0) \quad (5,3)$$

23

$$n=1.7 \quad (2,4) \quad (1,1)$$

26

$$n=\frac{1}{2} \quad (-2,4) \quad (4,8)$$

25

هەر پرسىارىك له پرسىارهكانى 27-30 پۆتانى خالىك و كۆلكەى هاوپرژهى ئەندازەىيەكه چەقەكەى خالى بنەرته له پروتەختى پۆتانەكاندا. بسەلمپنه كه ئهو راستەهێڵى به خالەكهو وئنهكهى دادەرپوات به هاوپرژهى ئەندازەىى به خالى بنەرته دادەرپوات له پروتەختى پۆتانەكاندا.

$$n=\frac{5}{6} \quad (3,-2)$$

28

$$n=4 \quad (1,5)$$

27

$$n=2.5 \quad (7,4)$$

30

$$n=-3 \quad (-5,3)$$

29

31 له نموونهكانى هاوپرژهى ئەندازەىى كه چەقەكەى نهكهوئته خالى بنەرته له پروتەختى پۆتاندا ئهو جیگۆرکێيانەى كه خالى  $(x, y)$  دهگۆرێت بۆ خالى  $(2x-4, 2y-3)$  ئهو پارچە راستەهێڵه بکێشه كه دوو سەرەكانى برىتين له  $(2,3)$  و  $(5,5)$  وئنهكه بکێشه به جیگۆرکێییهى پێشوو. چەقى هاوپرژهى ئەندازەىى و پرژههكى ديارىبكه لهوهى پێى هەستایت: سوود وەرێگره بۆ نوسینی پۆتانى خالى  $(x, y)$  بهوپرژه ئەندازەىيەكه چەقەكەى خالى  $(1,2)$  و پرژههكى 4 بێت.

31

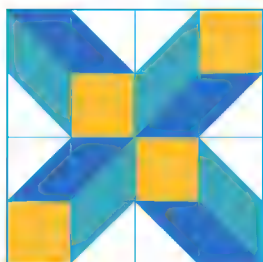
بەرەنگارى

32 گلاره وىستى ئەم شىۆههى بهرامبەر گهوره بکات لهسەر

32

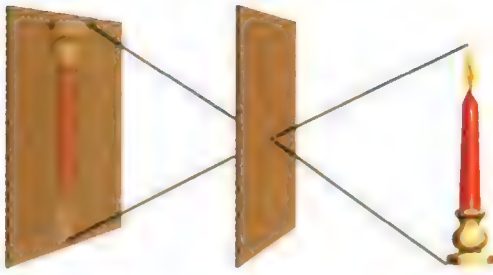
جییهجیکردنهکان

چوارگۆشهيهك كه لاكهى 12cm له جياتى 4cm كۆلكەى هاوپرژهى ئەندازەىى رێگا پێدراو بۆ ئەم كارە چەندە؟ پۆتانى سەرەكانى يەكێك له لاتەرييهكان ئەمانەن  $(0,0)$ ;  $(1,1)$ ;  $(1,2)$ ;  $(0,1)$  پۆتانى وئنهى هەرسەرێك لهسەرەكانى ديارىبكه، به گهوره كردن له دواييدا وئنهى لاتەرييهكه بکێشه. شىۆه بنەرتهيهكهى لاتەرييهكهو وئنهكهى بهتەواوتى لهسەر پروتەختى پۆتان بکێشه.



## جیبہ جیکردنہ کان

وینہی بہرامبہر ہیلکاریہک پروندہ کاتوہ کہ چوں نامیڑی وینہگرتن کاردہکات.



33 کام بەش لە نامیڑی وینہگرتنہکە

چەقی ھاوڕێژەکە دەنوییت؟

34 ئایا کۆلکەى ھاوڕێژەکە مۆجەبە یان

سالبە؟ ھۆى وەلامەکەت دیاریبکە.

35 ئەو ھۆیە چیبە کەوا لە وینەکە دەکات

ھەلگەراوەبیت.

36 یەکیک لە ئەندازیارەکان ھەستا بە بچووککردنەوہى ھیلکاری خانوێک

بەبەکارھینانی نامیڑی لەبەرگرتنەوہ. پانی ھیلکاریہکە 15 cm و پانی وینەکە

6 cm بوو. پێژەى بچووککردنەوہکە چەندە؟

## روانین بۆ دوواوہ

37 چۆوہى سیگۆشەییەکی دوولایەکسان بدۆزەوہ کہ درێژى بنکەکەى 6cm و درێژى لایەکی

8cm پرویەرەکەشى بدۆزەوہ.

38 درێژى ژێى ئەو سیگۆشەییە بدۆزەوہ، کہ پێوانەى گۆشەکانى 45 ، 45 ، 90 و درێژى لایەکی

7cm .

39 زەوہى ناسى چۆوہى گەورەترین بازنەى زەوہى دەگاتە 40 000km ئایا نیوہتیرەى زەوہى چەندە؟

40 زەوہى ناسى بەرزى بەرگە ھەوای زەوہى دەگاتە 550km ئەم زانیارییە بەکاربێنە بۆ وەلامى

پرسیارى 39 بۆ ھەژمارکردنى  $\check{f}f\check{f}$  گۆزى زەوہى لەگەڵ بەرگە ھەواکەى.

## روانین بۆ پیشەوہ

کورسى پێچکەدار یەکیک لە ئەندازیاران ویستى دیزاینێک دابنیت بۆ کورسیەکی پێچکەدار کہ

پەککەوتووہکان بەکارى دینن بۆ بەشداریکردن لە یارى تۆپی سەبەتە. بریاریدا کہ تیرەى

پێچکەکە 56cm بێت.

41 کورسى پێچکەدارەکە کاتیک  $45^\circ$  دەخولیتەوہ چەند بەرەو پیشەوہ دەپوات.

42 درێژى یاریگایەکی تۆپی سەبەتە 23.5m . چەند خول تايەکە دەخولیتەوہ بۆ ئەوہى

کورسیە تايەدارەکە یاریگەکە ببڕیت و بچیتە لایەکی تری.





## بازنە Circles



### نامانجەکان

- ھاوکیشی بازنە دەنوسیت و بەکاریدەھینیت.
- ھاوکیشی بازنە بە پێی گۆرانی چەقەکی راستەکاتەو.

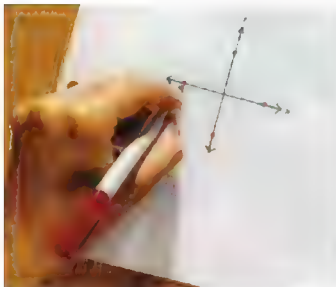
### بۆچی؟

بەرنامە ئەندازەییەکان ژمارەییەکان  
لە شیۆنە ئەندازەییەکان دروست دەکەن  
وەک خال و راستەھێل بازنە ئەم  
بەرنامە ھاوکیشی جەبری نایبەت بەو  
شیۆنە بەکارەھینیت.

## کیشانی بازنە لە ھاوکیشەکیەو Graphing Circle From an Equation

لە ماوەی خویندنی رابردوو کۆمەڵێک ھاوکیشی جۆراوجۆر ھاتۆتە پێت وەک  $y = 2x - 3$  (ھاوکیشی راستەھێل) یان  $y = x^2 - 3$  (ھاوکیشی برگی ھاوتا) لەم وانەیەدا جۆرە ھاوکیشیەکی دەدۆزیتەو کە  $x$  و  $y$  بە دووجایی تێدا دەرەکەوێت.

ھیڵە پرونکردنەوی ھاوکیشی  $x^2 + y^2 = 25$  بکێشە بە دۆزینەوی ژمارەییەکی لە جووتە پێکخراوەکان  $(x, y)$  کە پاسادانی ئەم ھاوکیشیە دەکەن و دیاریکردنی ئەو خالانە سەر بەو ھاوکیشیەن. ئەو شیۆنە ئەندازەییە لە هیڵە پرونکردنەویەکیە بێناوە. دەتوانیت پەنا بەریتە بەر بژمیری پرونکردنەو (حاسبة بیانیة) بۆ دانیابونت لە راستی وینەکەت.



### شیکار

لە کاتی ھەولدانەت بۆ کیشانی هیڵی پرونکردنەو بۆ جۆریکی تازە لە ھاوکیشەکان یەکەم جار ھەولێدە ئەو خالانە دیاری بکەیت کە ھەردوو تەوەرەکی تێدا دەبرێت. بۆ دیاریکردنی خالی یەکتەر برین لەگەڵ تەوەرە

سینی لە جیاتی گورپاوی  $y$  سفر دابنێ ( $y = 0$ ).

$$x^2 + 0^2 = 25 \text{، یان } x^2 = 25 \text{، یان } x = \pm 5$$

## نموونه

### جەبەر





هیلە پروونکەرەوهکە تەوهرەى سینی له خالی (5, 0) و (-5, 0) دهبریت

بۆ دۆزینهوهی خالی یهکتربیرینی هیلەکه لهگهڵ تەوهرەى

صادی.  $y$  بدۆزەرەوه به دانانی  $x = 0$

$$0^2 + y^2 = 25 \text{ یان } y^2 = 25 \text{ یان } y = \pm 5 \text{ هیلە}$$

پروونکەرەوه که تەوهرەى صادی له خالی (0, 5) و (0, -5)

دهبریت له دواى ئەوه له جیاتی گۆراوی  $x$  چەند

به‌هایه‌کی تر وهریگره وهك 3

$$3^2 + y^2 = 25$$

$$y^2 = 16 \text{ یان } y = \pm 4 \text{ هیلە پروونکەرەوهکه}$$

به هەردوو خالی (3, 4)، (3, -4) دا ده‌پوات. به‌م شیوه‌یهی

ده‌توانیت ئەم خشته‌یهی به‌رامبه‌ر دروستبکه‌یت به‌له‌جیاتی دانانی گۆراوی  $x$  به‌چەند به‌هایه‌کی

گونجاو. ئەو خالانه‌ی له خشته‌که‌دا هاتوو له‌سه‌ر پرووته‌ختی

پۆتان دیاریبکه و خالەکان بگه‌یه‌نه ئەو وینه‌ی

ده‌ستده‌که‌وی‌ت بریتییه له و بازنه‌یه‌ی که چه‌قه‌که‌ی

خالی بنه‌په‌ته و نیوه‌تیره‌که‌ی 5. ئەو بازنه‌یه‌ی بکێشه.

خال له‌سه‌ر هیلەکه	$y$	$x$
(3, -4) و (3, 4)	$\pm 4$	3
(-3, -4) و (-3, 4)	$\pm 4$	-3
(4, -3) و (4, 3)	$\pm 3$	4
(-4, -3) و (-4, 3)	$\pm 3$	-4

چۆن وینه‌ی پروونکردنه‌وه‌که ده‌گۆریت ئەگەر له جیاتی ژماره 25 ژماره‌کانی 49 و 81 و 51 له هاوکێشه‌که‌یدا دابنرێن.

سه‌ره‌نجی ره‌خنه‌گرانه

## Using Graphing Technology

## به‌کاره‌ینانی بژمیره‌ی پروونکردنه‌وه‌ی



ده‌توانیت بژمیری پروونکردنه‌وه به‌کاربه‌ی‌نیت بۆ

کێشانی هیلە پروونکردنه‌وه‌ی. بژمیره‌که داوات لی

ده‌کات که هاوکێشه‌که به‌خه‌يته ناو بژمیره‌که‌وه له‌سه‌ر

شیوه‌ی  $y = \dots$  پێویسته له‌سه‌رت هاوکێشه‌که شیکار

بکه‌یت بۆ دۆزینه‌وه‌ی  $y$  به‌پێی  $x$ .

$$x^2 + y^2 = 25$$

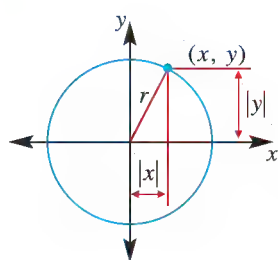
$$y^2 = 25 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{25 - x^2}$$

به‌م شیوه‌یه ده‌توانیت وینه‌ی هیلە پروونکردنه‌وه‌ی بۆ

هاوکێشه‌ی  $y = \sqrt{25 - x^2}$  و  $y = -\sqrt{25 - x^2}$  بکێشیت.





بازنه کومهله خالیکه به دوری یه کسان نت (نیوه تیره) له خالیکی دیاری کراوه وه (چهقی بازنه). به سادهترین شیوه دهستپیکه ئه ویش که خالی بنه پرت بپیته چهقی بازنه.

خالی  $(x, y)$  ههلبژیره له سهر بازنه که که ناکه ویتته سهر ههردوو تهوه رهکان سیگوشه یه کی گۆشه وه ستاو بکیش له خاله وه دهستپی بکات. ههروهک له وینه ی بهرام بهر پونکراوه ته وه. درژی

دوولای گۆشه وه ستاو که بریتیه له  $|x|$  و  $|y|$  و درژی ژیه که ی

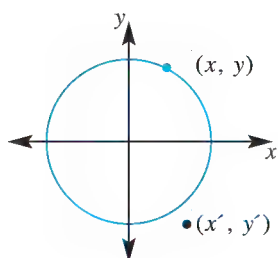
بریتیه له درژی نیوه تیره که ی که درژی ویتته وه له نیوان خاله

ههلبژارده که ی سهر بازنه که و خالی بنه پرت. بهوشیوه یه ده بینیت

پوتانی خاله ههلبژارده که له سهر بازنه که پاسادانی ئه م

هاوکیشیه دهکات

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad \text{هاوکیشیه 1}$$



دهتوانیت پاسه دانی ئه وه بکیت که پوتانی خاله کانی یه کتر پینی بازنه که له گه ل ههردوو تهوه رهکان پاسادانی ئه م هاوکیشیه دهکات. بهرام بهر ئه وه ئه گه ر  $(x', y')$  خالی بپت له دهروه ی بازنه که، دوری ئه و خاله له بنه پرت وه یه کسان نیه به  $r$ ، له م ئه نجام وه بۆمان ده رده که ویت که پوتانی ئه و خاله پاسادانی هاوکیشیه ی پیشو ناکات. که واته  $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$

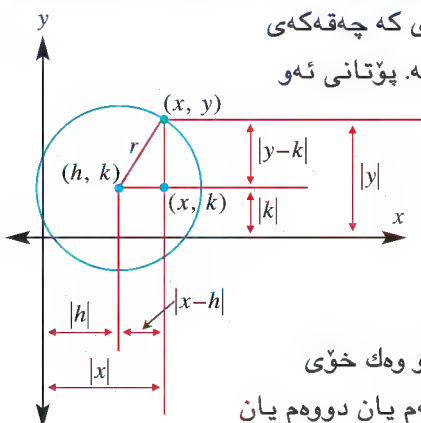
بۆچی  $(x')^2 + (y')^2 \neq r^2$  کاتیک  $(x', y')$  ناکه ویتته سهر بازنه که؟ تیبینیکه که هاوکیشیه 1 ئه م دوو سیفه ته ی تیدایه:

هه ر خالی بکه ویتته سهر بازنه که پاسادانی ئه و هاوکیشیه دهکات.

هه ر خالی نه که ویتته سهر بازنه که پاسادانی ئه و هاوکیشیه ناکات.

له وه ی پیشه وه بۆمان ده رده که ویت که هاوکیشیه  $x^2 + y^2 = r^2$  هاوکیشیه ی بازنه یه که نیوه تیره که ی (نت) یه و چهقه که ی خالی بنه پرت.

بیرکردنه وه ی په خنه گرانه



بۆ دۆزینه وه ی شیوه ی گشتی هاوکیشیه ی ئه و بازنه یه ی که چهقه که ی

ناکه ویتته خالی بنه پرت وه. سهیری شیوه ی بهرام بهر بکه. پوتانی ئه و

خاله ی ده که ویتته سهر بازنه که که پاسادانی

هاوکیشیه ی بازنه که دهکات.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \quad \text{هاوکیشیه 2}$$

چۆن پرونیده که یته وه که په یوه ندیبه کان له شیوه ی پیشو وهک خۆی

دهمینیه وه ئه گه ر خالی  $(h, k)$  بکه ویتته چاره کی یه که م یان دووهم یان

سییه م یان چواره م.

بیرکردنه وه ی په خنه گرانه

چہقی ئەم بازنہیہ دیاریبکە کہ ھاوکیشەکی  $(x-7)^2 + (y+3)^2 = 36$

لە دوایدا نیوہتیرەکی دیاریبکە.

شیکار

ئەگەر ھاوکیشەکی دراو لەگەڵ شیوہی گشتی ھاوکیشەکی بازنە بەراوردبکەین.

ئەم لیکچوونانە خوارەوہ دەبینی.

لە ھاوکیشەکی دراو	لە شیوہی گشتی ھاوکیشەکی بازنەیی
$(x-7)^2$	$(x-h)^2$
$(y+3)^2 = (y-(-3))^2$	$(y-k)^2$
36	$r^2$

ئەم بەراوردکردنە پێگات پێدەدات کہ بلیت  $r=6$   $k=-3$   $h=7$

چہقی بازنەکی بریتیہ لە خالی  $(7, -3)$  یە و نیوہتیرەکی یەکسانەبە 6 یەکی درێژی.

ہەولبە چەق و نیوہتیرەکی ہەربازنەیک لەم بازنانەکی خوارەوہ دیاریبکە. وینەکی ہەر بازنەکیان بکیشە و وینەکی لەگەڵ ئەوانەکی دۆزیوتەوہ بەراوردبکە.

ب  $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 49$

ا  $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 49$

د  $(x+2)^2 + (y-5)^2 = 50$

ج  $(x-4)^2 + (y-5)^2 = 30$

## راہیان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 چۆن خالەکانی یەکتربیرینی ئەو بازنەکی ھاوکیشەکی  $x^2 + y^2 = 4$  بیٹ لەگەڵ ہەردوو تەوہرەکی دیاریدەکەیت؟

2 چۆن خالەکانی یەکتربیرینی ئەو بازنەکی ھاوکیشەکی  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$  بیٹ لەگەڵ ہەردوو تەوہرەکی دیاریدەکەیت.

3 ئایا بازنەیک ہەیہ ہەردوو تەوہرەکی نہپریت؟ وینەکی چۆن دەرەکەویت لەم بارەدا؟

4 یاسای دووری نیوان دووخال بەکاربہینە بۆ نووسینی دووری نیوان دوو خالی  $(x, y)$  و  $(h, k)$  چ شتیک ئەم برہ و شیوہی گشتی ھاوکیشەکی بازنەکی بەیەکدەبەستیتەوہ؟

5 تەکنەلۆجیا زۆر جار کاری بژمیری

پوونکردنەوہ، بۆ کیشانی وینەکی

ھاوکیشە دراوہکان لە سەر شیوہی  $y = \dots$

دەبیٹ. چۆن شیوہی گشتی ھاوکیشەکی

بازنەیک شیکاردەکات بە پپی

گۆراوی  $x$ ؟

## ● راهبانی ناراسته کراو

هاوکیشی  $x^2 + y^2 = 100$  به کاربهنه له پرسپاره کانی 6 بو 8 .

**6** خالی به کتربرینی بازنه که له گهل ههردوو تهوهری پوتانه کان دیاریبکه.

**7** نه خشتهیهی خوارهوه تهواوبکه.

x	y	خال له سهه بازنه که
0	?	?
?	0	?
6	?	?
-6	?	?
8	?	?
-8	?	?

**8** نهو خالانهی له خشتهی پیشوو دهستکه وتوه له پروتهختی پوتانه کان دیاریبکه له دواییدا وینهی بازنه که بکیشه.

هاوکیشی  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$  به کاربهنه بو شیکارکردنی پرسپاره کان له 9 بو 11 .

**9** چهقی بازنه که دیاریبکه.

**10** خالنهکانی به کتربرینی بازنه که له گهل ههریه که له دوو تهوهری پوتان دیاریبکه.

**11** نه خشتهیهی خوارهوه تهواوبکه.

x	y	خال له سهه بازنه که
0	?	?
?	0	?
1	?	?
-1	?	?
4	?	?
7	?	?
8	?	?
9	?	?

**12** نهو خالانهی له خشتهی پیشوو دهستکه وتوه له پروتهختی پوتانه کان دیاریبکه له دواییدا وینهی بازنه که بکیشه

## ● راهبان و جیه جیکردن

خالنهکانی به کتربرینی هه بازنهیه که لهه بازنانهی خوارهوه له گهل ههردوو تهوهری پوتانه کان دیاریبکه.

$x^2 + y^2 = 50$  **14**  $x^2 + y^2 = 64$  **13**

$(x-2)^2 + y^2 = 9$  **16**  $x^2 + (y-4)^2 = 25$  **15**

$(x-6)^2 + (y-8)^2 = 100$  **17**

جیه



هاوکیشەمی بازنەکه بنووسە ئەگەر چەق و نیوەتیرەکی بزانیت

نیوەتیرە	چەق
2.5	(0, 0)
4	(2, 3)
7	(4, -5)
$\sqrt{7}$	(4, -3)

19

21

23

25

نیوەتیرە	چەق
6	(0, 0)
$\sqrt{13}$	(0, 0)
5	(0, 6)
10	(1, -7)

18

20

22

24

چەق و نیوەتیرەمی هەر یەک لەم بازنانەمی خوارەوه بدۆزەوه.

$x^2 + y^2 = 36$  27

$(x-6)^2 + y^2 = 9$  29

$(x+5)^2 + (y-2)^2 = 16$  31

$(x+1)^2 + (y+3)^2 = 19$  33

$x^2 + y^2 = 100$  26

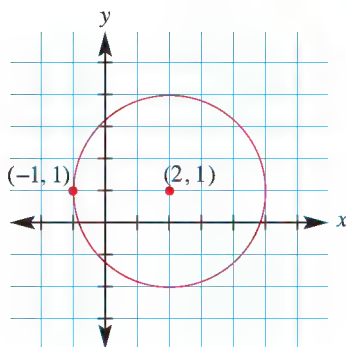
$x^2 + y^2 = 101$  28

$x^2 + (y-3)^2 = 4$  30

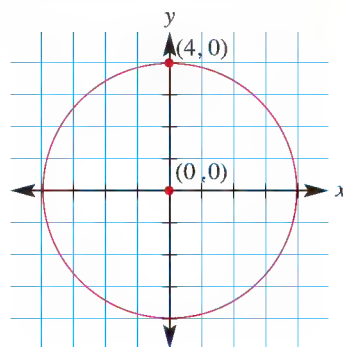
$x^2 + (y+3)^2 = 49$  32

جەبر

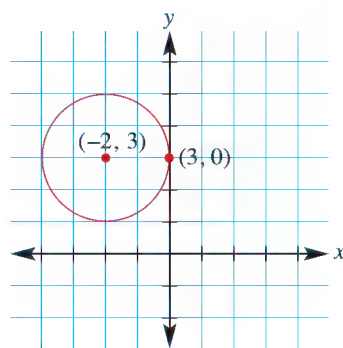
هاوکیشەمی ئەو بازنەمیە بدۆزەوه کە لەم وێنانەمی خوارەوه پوونکراوەتەوه



35



34



36

خاڵەکانی یەکتەرپینی ئەم بازنە لەگەڵ هەردوو تەوەرەکان وەک لەم خشتەییەدا دراوه بدۆزەوه بە پێی ئەو خاڵانە بۆ هەریەکەیان وێنەمی بازنەکه بکێشە و هاوکیشەکی بدۆزەوه.

جەبر

یەکتەرپین لەگەڵ تەویری سینی	یەکتەرپین لەگەڵ تەویری صادی
3 و -3	3 و -3
2 و 6	یەکتەرپین نییه
سفر	8 و 0
یەکتەرپین نییه	5
یەکتەرپین نییه	یەکتەرپین نییه

37

38

39

40

41

ھاۋكىشەي ئەۋى بازنەنە بدۆزەۋە بەيىي ئەم

زانباريانەي دراۋە، باشتەر وايە ويئەكە بكيشت.

42 چەقەكەي (2, 3)؛ وليكەۋتە بۆتەۋەرى سىنەكان.

43 چەقەكەي (2, 3)؛ وليكەۋتە بۆتەۋەرى سادەكان.

44 چەق: (0, 1)؛ بەخالى (4, 4) دا دەپرات

45 چەق: (2, 3)؛ بەخالى (8, 3) دا دەپرات

46 چەق: (2, 3)؛ بەخالى (8, 11) دا دەپرات

47 (1, 3) و (5, 3) دوسەرى يەككە لە تيرەكانىيەتى

بژميرەي پروونكرنەۋەيى يان كاغەزى پروونكرنەۋە بەكاربەيئە بۆ شىكارى پرسپارەكان لە 48 تا 54 .

48 بە پروونكرنەۋەيى ھاۋكىشەي  $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 4$  بنويئە. ويئەي ئەۋەي دەستكەۋتوۋە

بە دەۋرى تەۋەرى سىنى بكيشتە. ھاۋكىشەي ئەم ويئەيەش بنووسە.

49 بە پروونكرنەۋەيى ھاۋكىشەي  $(x-4)^2 + (y-2)^2 = 1$  بنويئە. ويئەي ئەۋەي دەستكەۋتوۋە

بە دەۋرى تەۋەرى سىنى بكيشتە. ھاۋكىشەي ئەم ويئەيەش بنووسە.

50 بە پروونكرنەۋەيى ھاۋكىشەي  $(x-2)^2 + y^2 = 9$  بنويئە. ويئەي ئەۋەي دەستكەۋتوۋە بە

كشانەۋەي 6 يەكە بۆلای راست بكيشتە. ھاۋكىشەي ئەم ويئەيەش بنووسە.

51 بە پروونكرنەۋەيى ھاۋكىشەي  $(x-6)^2 + (y-4)^2 = 9$  بنويئە. ويئەي ئەۋەي دەستكەۋتوۋە

بە كشانەۋەي 2 يەكە بۆلای راست بكيشتە. ھاۋكىشەي ويئەكەش بنووسە.

52 بە پروونكرنەۋەيى ھاۋكىشەي  $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 9$  بنويئە. ويئەي ئەۋەي دەستكەۋتوۋە

بە خولانەۋەي گۆشەكەي بە 180 بكيشتە لە دەۋرى خالى بنەپەت بكيشتە. ھاۋكىشەي ئەم

ويئەكەش بنووسە.

53 ھاۋكىشەي ليكەۋتى بازنەي  $x^2 + y^2 = 100$  لە خالى  $A(-6, 8)$  بدۆزەرەۋە.

54 ئەۋ سىگۇشەيەي كە سەرەكانى (0, 0)، (0, 6)، (8, 0) بن بكيشتە لە دواييدا ھاۋكىشەي ئەۋ

بازنەيە بدۆزەرەۋە كە بەسەرەكانيدا پويشتوۋە.

بەرەنگارى

## روانين بۆ دواۋە

55 پاۋان تيرىكى ھەلدا بۆ سەر ويئەي بازنەيەك كە ھاۋكىشەكەي  $x^2 + y^2 = 100$  ئەگەرى

ئەۋەي تيرەكە بکەۋيئە ناۋ بازنەي  $x^2 + y^2 = 25$  چەند؟



56 گەردوون ئارام پليتيكى بەكارھيئا كونيكي

بچوۋكى تيدا بوو تيشكى خورى پيدا دەپويشت بۆ

بينينى پۆزگيران. شاشەيەكى سىي لە دوورى

50cm لە كۆنەكەۋە دانا. ويئەي خۆرەكەي

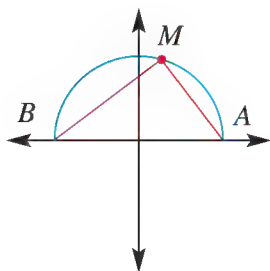
دەستكەۋت كە تيرەكەي  $x$  mm تيرى ويئەي

خۆرەكە چەند دەبيت ئەگەر ئارام شاشەكە دابنى لە

دوورى 100cm 25cm 45cm



بە ھۆى شىكارکردنى پىرسىيارەكانى 57 تا 59 دەيسەلمىنىت كە ئەو چىۋەگۆشەيەى لە نىۋەى بازىنەيەكدا كىشراۋە گۆشە ۋەستائە، ۋىنەى بەرامبەر بەكارىيەنە.



57 ھاۋكىشەى ئەو بازىنەيەى كە چەقەكەى خالىى بنەرەتە ۋ

نىۋەتىرەكەى  $r$  ، بەكارىيەنە بۆ پۈۈنكۈرەنەۋەى ئەۋەى كە پۈتەنى خالىىك  $m$  لە خالەكان برىتىيە لە  $(a, \sqrt{r^2 - a^2})$  .

58 لارى ھەرىەك لە دوو راستەھىلى  $MA$  ،  $MB$  ،

بدۆزەۋە.

59 بىسەلمىنە كە چىۋەگۆشە ۋەستائە ( لە بىرت بىت:

ئەگەر دوو راستەھىلى ئەستۈۈن بن ئەۋا ئەنجامى

لىكدانى لارىيەكانيان يەكسانە بە 5 ؟

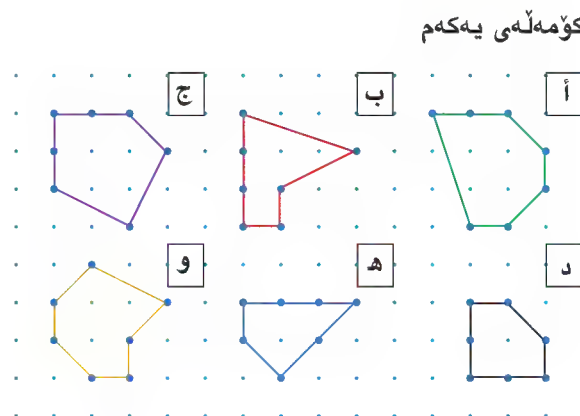
# بىر كارى سەر سامكەر

ئەم پروژەيە ھانت دەدات بۇگەشتىن بەرپىسايەك كە يارمەتت دەدات پروبەرى چەند لايەكى كىشراو لە سەر كاغەزىكى خالدار (بيانى) بدۆزىتەو. بە دانانى ئەوې كە ھەموو سەرەكانى چەندلاكە دەكەونە سەر خالەكانى كاغەزەكە. لە دوايدا سەرسام دەبىت بەبوونى تەنھا رېسايەك كە دەگونجىت بۇ ھەموو چەندلايەك. لە دوايدا كارەكە ئەنجام بەدە بەكارى ھەرەوېزى لەگەل برادەرەكانت لە گرۇپى كاركرنددا. باشتروايە كارەكە لە نىوان خوتاندا دابەش بكەن.

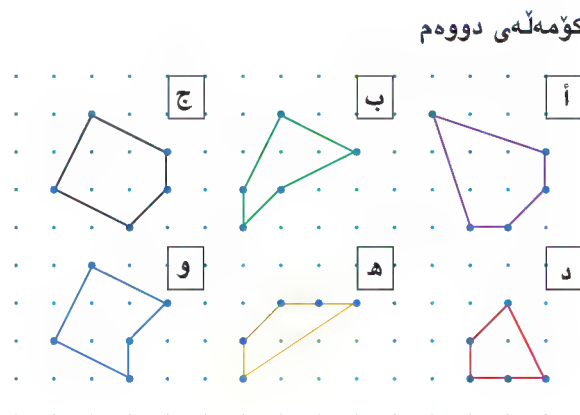
## چالاكى 1

پروبەرى ھەريەك لەم چەندلايەنەى خوارەو بدۆزەو. ھەستە بەم كارە بە دروستكردى خشتەكە و تەواوكردى.  $N_b$  ھىمايەكە بۇ ئەو خالانەى كە دەكەونە سەر چىوې چەندلايەك  $N_i$  ھىمايەكە بۇ ئەو خالانەى كە دەكەونە ناو چەندلايەكە  $A$  ھىمايەكە بۇ پروبەرى چەندلايەكە.

كۆمەلەى يەكەم			
$A$	$N_i$	$N_b$	
6.5	4	7	(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)

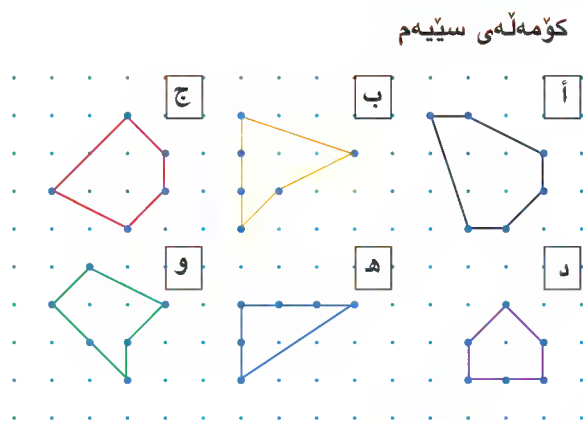


كۆمەلەى دووهم			
$A$	$N_i$	$N_b$	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)





كۆمەلەسى سىيەم			
A	$N_i$	$N_b$	
			(أ)
			(ب)
			(ج)
			(د)
			(هـ)
			(و)



## چالاقى 2

بۇ دۆزىنەۋەدى ياسايەك پاسادانى ئەۋەتكەن ھەممۇ ئەۋەتۈر خالانى دەكەنە سەر چىۋەدى ھەممۇ چەندلاكان ھەمان ژمارەيە.

1 ئەۋەتۈر چىۋەدى يارمەتتە دەتات بۇ دۆزىنەۋەدى پروبەرەكە؟

2 ئەۋەتۈر بىنۋەسە، كە دۆزىۋەتەۋە، بە شىۋەدى ياسايەك.

3 ئەۋەتۈر ياسايەدى نوسىۋەتە پاسادان بىكە بە پىگەي كىشەنى ژمارەيەك چەندلا لەسەر كاغەزى خالدار (بەيەنى) ۋە ھەژمىرى پروبەرەكانيان بىكە.

تۆيەكەم كەس نىت ئەۋەتۈر ياسايە بىدۆزىتەۋە. پىش تۆزانا جۇرچ پىك سالى 1899 ز دۆزىۋەتەۋە.

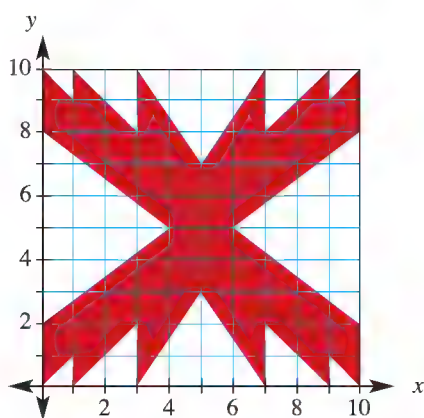
## چالاقى 3

شىۋەدى بەرامبەر بەكاربەتتە

بەشىۋەدى پەمەكى ئەگەر خاللىك لەسەر كاغەزى

بەيەنى ھەلپىرى ئەگەرى ئەۋەتۈر خالە لە

خالە پەنگراۋەكان بىت چەندە؟



# پیداچوونه‌وهی به‌ش

بۆ شیکارکردنی پرسیاره‌کانی 15 تا 18، پیوانه‌ی

گۆشه‌کانی هه‌رسیگۆشه‌یه‌ک دیاریبکه.

15 سیگۆشه‌ی  $RST$  16 سیگۆشه‌ی  $PST$

17 سیگۆشه‌ی  $PQR$  18 سیگۆشه‌ی  $PQT$

19 سه‌رجه‌می پیوانه‌ی گۆشه‌کانی هه‌شت لایه‌ک چه‌نده؟

20 پیوانه‌ی چه‌قه‌گۆشه‌یه‌ک له هه‌شت لایه‌کی رێک چه‌نده؟

21 پیوانه‌ی گۆشه‌یه‌کی ناوه‌وه له هه‌شت لایه‌کی رێک چه‌نده؟

22 پیوانه‌ی ده‌ره‌گۆشه‌یه‌ک له هه‌شت لایه‌کی رێک چه‌نده؟

ویننه‌ی ئەو پارچه‌ پاسته‌هیلله‌ی که دوو سه‌ره‌کانی دوو

خاله‌ی  $(-2, 1)$  و  $(3, 4)$  بن دیاریبکه به‌ هاوپیژده‌ی

ئه‌ندازه‌یی که چه‌قه‌که‌ی خالیه‌ بنه‌په‌ته و پێژه‌که‌ی.

23 3 24 -1

شیوه‌که دروستبکه‌وه و ویننه‌که‌ی بکێشه به‌ هاوپیژده‌ی

ئه‌ندازه‌یی که چه‌قه‌که‌ی خالیه‌ دیاریکراوه و پێژه‌که‌ی  $n$ :

25  $n = 3$

26  $n = \frac{1}{2}$

ویننه‌ی ئەم بازنانه‌ی خواره‌وه له پرووته‌ختی پۆتاندا بکێشه.

27  $x^2 + y^2 = 49$

28  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$

29 چه‌قی ئەم بازنه‌یه  $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$  ؟

هاوکیشه‌ی ئەم بازنه‌یه بدۆزه‌ره‌وه که چه‌قه‌که‌یان  $M$  و نیوه‌تیره‌که‌یان  $r$  بێت.

30  $r = 1 : M(0, 0)$

31  $r = 8 : M(6, -2)$

ئەم بۆشایانه‌ی خواره‌وه به‌ ده‌سته‌واژه‌ی گونجاو پرېکه‌وه.

1 یه‌کتربهرینی دوو پاسته‌هیلل پیکدیت له‌یه‌ک ؟

2 یه‌کتربهرینی دوو پرووته‌خت پیکدیت له‌یه‌ک ؟

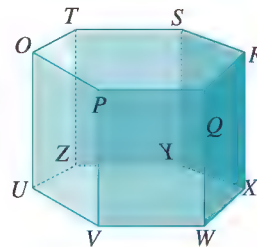
3 به‌ دوو خالیه‌ جیاوازا ته‌نها یه‌ک ؟ ده‌روات.

4 به‌سی خال که له‌رێکی یه‌کترنه‌بن ته‌نها یه‌ک ؟ ده‌روات.

5 ئەگه‌ر دوو خالیه‌ جیاواز بکه‌ونه پرووته‌ختیک، ئەوا

ئەو پاسته‌هیلله‌ی به‌و دوو خاله‌ داده‌روات ؟

ئەو پوازکه وه‌ستاوه به‌کاربه‌ینه‌ بۆ شیکاری پرسیاره‌کان له 6 بۆ 9.



6 دوو پرووی ته‌ریب ناوینن

7 دوو پرووی ئەستون ناوینن

8 دوو لای ته‌کولۆ ناوینن

9 لایه‌ک و پرویه‌کی ئەستون ناوینن

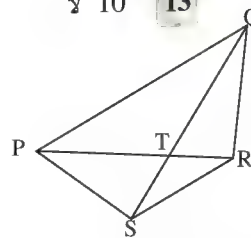
10 ویننه‌یه‌کی بینراو بۆ پوازکی وه‌ستاو که بنکه‌که‌ی لاکیشه‌ بێت دروست بکه به‌مه‌رجیک خالیه‌ پوکانه‌وه بکه‌وینته لای پاستی پوازکه‌که.

11 ویننه‌یه‌کی بینراو بۆ پوازکی وه‌ستاو که بنکه‌که‌ی لاکیشه‌ بێت دروست بکه به‌مه‌رجیک خالیه‌ پوکانه‌وه‌ی له پشت پوازکه‌که بێت

ناوی ئەم چه‌ندلایانه‌ چیه‌؟

12  $\sphericalangle 8$  13  $\sphericalangle 10$

14  $\sphericalangle 12$



شیوه‌که‌ی سه‌ره‌وه به‌کاربه‌ینه‌ کاتیک:

$\widehat{RQR} = 57^\circ$   $\widehat{PTQ} = 125^\circ$   $\widehat{PRQ} = 90^\circ$

$\widehat{RSQ} = 30^\circ$   $\widehat{PSQ} = 83^\circ$



# تاقىکردنه‌وهى بهش

سەرەکانى سېڭۆشه‌یهك بریتییه له (4, 1) و (2, 2) و (3, 0) پۆتانى سەرەکانى وینه‌كهى بهم جیگۆركیانه دیاریبكه.

7 وینه‌دانه‌وه به پێى ته‌وه‌رى سینی

8 كشانه‌وه 3 یه‌كه به‌لاى چه‌پ و یه‌كه یه‌كه بوو خواره‌وه.

نه‌مانه ته‌واوبكه

9 یه‌كتربیرینی دوو راسته‌هێل پیکدیت له 5

10 یه‌كتربیرینی دوو پروته‌خت پیکدیت له 5

11 ئه‌و راسته‌هێلێ به‌ دوو خالی جیاوازا له‌ناو پروته‌ختیکدا ده‌پوات 5

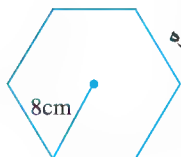
سیڭۆشه‌ی ABC به‌کاربه‌ینه‌ کاتیك  $A(-1, 8)$   $B(4, 3)$   $C(1, 2)$  بوو شیکاری پرسیاره‌کان له 12 بوو 15.

12 لاری هەر لایه‌ك له لاكانى بدۆزه‌وه

13 بیسه‌لمینه‌ سېڭۆشه‌كه وه‌ستاوه.

14 پۆتانى خاله‌کانى ناوه‌پاستى لاكانى بدۆزه‌وه.

15 درێژى لاكانى بدۆزه‌وه هه‌موو وه‌لامه‌كانت نزیكبه‌وه له نزیكترین به‌ش له سه‌د.



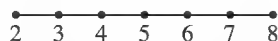
16 پروبه‌رى چه‌ند لای به‌رامبه‌ر بدۆزه‌وه

17 پۆتانى وینه‌ی خالی (3, 3) به

خولانه‌وه چه‌قه‌كه‌ی خالی بنه‌رته و گۆشه‌كه‌ی  $45^\circ$  بدۆزه‌وه؟

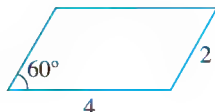
18 ئاوات له سه‌ر ئه‌م پارچه راسته‌هێلێ خواره‌وه

به‌شپۆه‌یه‌كى هه‌رپه‌مه‌كى خالیكى هه‌لبژارد. ئه‌گه‌رى ئه‌وه‌ی ئه‌و خاله‌ بکه‌وێته نیوان 2 و 2.5 بێت چه‌نده.



19 پۆیانیه‌ی چه‌قه گۆشه له سێزده‌لایه‌كى پێك بدۆزه‌وه؟

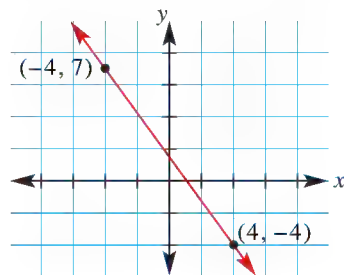
20 پروبه‌رى ئه‌م لاتهریبه بدۆزه‌وه؟



1 كام جووت له خاله‌كان راسته‌هێلێكى ستوون دیاریده‌كات له‌گه‌ڵ ئه‌و راسته‌هێلێ له وینه‌ی خواره‌وه كێشراوه؟

ا  $(0, 7)$  و  $(8, -4)$  ب  $(4, -7)$  و  $(-4, 4)$

ج  $(-7, 0)$  و  $(4, 8)$  د  $(7, -4)$  و  $(-4, 4)$



2 كام له‌م پۆیانانه‌ی خواره‌وه سېڭۆشه دیاری ناکات؟

ا  $A=50^\circ$  ;  $B=85^\circ$  ;  $C=45^\circ$

ب  $AB=12$  ;  $BC=7$  ;  $CA=9$

ج  $A=90^\circ$  ;  $B=65^\circ$  ;  $C=15^\circ$

د  $CA=10$  ;  $BC=6$  ;  $A=18$

3 كام پۆیانیه‌ی خواره‌وه پۆیانیه‌ی گۆشه‌ی نۆلایه‌كى پێكه؟

ا  $40^\circ$  ب  $100^\circ$

ج  $140^\circ$  د  $160^\circ$

4 پۆژان دوو راسته‌هێلێ كێشا لاری یه‌كه‌م  $= -5$  و لاری دووهم  $= 0.2$  بێت ئایا ئه‌م دوو راسته‌هێلێ.

ا ته‌ریبن ب ستوونن

ج ئاسۆیی د بێجگه له‌وانه

5 جیگۆركیى ئه‌ندازه‌یى كه خالی  $(x, y)$  ده‌گۆرێت بوو خالی  $(-x, -y)$  بریتییه له:

ا كشانه‌وه ب وینه‌دانه‌وه‌ی ته‌وه‌ریه‌ی

ج خولانه‌وه د هاوپیژه‌ی ئه‌ندازه‌یى

6 بسه‌لمینه‌ ئه‌و چوار لایه‌ی سەرەکانى

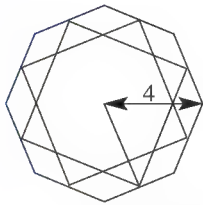
$A(3, -1)$   $B(9, -5)$   $C(7, -8)$   $D(1, -4)$

لاکێشه‌یه؟



# تاقىكر دنه وهى كه له كه بوو

وینەى بهرامبەر به کاربەینە بۆ شیکارکردنى پرسیاره کان له 18 بۆ 21 .



- 18 ژمارەى چەندلا پێکەکان له شێوەى بهرامبەر چەندە؟ جۆرى هەر شێوەیهك دیاریکە.
- 19 بۆ هەر چەندلايهكى پێک که دۆزیتەوه له پرسیارهکەى پێشوو پێوانهکانى گۆشەى ناوه وه و چەقە گۆشە و گۆشەکانى دەر وه دیاریکە؟
- 20 ئەستوونەهکى هەشت لاکە بدۆزەر وه.
- 21 پروبەرى ئەو چەند لاریکانه بدۆز وه له پرسیارى 18 دا.

پارچەى	زیادکراو
پروى مێزەکە	

- 22 **دیزاین** دارتاشێک هەستا به گەرەمکردنى مێزێکى چوارگۆشە به زیادکردنى پارچە تەختەیهکى لاکیشەیی بۆ پرووهکەى. ئایا مێزە تازەکە پێکە؟ لایە کسانە؟ گۆشەکانى یە کسان؟
- وینەى ئەو پارچە راستەهێڵەى که سەرەکانى (6, -1), (-4, 2) دیاریکە؟ بەم دوو هاوپیژە ئەندازەییە.

- 23 هاوپیژە ئەندازەییەکە چەقەکەى خاڵى بنەرەتە و پێژەکەى = -2
- 24 هاوپیژە ئەندازەییەکە چەقەکەى خاڵى بنەرەتە و پێژەکەى = 0.5



- 25 شێوەى بهرامبەر بکێشە و وینەى سیگۆشەکە دروستبکە به هاوپیژەى ئەندازەیی چەقەکەى خاڵى دراوه و پێژەکەى = 2 .
- وینەى هەریەک لەم بازنانە بکێشە که هاوکێشەکانیان ئەمانەن.

$$x^2 + y^2 = 36 \quad 26$$

$$x^2 + y^2 = 64 \quad 27$$

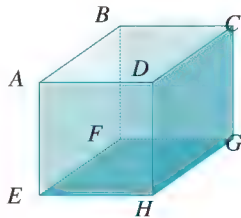
$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9 \quad 28$$

- هاوکێشەى هەریەک لەم بازنانە بدۆزەر وه.
- 29 چەقەکەى خاڵى بنەرەتە و نت = 2
- 30 چەقەکەى خاڵى (1, -5) وه نت = 4

ئەم وینەى خوار وه به کاربەینە بۆ شیکارى پرسیاره کان له 1 بۆ 9 .

- 1 یەکتەرپێنى هەردوو پروتەختى  $p$  و  $q$  ناوینى
- 2 سێ خاڵ که له پێکى یەکتەرى بن ناوینى
- 3 سێ خاڵ ناوینى که له یەك ئاست دا بن و له پێکى یەکتەرى نە بن
- 4 سێ پارچە راستەهێڵ ناوینى.
- 5 تیشکێک ناوینى.
- 6 دووگۆشەى تەواوکەرى یەکتەرى دیاریکە.
- 7 راستەهێڵێک دیاریکە که بکەوێتە پروتەختى  $p$
- 8 راستەهێڵێک دیاریکە نەکەوێتە پروتەختى  $q$
- 9 پروتەختى  $p$  به پێگایەکى تر ناوینى.

ئەم شێوەیهى خوار وه به کاربەینە بۆ شیکارى پرسیاره کان له 10 بۆ 17



- 10 جووتێک له پرووهکانى تەریب به یەکتەر ناوینى
- 11 دوو لای تەکولو ناوینى
- 12 لایەک و پرویهک ناوینى به مەرجێک لایەکە ئەستوون بێت لەگەڵ پرووهکە.
- 13 لایەک و پرویێک ناوینى به مەرجێک لایەکە تەریب بێت به پرووهکە.
- 14 دووتۆى گۆشەیهک ناوینى و پێوانهکەى دیاریکە
- 15 وینەیهکى بینراو دروستبکە که یەك خاڵى پوکانه وهى هەبێت بۆ خشتەکێک ئەگەر بزانی خاڵه پوکانه وه که بکەوێتە پشت خشتەکەکە.
- 16 وینەیهکى بینراو دروست بکە دوو خاڵى پوکانه وهى بۆ خشتەکێک هەبێت ئەگەر بزانی ئاسۆ دەکەوێتە پشت خشتەکەکە وه.
- 17 وینەیهکى بینراو دروستبکە که دوو خاڵى پوکانه وه بۆ خشتەکێک هەبێت ئەگەر بزانی ئاسۆ بکەوێتە پێش خشتەکەکە.



بهشی ههشته

# سیگۆشه زانی

## Trigonometry

1. شیکاری سیگۆشه و هستاو.

2. گۆشه کانی خولانه وه.

3. پیاوانه ی بازنه یی و دریژی که وانه.

4. هاوئه نجامه سیگۆشه ییه بنه ره تییه کان.

پرۆژه ی به شه که

پیدا چوونه وه

تاقیکردنه وه ی بهش

تاقیکردنه وه ی که له که بوو

## Trigonometry سىگوشەزانی

لە نىوان پىوانەکانى لاكانى سىگوشە و گۆشەکانى پەيوەندى  
گرنگ ھەيە کە زانستىكى کۆن نوئى لىيەدەکۆلئیتەو ھەيە  
سىگوشەزانییە.  
لە دىر زەمانەو مېوڤ گرنگى داو ھە سىگوشەکان. لەم دوو  
لاپەرە وینەکان ئاماژە بۆ ھەو دەکەن. سىگوشەزانی  
بەکارھێنانەکانى زۆر فراوانە لە فیزىيا و زانستى گەردوون و  
تەلارسازى و ئەندازە و ھەوانى تر.

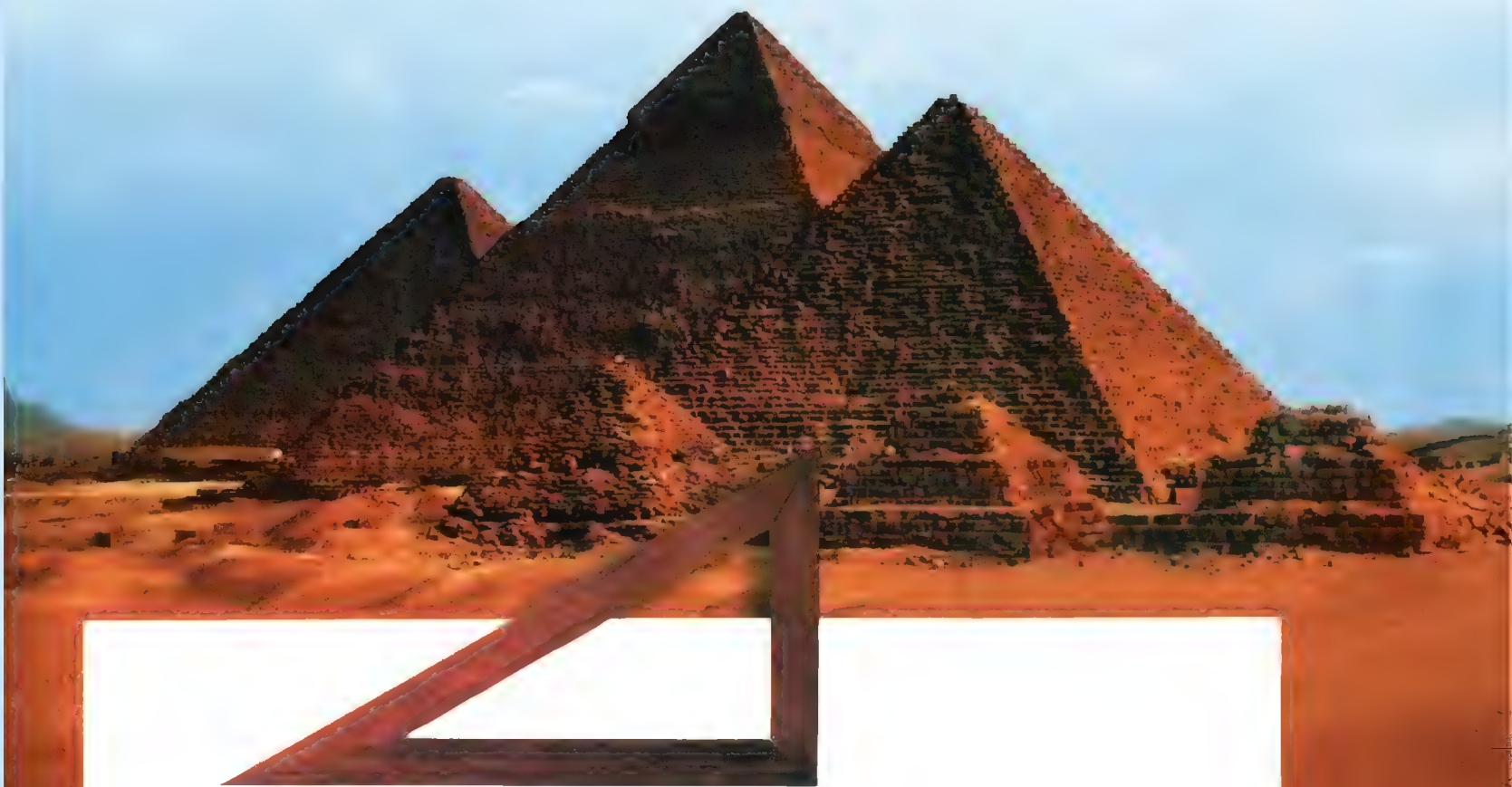
بەشى

8

وانەکان

1. شىکارکردنى
2. سىگوشەى وەستاو.
3. گۆشەکانى خولانەو
4. پىوانەى بازەيى و
- دریژى کەوانە.
4. ھاوئەنجامە
- سىگوشەيە
- بنەرەتییەکان.
- پرۆژەى بەش

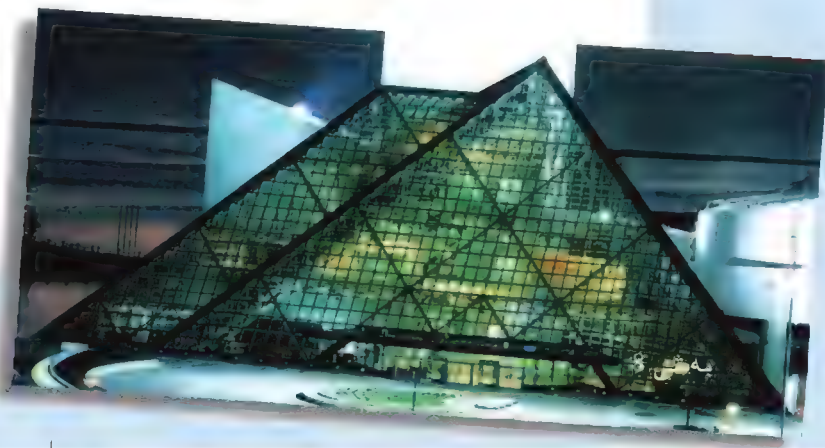




### دەريارەى پىرۇژەى بەش

بەبۇنەى كىردنەوەى پىشانگاي جىهانى لە شارى شيكاگوۋى ئەمىرىكى سالى 1893 ، جۇرچ فىرىس چەرخىكى گەورەى دروستكىرد، كە بە ناۋى خۇيەوە ناسراو، چەرخەكە خانەخانە كراو، ھەر خانەيەك جىگاي چەند كەسىكى لىدەبىتەو، بە خولانەوەى دۇلابەكە «چەرخەكە» ئەو نەفەرانەى دەگواستەو لە خوارەو بۇ سەرەو و بە پىچەوانەو. لە ماوەى كاركىردن لە بەشەكە، ھەلدەستىت بە پىشخستنى ئەم سامپلە (نمونه) بۇ لىكۆلىنەوەى گۇرپانى بەرزبونەوەى نەفەرەكەى خانەكە بە تىپەرىپوونى كات. دواى تەواوبوونت لە بەشەكە دەتوانىت:

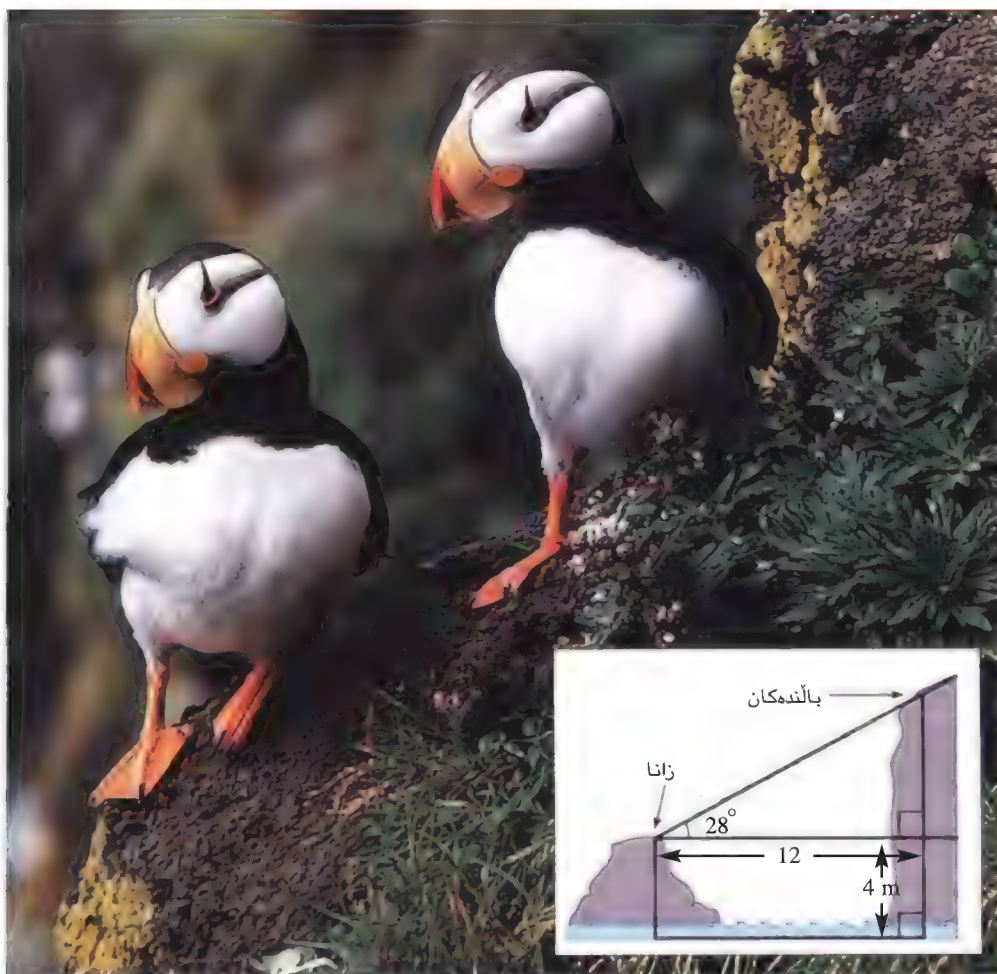
- سامپلىكى بىركارىانە دابىت بۇ بەرزى خالىك كە دەكەوۋتە سەر چىوەى چەرخەكە بەپىي كات.
- پوونكىردنەوەى ھەر پىكەيىنەرىك لەپىكەيىنەرىكانى سامپلەكە چى دەگەيەنى لەژيانى پۇژانە.
- ديارىكىردنى خىرايى خالىك لەسەر چىوەى چەرخەكە.





# شىكارىردى سىگۇشەى وەستاو

## Solving Right Triangle



### ئامانجىكان

- رېژە سىگۇشەىيەكانى گۇشەى تىژ ھەژماردەكات و جىا دەكاتەو.
- سىگۇشەى وەستاو بەبەكارھىنانى رېژە سىگۇشەىيەكان شىكارىدەكات.

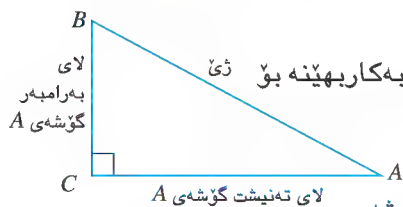
### بۇجى

دەتوانىت رېژە سىگۇشەىيەكانى سىگۇشەىيەكى وەستاو بەكاربەئىت بۇ شىكارى ئەو پىرسىارانەى لە زىانى پۇزانەدا دىتە پىكامان وەك لە دىارىكىردى بەرزى ئەو بالتىمىكانى لە وىتەكەدا دەرکەوتوون لە پووى ئاوەكەو.

### جىيەجىيەكەندەكان

#### بالتىمىكان

يەككە لە زاناکان ھەستا بەگرتنى وىنەى كۆمەلە بالتىمىكانى لەقەدپالى شاخىكدا وەستاوون. بۇ دۆزىنەوہى بەرزى ئەو بالتىمىكانى لە پووى ئاوەكەو. زاناکە ھەستا بە پىوانى ئەو گۇشەى دروست بوو لە ئەنجامى ھىلى سەيركىردى بۇ بالتىمىكان لەگەل ھىلى ئاسووى، بىنى پىوانەى گۇشەكە  $28^\circ$  زاناکە چۆن ئەم كارەى ئەنجامدا. ئەگەر بزانىت ئەو لە بەرزى 4 m وەستاو و دوورى نىوان ئەو و قەدپالى شاخەكە 12m بوو؟



بۇ ئەوہى بەرزى شوئى بالتىمىكان دىارىيەكەيت سىگۇشەزانى بەكاربەئىنە بۇ دۆزىنەوہى پىوانەى گۇشەىيەكە لە گۇشەكانى سىگۇشە وەستاوہكە يان درىژى لايەك لە لاكانى. بىرىكەوہ كە ژى سىگۇشەى وەستاو ئەولايەكە بەرامبەر گۇشە وەستاوہكەيە لەو سىگۇشەى لە لاي چەپ كىشراو، دەبىنن  $AB$  ژىيەو  $AC$  تەنىشت گۇشەى  $A$  و  $BC$  لاي بەرامبەرى گۇشەى  $A$ . لاي تەنىشت و بەرامبەرى گۇشەى  $B$  دىارىيەكە.

✓ خالى جاويدىرى

### Trigonometric Ratios $\hat{A}$ رېژە سىگۇشەىيەكانى گۇشەى $\hat{A}$

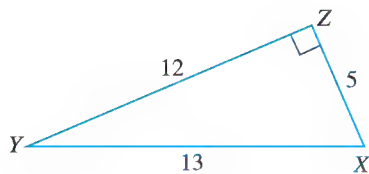
$$\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{تەنىشت}} \quad \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{تەنىشت}}{\text{ژى}} \quad \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{بەرامبەر}}{\text{ژى}}$$

سەرنج بدە:  $\sin A = \text{sine } A$ ,  $\cos A = \text{cosine } A$ ,  $\tan A = \text{tangent } A$



## نمونہ

ہر سی پڑھ سیگوشہ ییہ کان بؤ گوشہ ی X لہ سیگوشہ ی بہرامبہر ہہ ژماریکہ.



شیکار

$$\sin \hat{X} = \frac{YZ}{XY} = \frac{12}{13} = 0.9231$$

$$\tan \hat{X} = \frac{YZ}{XZ} = \frac{12}{5} = 2.4$$

$$\cos \hat{X} = \frac{XZ}{XY} = \frac{5}{13} = 0.3846$$

ہولبدہ ہر سی پڑھ سیگوشہ ییہ کان بؤ گوشہ ی Y لہ سیگوشہ ی سہرہوہ ہہ ژماریکہ ولامی تہواوی بدہوہ ولامہ کانت لہ نزیکترین ہش لہ دہہزار نزیککرہوہ.

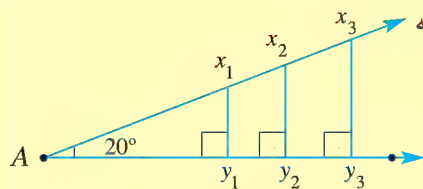
## چالاکی

### Exploring Trigonometric Ratios

### دؤزینہوہی پڑھ سیگوشہ کان

پیوستیت بہ پرگالیک و راستہ یہک و بڑمیریک ہہیہ.

خشتہ یہک دروستبکہ وک خشتہ کی خوارہوہ.



1. ئہوہی لہ خشتہ کدایہ بینوسہوہ. لہ دوایدا تہواویبکہ

لہ ریگای پیوانی لایہ دیاریکراوہ کان لہ گہل

دؤزینہوہی پڑھ سیگوشہ ییہ کان گوشہ ی A.

2. ئایا ئہو بہایانہی نووسیوتہ لہ ستونی  $\sin A$

بہ نزیکہی یہکسان؟ کارہک لہ ستونی  $\cos A$  وایہ؟ لہ ستونی  $\tan A$  وایہ؟

سیگوشہ	بہرامبہر $\hat{A}$	تہنیشٹ $\hat{A}$	ژی	$\sin \hat{A} = \frac{\text{بہرامبہر}}{\text{ژی}}$	$\cos \hat{A} = \frac{\text{تہنیشٹ}}{\text{ژی}}$	$\tan \hat{A} = \frac{\text{بہرامبہر}}{\text{تہنیشٹ}}$
$Ax_1y_1$						
$Ax_2y_2$						
$Ax_3y_3$						

3. ئہو ئہجامانہی دستکھوتوہ بہراوردی بکہ لہ گہل ئہجامہکانی ہاوپرکانت لہ پؤلہ کدا.

4. ئایا دہتوانیت گریمانہ یہک دابریشیت دہربارہی ہر سی پڑھ سیگوشہ ییہ کان گوشہ ی A ؟

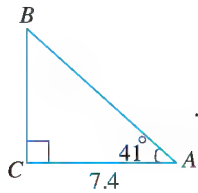
✓ خالی چاودی

بہہاکانی پڑھ سیگوشہ یی گوشہ ی کی تیژ ناگورپٹ بہ گورانی سیگوشہ وستاوہ بہکارہاتوہکہ، ہرہوہ لہ چالاکی سہرہوہ بؤت دہرکوت، بہہاکانی ئہم پڑزانہ تہنہا بہ پیوانہی گوشہ کی دیاری دہکریت.

دہتوانیت بہہاکانی پڑھ سیگوشہ ییہ کان گوشہ کی دہست بکہوٹ بہزانینی پیوانہ کی بہہکارہینانی بڑمیری زانستی. و دہتوانیت پڑھ سیگوشہ ییہ کان بہکارہینیت بؤ دؤزینہوہی ہندیک لہ لاکانی سیگوشہ ی وستاوہ ہرہوہ نمونہ ی 2 پرونیدہکاتہوہ.

## نمونە

دریژی لاکانی سیڭۆشەى بەرامبەر بدۆزەرەو.



شیکار

لە بەر ئەوەی دریژی  $AC$  زانراوە پێویستە دریژی ھەریەک لە  $\overline{AB}$  و  $\overline{BC}$  بدۆزینەو.

$\cos A$  بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوێ دریژی  $AB$

$\tan A$  بەکاربھێنە بۆ دۆزینەوێ دریژی  $BC$

$$\tan A = \frac{BC}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\tan 41^\circ = \frac{BC}{7.4}$$

$$\cos 41^\circ = \frac{7.4}{AB}$$

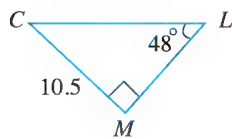
$$BC = 7.4 \times \tan 41^\circ$$

$$AB = \frac{7.4}{\cos 41^\circ}$$

$$BC \approx 7.4 \times 0.8693$$

$$BC \approx 6.4$$

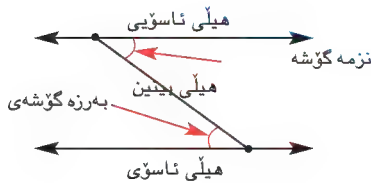
$$AB \approx \frac{7.4}{0.7547} \approx 9.8$$



ھەولبەدە دریژی لاکانی سیڭۆشەى بەرامبەر بدۆزەرەو

بەرزە گۆشە Angle of Elevation ئەو گۆشەىە کە

دەکەوێتە نێوان ھێڵی ئاسۆیی لەگەڵ ھێڵی بینینی خاڵێکی بەرزتر لە خۆی.



نزمە گۆشە Angle of Depression ئەو گۆشەىە کە

دەکەوێتە نێوان ھێڵی ئاسۆیی لەگەڵ ھێڵی بینینی خاڵێکی نزمتر لە خۆی.

بەگەرانیوە بۆ پرسپاری باسکراو لە سەرەتایی وانەکە بەرزى شوینی بآلندەکان لە سەر پووی ئاوەکە بدۆزەرەو.

## نمونە

شیکار

جێبەجێکردنەکان

بآلندەکان

$\overline{BE}$  بەرزى شوینی بآلندەکانە لە پووی ئاوەکەو.

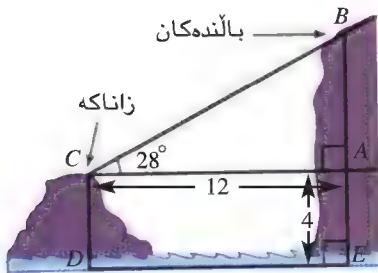
لەبەرئەوێ  $BE = BA + AE$

و لەبەر ئەوێ  $AE = CD = 4\text{m}$  ، کەواتە  $\tan 28^\circ = \frac{AB}{12}$

$$AB = 12 \times \tan 28^\circ$$

$$AB \approx 6.38$$

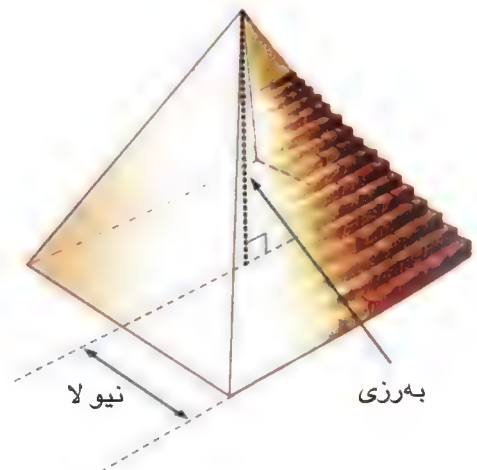
$$BE = BA + AE = 6.38 + 4 = 10.38\text{m}$$



دەروازەىەک لەسەر پۆشنبیری فیرعەونییەکان فیرعەونییەکان پەییوەندیەکی سیڭۆشەیان بەکارھێناوە ناویان ناوە سیکد کە لاری پووی ھەرپەمەکە دەگەینێت.

سیکد  $\text{Cotangent} = \frac{\text{دوو ئەوەندەى پێوانى لای بنکەى ھەرم}}{7 \text{ ئەوەندەى بەرزى ھەرپەمەکە}}$

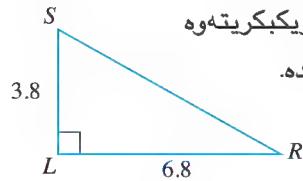
تیبینی ئەو بەکە کە سیکد ھەلگەراوێ سایەى (ھەلگەراوێ  $\tan$ ) گۆشەکەىە کە پێی دەوترێت سایەتەواوێ گۆشەکە Cotangent یان  $\cot$  گۆشەکە بەکورتکراوێی.





ئەگەر بمانەوئىت سىڭۆشەيەكى وەستاو شىكارىكەين پېۋىستە پېۋانەي گۆشەكانى سىڭۆشەكە بدۆزىنەوە لەگەل درىژى لا نەزانراوەكانى سىڭۆشەكە. لە كارەكتەدا بژمىرى زانستى بەكاربەيئە، بۆ دۆزىنەوەي پېۋانەي ئەو گۆشەي كەيەككە لە پېژە سىڭۆشەيەكانى دەزانىت. ئەو راستىيە بەكاربەيئە كە: كۆي گۆشەكانى ناوەوەي سىڭۆشەكە دەكاتە  $180^\circ$  واتە كۆي ھەردوو گۆشە تىزەكە لە سىڭۆشە وەستاوەكە  $90^\circ$ .

## نمونە



سىڭۆشەي بەرامبەر شىكارىكە بە دۆزىنەوەي پېۋانەي گۆشەكانى كە نىزىكبىرەيتەوە لە نىزىكتىن پلە و درىژى ژيەكەي نىزىكبەيتەوە بۆ نىزىكتىن بەش لە دە.

$$\tan 28^\circ = 0.55$$

ئەگەر زاننىت

$$\tan R = \frac{3.8}{6.8} \approx 0.55$$

$$R = \tan^{-1} \frac{3.8}{6.8} \approx 29^\circ$$

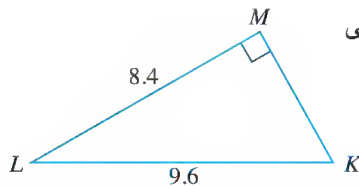
2. لە بەرئەوەي كۆي پېۋانەي دوو گۆشە تىزەكە  $90^\circ$  ئەوا  $90^\circ - 29^\circ = 61^\circ$

3. بىردۆزى فيثاگۆرس بەكاربەيئە بۆ دۆزىنەوەي درىژى ژيەكە.

$$(RS)^2 = (6.8)^2 + (3.8)^2$$

$$RS = \sqrt{(6.8)^2 + (3.8)^2}$$

$$RS \approx 7.8$$



سىڭۆشەي بەرامبەر شىكارىكە بە دۆزىنەوەي پېۋانەي گۆشەكانى بە نىزىكدەنەوەي بۆ نىزىكتىن پلە و درىژى لايەكەي بۆ نىزىكتىن بەش لە دە.

1. چۆن سىڭۆشەكە شىكارەكەيت لە نموونەي 4 بە دەستپېكرىن بە

دۆزىنەوەي ژيەكەي، لە دوايدا بە بەكارهينانى  $\cos$  يان  $\sin$  بۆ

دۆزىنەوەي پېۋانەي گۆشەكان؟

2. لە دواي دۆزىنەوەي پېۋانەي  $R^\circ$  ئايا دەتوانى درىژى ژيەكە

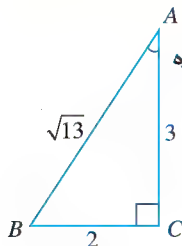
بدۆزىتەوە بەبى بەكارهينانى بىردۆزى فيثاگۆرس؟

ھەولبەدە

بىركردنەوەي پەخنەكرانە

## پرايەينىسان

### بەردەوامبوون لە بىر كاريدا

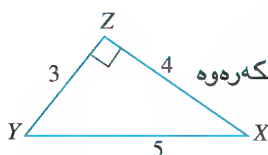


1 چۆن پېژە سىڭۆشەيەكان بۆ گۆشەي A لە سىڭۆشەي بەرامبەر دەدۆزىتەوە

2 چۆن پېۋانەي دووگۆشەي A و B لە سىڭۆشەي بەرامبەر ديارىدەكەيت.

3 جىاوازي نيوان  $\sin^{-1} A$  و  $\frac{1}{\sin A}$  چيە؟

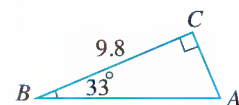
### پرايەينانى ئاراستە كراو



4 پېژە سىڭۆشەيەكانى گۆشەي X لە سىڭۆشەي لاي چەپ بدۆزەرەو،

وەلامەكەت بە تەواوي بەردەرەو، بۆ نىزىكتىن بەش لە دەھەزار نىزىكبەكەرەو

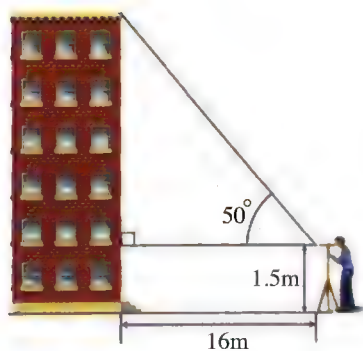
5 درىژى ھەردوو لاي AC و BA لە سىڭۆشەي لاي راست بدۆزەرەو.



## جییه جیکردنه کان

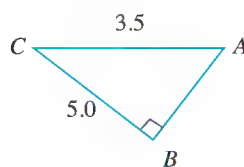
6

ئەندازە ئەنداز یاریک لە دووری 16m لە تەلاریکەو. وەستاوه سەیری بەرزترین خالی تەلاریکەو دەکرد بە دووربینیک لە بەرزى 1.5 m لە زەویەو دانیابوو بەرزى تەلاریکە چەندە ئەگەر پێوانەى بەرزە گوێشەکە  $50^\circ$  بێت؟



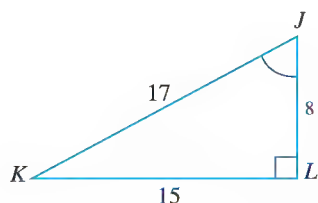
7

ئەم سێگۆشەیهی خوارەو شیکاریکە. پێوانەى گوێشەکان بدۆزەرەو بە نزیکى بۆ نزیکترین پلە و درێژی لای AB بەنزیکى بۆ نزیکترین دە.



## راھینان و جییه جیکردن

سێگۆشەى  $JKL$  بەکاربھێتە بۆ دۆزینەوێ بەھای داواکراو. با وەلامەکان تەواوین. لە دوایدا بۆ نزیکترین بەش لە دەھەزار نزیککەو.



$$\sin \hat{J} \quad \boxed{9}$$

$$\sin \hat{K} \quad \boxed{8}$$

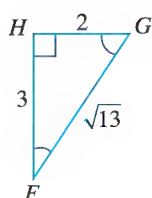
$$\cos \hat{K} \quad \boxed{11}$$

$$\cos \hat{J} \quad \boxed{10}$$

$$\tan \hat{J} \quad \boxed{13}$$

$$\tan \hat{K} \quad \boxed{12}$$

سێگۆشەى  $F GH$  بەکاربھێتە بۆ دۆزینەوێ بەھای داواکراو. با وەلامەکان تەواوین. لە دوایدا بۆ نزیکترین بەش لە دەھەزار نزیککەو.



$$\sin \hat{F} \quad \boxed{15}$$

$$\sin \hat{G} \quad \boxed{14}$$

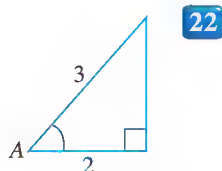
$$\cos \hat{F} \quad \boxed{17}$$

$$\cos \hat{G} \quad \boxed{16}$$

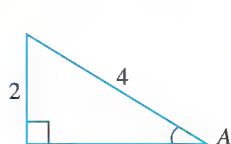
$$\tan \hat{F} \quad \boxed{19}$$

$$\tan \hat{G} \quad \boxed{18}$$

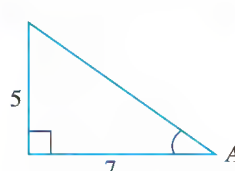
پێوانەى گوێشەى  $A$  بەبەکارھێنانى بژمێر (ئەگەر ھەبێت) بدۆزەرەو.



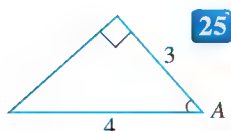
22



21



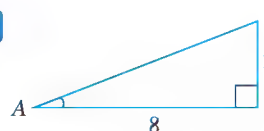
20



25



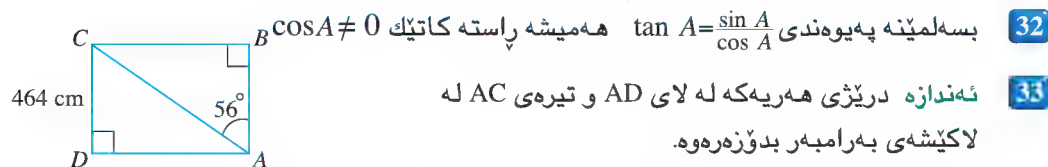
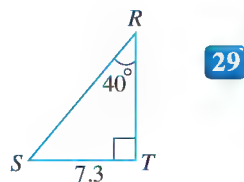
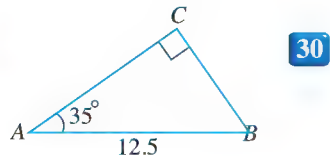
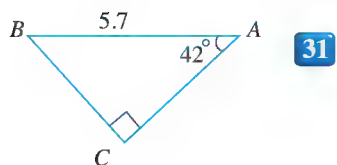
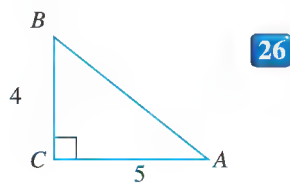
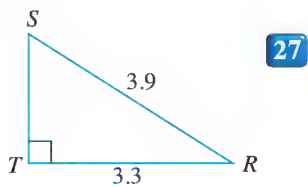
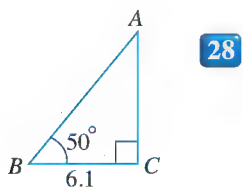
24



23



ئەم سىڭۇشانە شىكار بىكە. پىۋانەنى گۆشەكە بدۆزەرەۋە بە نىزىكى بۇ نىزىكتىن پىلە و درىژى لايەكى بۇ نىزىكتىن بەش لە دەھزار نىزىكبەۋە.



34

**جوانكارى مالەكان** باۋكى گول بەھار ويستى (بالەكۆنلىك) دروستىكات كە شىۋەى سىڭۇشە ۋەستاۋى ھەبىت ويستى ژىي سىڭۇشەكە 6m بىت و دوو لاي گۆشە ۋەستاۋەكە لە درىژىدا يەكسان بن.

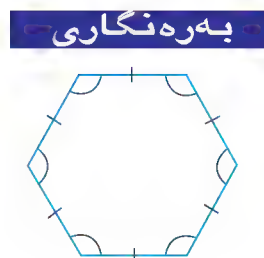
ا درىژى ھەرىكە لە دوو لاي گۆشە ۋەستاۋەكە بدۆزەرەۋە.

ب پروبەرى بالەكۆنەكە بدۆزەرەۋە.



35

**بىنا** بەرپۆبەرى باخچەى گشتى ويستى ھۆلىك بۇ پشودان دروست بىكات بىكەكەى بە شىۋەى شەشلايەكى پىك بىت و درىژى لايەكى 10 m بىت، ئەگەر تىچوونى دارشتنى بىكەكە 170 ھەزار دىنار بىت بۇ ھەرمەترە چوارگۆشەيەك. پىژە سىڭۇشەيەكان بەكاربەينە بۇ دۆزىنەۋەى برى تىچونى دارشتنى بىكەكە.



## روانیتیک بۆدواوه

پلهی هەریەك لەم زۆر پادەدارانە دیاریبکە.

$$3x^2 - 5x^8 + 4x^3 + 2 \quad 36$$

$$(x^2 - 9)(x^3 + 4) \quad 37$$

شیتەل بکە

$$2x^3 - 18x \quad 38$$

$$3x^3 - 7x^2 + 2x \quad 39$$

هەریەك لەم برانەمی خوارەوه بە سادەترین شیۆه بنووسە، دواى پێژەکردنى ژێرە.

$$\frac{5}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \quad 43$$

$$\frac{5}{1-\sqrt{2}} \quad 42$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad 41$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}} \quad 40$$

ناوەندە ژمێرەیی هەریەكە لەم بەهایانەمی خوارەوه بدۆزەرەوه لە دوایدا لادانى پێوانەكەیان بدۆزەرەوه

$$110; 119; 125; 130; 78; 100; 113; 121; 103; 99; 122; 107; 102 \quad 44$$

$$22; 26; 28; 17; 19; 24; 36; 25; 14; 17; 46; 53; 25; 18; 34; 12 \quad 45$$

## روانیتیک بۆپێشەوه

46 ئەندازە ئەگەر خالێك بخولیتەوه بە دەورى چەقى خولانەوه  $360^\circ$ ، ئەوا پێرەوهكەى بازنەیهكى تەواو دەبێت. ئەو گۆشە خولانەوه بدۆزەرەوه كەوا لە پێرەوى خالەكە دەكات بپێتە نیوه بازنەیهك؟ چارەكە بازنەیهك؟

# گۆشەكانى خولانەوہ Angles of Rotation



## نامانجەكان

- گۆشەى گەرەنەوہ بۆ گۆشەىەك دياريدەكات.
- پۆژە سىگۆشەىەكانى گۆشەىەك لە بارى پۆوانەىيدا دياريدەكات.



**بۇجى**  
دەتوانىت گۆشەكانى  
خولانەوہ بەكارىهەيت بۆ  
باسكردى تىكرای خولانەوہى  
بزوينەرى فرۆكەىەكى پەروانەدار

## جىبەجىكرەنەكان

### فرۆكەوانى

پەروانەى يەككە لە فرۆكەكان 1100 خول دەخولیتەوہ لە خولەككەدا، ئەو خالەى لەسەر پەروانەى فرۆكەكەىە چەند پلە دەخولیتەوہ لە چركەىەكەدا؟

ئەگەر پېناسەى گۆشە لە ئەندازەدا برىتى بېت لەو شۆوہى كە دروست دەبېت لە ئەنجامى بەىەكگەىشتنى دوو تىشك ھاوبەشەن لە خاللى بنەرەتدا. ئەوا پېناسەكەى لە سىگۆشەزانىدا برىتىيە لە خولانەوہى تىشككە بەدەورى خاللى بنەرەتدا لە شۆيىكەوہ بۆ شۆيىكەى تر. ھەر شۆيىكەى تىشكەكە كە دەخولیتەوہ لەگەل شۆيى دەستپېكردى گۆشەكە، گۆشەىەك دياريدەكات پېى

دەوترىت گۆشەى خولانەوہ. **Angle of Rotation** بىركارىزانەكان ھەندى جار پېتى

يۆنانى  $\theta$  «تېتا» بەكاردەھىنن بۆ ناوليىنانى گۆشەى خولانەوہ.

جىگای دەستپېكردى تىشكەكە پېى دەوترىت لای يەكەمى

**Initial side** گۆشەو شۆيى وەستانەكەى پېى دەوترىت

كۆتال **Terminal side**. گۆشەكە لە

بارى پۆوانەىيدا دەبېت كاتك سەرەكەى لە خاللى بنەرەتدا

دەبېت لە پروتەختى پۆتاندا و لای يەكەمى دەكەوئتە

سەر نىوہى موحەب لە تەوہرى سىنى.

ئەگەر خولانەوہكە بە ئاراستەى پېچەوانەى جولانەوہى مىلى كاتژمېر

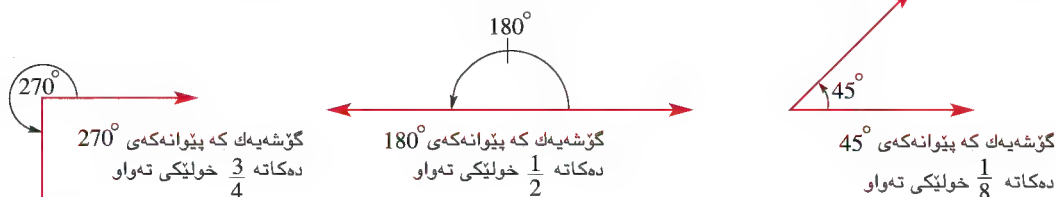
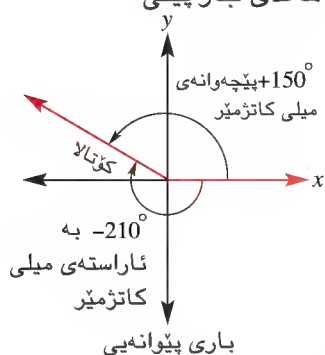
پويدا ئەوا پۆوانەى گۆشەكە موحەب **Positive** دەبېت. وپۆوانەى گۆشەكە سالب **Negative** دەبېت

ئەگەر خولانەوہكە بە ئاراستەى جولانەوہى مىلى كاتژمېر بېت.

(پلە) دادەنرىت بەگرنگترىن پۆوانەى گۆشە و ئامارەى بۆ دەكرىت بەھىماى (°). و لەبەر ئەوہى ئەو

گۆشەىەى دەستمان دەكەوئت لە خولكى تەواوى تىشكەكە دەكاتە  $360^\circ$  ئەوا پلە پېناسە دەكرىت

بەوہى پۆوانەى گۆشەى پەيداىو لە خولانەوہى تىشكەكە لە  $\frac{1}{360}$  لە خولكى تەواو.



## خالی جاودیڙی ✓

ئاراسته‌ی خولانه‌ویه‌ک که گۆشه‌کە‌ی  $90^\circ$ - و  $120^\circ$  چیه؟ ئەو به‌شە‌ی که هەریه‌که‌ له‌م دوو خولانه‌ویه‌ له‌ خولیک‌ی ته‌واو پیکیدینیت چە‌نده؟



### نموونه 1

به‌گه‌رانه‌وه‌ بۆ پرسیاره‌کە‌ی سه‌ره‌تای وانە‌که‌.  
خالی‌ک له‌سه‌ر په‌روانه‌ی ئەو فرۆکه‌یه‌ له‌ چرکه‌یه‌کدا چە‌ند پله ده‌خولیته‌وه‌.  
شیکار

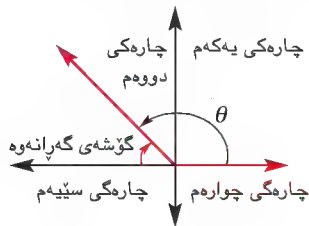
په‌روانه‌که‌ 1100 خول له‌ خوله‌ک‌یکدا ده‌سوړیته‌وه‌، له‌به‌ر ئەوه‌ خالە‌که‌ له‌سه‌ر په‌روانه‌ی فرۆکه‌که‌  $397000^\circ = 1100 \times 360^\circ$  ده‌خولیته‌وه‌ له‌ خوله‌ک‌یکدا. و به‌م شیویه‌ خولانه‌وه‌ی خالە‌که‌ له‌سه‌ر په‌روانه‌ی فرۆکه‌که‌ له‌یه‌ک چرکه‌دا  $6600^\circ = \frac{397000^\circ}{60}$

### هەولبده

په‌که‌کانی مۆسیقا 33.3 خول له‌ خوله‌ک‌یکدا ده‌خولیته‌وه‌. خالی‌ک له‌سه‌ر په‌که‌که‌ له‌ یه‌ک چرکه‌دا چە‌ند پله ده‌خولیته‌وه‌؟

له‌وانه‌ی سییه‌مدا فی‌رده‌بی‌ت چۆن هه‌ژمی‌ری رێژه سی‌گۆشه‌یه‌کانی گۆشه‌یه‌ک له‌باری پێوانه‌یی بکه‌یت. کاتی‌ک پێوانه‌کە‌ی له‌  $90^\circ$  زیاتر ده‌بی‌ت (یان که‌متر ده‌بی‌ت له‌ سفر) بۆ ئەوه‌ی بتوانیت ئەمه بکه‌یت له‌ مه‌ودوا پێویستت به‌ دیاریکردنی پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ ده‌بی‌ت بۆ گۆشه‌که‌ له‌باری پێوانه‌یی‌دا.

ئەگەر  $\theta$  گۆشه‌یه‌ک بی‌ت له‌ باری پێوانه‌یی‌دا ئەوا (گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ی) ئەو گۆشه‌ تیزه‌ موجه‌یه‌ که پیکدیت له‌ کۆتالا گۆشه‌که‌ و به‌شیک له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی



(موجه‌ب یان سالب) که‌ نزیکتره‌ لی‌یه‌وه‌. ئەگەر بزانی که‌ به‌شی موجه‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی له‌ هه‌ردوو چاریگی یه‌که‌م و چواره‌م دایه‌. و به‌شی سالب له‌ دوو چاریگی دووهم و سییه‌م دایه‌.

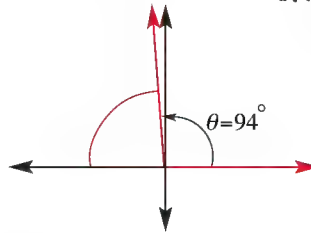
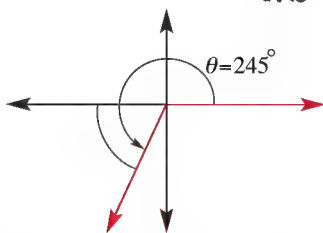
### نموونه 2

گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ بۆ هەریه‌ک له‌م گۆشانه‌ چە‌نده!

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| ا | $\theta = 94^\circ$   |
| ب | $\theta = 245^\circ$  |
| ج | $\theta = 290^\circ$  |
| د | $\theta = -110^\circ$ |

شیکار

- |   |  |
|---|--|
| ا | کۆتالا گۆشه‌ی $\theta = 94^\circ$ له‌ چاریگی دووهم دایه‌. به‌شی سالی‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی به‌کاربه‌یینه‌. |
| ب | کۆتالا گۆشه‌ی $\theta = 245^\circ$ له‌ چاریگی دووهم دایه‌ به‌شی سالی‌ب له‌ ته‌وه‌ره‌ی سینی به‌کاربه‌یینه‌. |



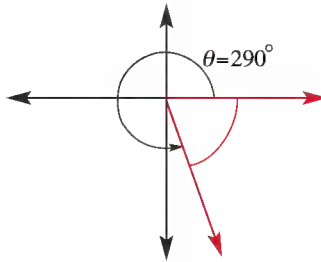
پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌  $180^\circ - 245^\circ = 65^\circ$

پێوانه‌ی گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌  $180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$



ج كۆتالا گۆشەى  $\theta = 290^\circ$  دەكەوئتە

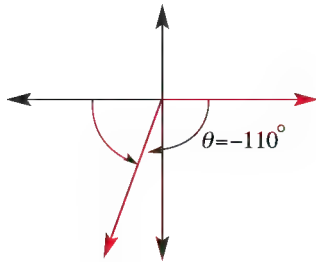
چارىگى چوارەم. بەشى مۇجەب لە تەوەرەى سىنى بەكاربەيئە .



پيوانەى گۆشەى گەرانەوہ  $|360^\circ - 290^\circ| = 70^\circ$

د كۆتالا گۆشەى  $\theta = -110^\circ$  دەكەوئتە

چارىگى سىيەم بەشى سالىب لە تەوەرەى سىنى بەكاربەيئە .



پيوانەى گۆشەى گەرانەوہ  $|180^\circ - 110^\circ| = 70^\circ$

هەولبەدە

گۆشەى گەرانەوہ چەندە بۆ گۆشەى  $\theta = 315^\circ$  و گۆشەى  $\theta = -235^\circ$  لەبارى پيوانەييدا؟

ژمارەى ئەو گۆشانەى دەكەونە نيوان  $0^\circ$  و  $360^\circ$  چەندە كە لە هەمان گۆشەى گەرانەوہدا بەشدارى دەكەن.

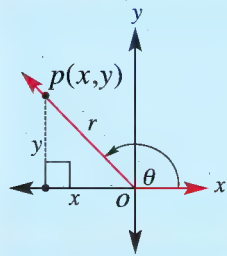
ئەگەر واتدانا كە  $x$  و  $y$  پۇتانى خاڭىكەن لەسەر كۆتالا گۆشەىكە لەبارى پيوانەىيە. ئەوا لە توانات دەبيت نيشانەى هەر رېژەيەكى سىگۆشەىيە كە دەگەرپتەوہ بۆ گۆشەىكە ديارىبەكەيت.

بىركردنەوہى رەخنەگرانە

رېژە سىگۆشەىيەكانى گۆشە  $\theta$

ئەگەر  $P(x, y)$  خاڭىكە بىت لە سەر كۆتالا گۆشەى  $\theta$  لەبارى پيوانەييدا.

ئەوا دوورى نيوان  $P$  و خاڭى بنەرەت لەرپوتەختى پۇتاندا دەكاتە:



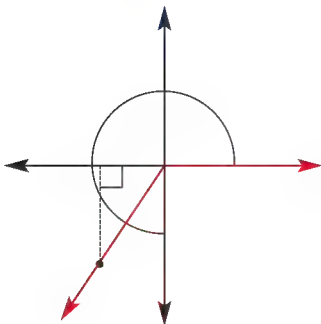
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$x \neq 0 \quad \tan \theta = \frac{y}{x} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

نمونە

خاڭى  $P(-2, -3)$  دەكەوئتە سەر كۆتالا گۆشەى  $\theta$  لەبارى پيوانەىيە. هەژمىرى رېژە سىگۆشەىيەكانى بىكە

شىكار



وئەيەكى بۆ بىكيشە  $x = -2$   $y = -3$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \frac{-2}{\sqrt{13}} \quad \sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{-3}{\sqrt{13}}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

هەولبەدە

خاڭى  $P(3, -5)$  دەكەوئتە سەر كۆتالا گۆشەى  $\theta$  لەبارى پيوانەييدا، هەژمىرى رېژە سىگۆشەىيەكانى بىكە.

## دۆزینەوێی نیشانەکانی ریژە سیگۆشەییەکان لە چارێگەکانی ڕووتەختی پۆتاندا Exploring the Sign of Trigonometric Ratios

چارێکی				ریژە سیگۆشەیی
یەكەم	دووهم	سێیەم	چوارەم	
				$\sin \theta$
				$\cos \theta$
				$\tan \theta$

1. خستەئێ بەرامبەر دروستبکە و تەواوی بکە و نیشانەئێ هەر ریژەییەکی سیگۆشەیی بۆ گۆشەئێ  $\theta$  دیاریبکە لە باری پێوانەیییدا. بەپێئێ ئەو چارێگەئێ کۆتالا دەکەوێتە ناویەو.

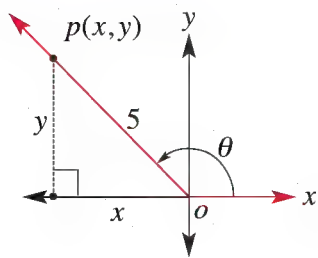
2. کۆتالا گۆشەئێ  $\theta$  دەکەوێتە کام چارێگەو، ئەگەر  $\sin \theta = -\frac{2}{7}$  ؟  $\cos \theta = -\frac{2}{7}$  ؟  $\tan \theta = -\frac{1}{5}$  ؟ هەموو وەلامەکانی کە لە توانادایە باسبکە.

3. ئایا  $r$  (ژێ) کار دەکاتە سەر نیشانەئێ هەریەک لە ریژە سیگۆشەییەکان؟ هۆئێ وەلامەکەت ڕوونبکەو.

4. کام لە دوو گۆڕاوی  $x$  یان  $y$  نیشانەئێ  $\sin \theta$  ،  $\cos \theta$  ،  $\tan \theta$  دیاریدەکەن؟

✓ خاڵی جاودیڤی

ئەگەر زانیت کۆتالا گۆشەئێ  $\theta$  لە باری پێوانەیییدا دەکەوێتە کام چارێگەو و بەهائێ ریژەییەک لە سێ ریژە سیگۆشەکانت زانی. دەتوانیت هەژمێرەئێ دوو ریژەکەئێ تر بکەیت.



$\sin \theta$  ،  $\tan \theta$  هەژماریکە ئەگەر بزانی گۆشەئێ  $\theta$  لە باری پێوانەیییدا و کۆتالاکەئێ دەکەوێتە چارەگێ دووهم  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

شیکار

وێنەکە بکێشە و هەژمێرەئێ پۆتانئێ خاڵئێ  $P$  بکە لەبەرئێوئێ  $\cos \theta = -\frac{3}{5} < 0$  ئەوا  $x$  سالبە کەواتە  $x = -3$  و  $r = 5$  بۆ هەژمێرکردنئێ  $y$  بیردۆزی فیثاگۆرس بەکاربهێنە.

$$5^2 = (-3)^2 + y^2$$

$$y^2 = 25 - 9 = 16$$

$$y = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$P(x, y)$  دەکەوێتە چارەگێ دووهم

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$y > 0 \quad y = 4$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \frac{4}{5}$$

هەولبە  $\cos \theta$  و  $\tan \theta$  هەژمێرکە ئەگەر بزانی گۆشەئێ  $\theta$  لەباری پێوانەیییدا و کۆتالاکەئێ دەکەوێتە چارەگێ سێیەم و  $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ .

ئەگەر کۆتالاکەئێ گۆشەئێ  $\theta$  لەباری پێوانەیییدا لەگەڵ تەوهری صادی ( $x = 0$ ) جووت بێت ئەوا  $\tan \theta$  پێناسە نەکراو.

هەژمێرەئێ ریژە سیگۆشەییەکانئێ گۆشەئێ  $\theta = 90^\circ$  بکە.

✓ خاڵی جاودیڤی

راھێنان

بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

جیاوازی چیبە لەنیوان گۆشەکانئێ سیگۆشەئێ وەستاو و گۆشەکانئێ خولانەو؟

2. ئەو جیاوازییانەى ھەيە لە نۆوان پێژە سێگۆشەییەکانى گۆشەيەك و پێژە سێگۆشەییەکانى گۆشەى گەرانهوەكەى چيیە؟ ھۆيەکانى ئەم جیاوازییانە چيیە؟
3. ئایا پێویستیت بە زانینی پێوانەى گۆشەيەك ھەيە بۆ ئەوھى ھەژمیری پێژە سێگۆشەییەکانى بکەیت؟ ھۆى وەلامەكەت پرونبکەوہ.

## راھینانی ئاراستە کراو



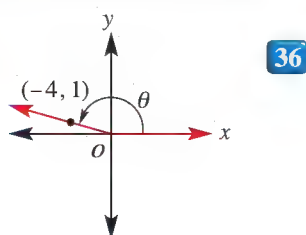
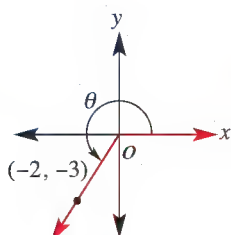
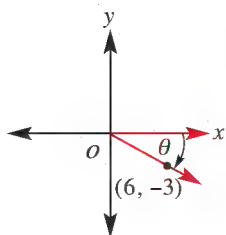
4. **فرۆکەوانى** پەروانە گەرەكەى فرۆکەى ھەلیکۆپتەرێك 430 خول لە خولێكدا دەخولێتەوہ. خالێك لەسەر پەروانەى ئەو فرۆکەيە لە چرکەيەكدا چەند پلە دەخولێتەوہ.
5. گۆشەى گەرانهوہ بۆ ھەريەك لەم گۆشانە  $93^\circ$ ,  $280^\circ$ ,  $-36^\circ$  دیاریکە.
6. خالى  $P(3, -2)$  دەكەوێتە سەر كۆتالای گۆشەى  $\theta$  لەبارى پێوانەيیدا. ھەژمیری پێژە سێگۆشەییەکانى ئەو گۆشەيە بکە.
7. ھەژمیری  $\cos \theta$  و  $\tan \theta$  بکە ئەگەر بزانی گۆشەى  $\theta$  لەبارى پێوانەيیدا. و كۆتالاکەى دەكەوێتە چاریكى سێيەم و  $\sin \theta = -\frac{12}{13}$

## راھینان و جیبە جیکردن

ھەر گۆشەيەك لەبارى پێوانەيى بکێشە.

- |   |             |   |             |    |              |    |              |
|---|-------------|---|-------------|----|--------------|----|--------------|
| 8 | $115^\circ$ | 9 | $280^\circ$ | 10 | $-300^\circ$ | 11 | $-130^\circ$ |
|---|-------------|---|-------------|----|--------------|----|--------------|
- گۆشەى گەرانهوہ بۆ ھەريەك لەم گۆشانە دیاریکە.
- |    |              |    |              |    |              |    |              |
|----|--------------|----|--------------|----|--------------|----|--------------|
| 12 | $35^\circ$   | 13 | $23^\circ$   | 14 | $112^\circ$  | 15 | $160^\circ$  |
| 16 | $612^\circ$  | 17 | $478^\circ$  | 18 | $-135^\circ$ | 19 | $-315^\circ$ |
| 20 | $90^\circ$   | 21 | $-180^\circ$ | 22 | $-450^\circ$ | 23 | $-485^\circ$ |
| 24 | $540^\circ$  | 25 | $270^\circ$  | 26 | $225^\circ$  | 27 | $195^\circ$  |
| 28 | $410^\circ$  | 29 | $560^\circ$  | 30 | $-120^\circ$ | 31 | $-280^\circ$ |
| 32 | $-175^\circ$ | 33 | $-295^\circ$ | 34 | $-395^\circ$ | 35 | $-540^\circ$ |

ھەژمیری پێژە سێگۆشەییەکانى گۆشەى  $\theta$  بکە.



پێژە سێگۆشەییەکانى گۆشەى  $\theta$  ھەژمار بکە لە بارى پێوانەيیدا ئەگەر زانیت ئەم خالە دراوانە دەكەونە سەر كۆتالاکانى.

- |    |                  |    |                   |    |            |    |            |
|----|------------------|----|-------------------|----|------------|----|------------|
| 39 | $(3, 4)$         | 40 | $(5, 2)$          | 41 | $(-4, 2)$  | 42 | $(-4, 6)$  |
| 43 | $(\sqrt{3}, -3)$ | 44 | $(2\sqrt{5}, -1)$ | 45 | $(-4, -3)$ | 46 | $(-1, -8)$ |

ئەگەر رېژىمى سېگۇشەيى ئەو چارىگە كۆتالاكەي گۆشەكە بزانىت لەبارى پېۋانەيىدا ئەوا بەھاي ھەر رېژەيەكى سېگۇشەيى داواكراو ھەژمارىكە.

47 چارىگى يەكەم:  $\tan \theta : \cos \theta = 0.25$  48 چارىگى سېيەم:  $\tan \theta : \cos \theta = -0.50$

49 چارىگى چوارەم:  $\sin \theta : \tan \theta = -1$  50 چارىگى يەكەم:  $\sin \theta : \tan \theta = 2$

51 چارىگى سېيەم:  $\cos \theta : \sin \theta = -0.50$  52 چارىگى دووۋەم:  $\cos \theta : \sin \theta = 0.40$

ژمارەى خولە تەواۋەكان يان ئەو بەشانەى كە گۆشەكە دەياننويىت ديارىكە. ئاراستەى خولانەۋە ديارىكە لەگەل مىلى كاتژمىر يان بە پېچەۋانەۋە.

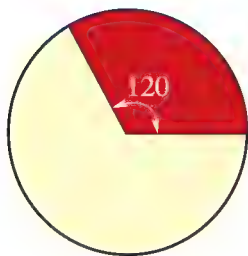
53  $45^\circ$  54  $90^\circ$  55  $-180^\circ$  56  $-270$

57  $450^\circ$  58  $720^\circ$  59  $-420^\circ$  60  $-640$

61 ھەژمىرى  $\cos \theta$  بکە ئەگەر بزانى  $\tan \theta < 0$   $\sin \theta = 0.375$

62 ھەژمىرى  $\tan \theta$  بکە ئەگەر بزانى  $\sin \theta < 0$   $\cos \theta = 0.809$

63 ئەگەر ئەۋەى ئازاد تيرەكەى بچەقیتە بەشە سورەكەۋە چەندە؟



64 ئەندازە پەرۋانەى يەككە لە فرۆكەكان 900 خول لە خولەككەدا دەخولیتەۋە. خاللىك لەسەر

ئەم پەرۋانەىە لە چركەيەكەدا چەند پلە دەخولیتەۋە؟

65 دەريائى كاپتنەكانى پاپۆرەكان و فرۆكەكان يەكەيەكى درىزى بەكار دەھيىنن كە پىي دەللىن

(مىلى دەريايى) بۇ پېۋانەى دوورەكە. مىلى دەريايى بەنزيكەي يەكسانە بە درىزى كەۋانەيەك

لەسەر گۆى زەۋى كە ديارىكرايىت بە چەقە گۆشەيەك كە پېۋانەكەى يەك خولەك بىت (ھەر 60

خولەك يەكسانە بە يەك پلە) تيرەى زەۋى لەھىلى كەمەربەند 12756 km كەم بەنزيكەي.

ا چۆۋەى زەۋى ھەژمىرىكە لە ھىلى كەمەربەند.

ب چەند خولەك يەكسانە بە چۆۋەى زەۋى؟

ج چەند كىلومەتر يەكسانە بە مىلى دەريايى؟

بەرەنگارى

بەستەۋە

جىيەجىكرىن

رواين بۆدواۋە

66  $x^2 - 8 = 188$  شىكارىكە.

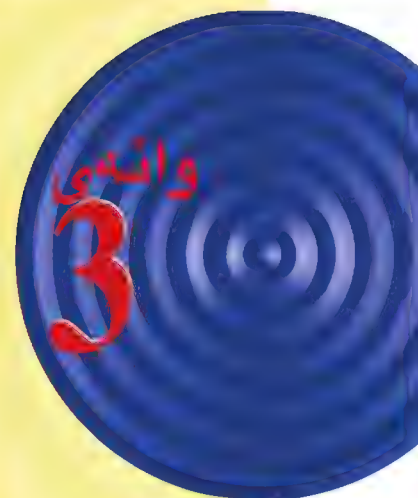
67 چەند رىگا ھەيە بۇ ھەلېژاردنى 4 كەس لە 10 كەس؟

رواين بۆپىشەۋە

رېژە سگۇشەيەكانى گۆشەى  $\theta$  لە بارى پېۋانەيىدا ھەژمار بکە، ئەگەر بزانى ئەم خالە دراۋانە دەكەۋنە سەر لاي كۆتايى گۆشەكە.

68  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$  69  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  70  $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$





## نامانجەكان

- پيوانەى شەستى دەگۆڭى بۇ پيوانەى بازىنەى و بە پيچەوانەشەره
- دريژى كەوانەىكە لەسەر بازىنە ھەژماردەكات.



## بۇجى

پيوانەى بازىنەى بەكاردينىت بۇ باسكردنى رۇوداوه خولىيەكان وەك شەپۆلەكانى بۆملەرزە و گۆرانكارىيەكانى كەش و ھەوا و جولانەوى بازىنەى تەنەكان وەك مانگە دەستكردەكان

## بازىنەى يەكە

ئەو مانگە دەستكردەى كە كەش و ھەوا دەستىشاندەكات لەبەرزى 35 750 كىلومەترىكەى لە گۆى زەوىيە دەسورپتەو. ئايا خيىرايى ھىلى **Linear Speed** مانگەكە چەندە؟ ئەگەر ھەر 24 كاترۇمىن جارىك بەدەورى زەويدا بسورپتەو گۆشەخيىرايىكەى چەندە؟ لەپۆلەكانى پيشوودا فيربوويت كە گۆشەكان بە پلە بپۆيت بەلام لەم وانەيدا پيوانەىكەى نوئى فيربوويت بۇ پيوانى گۆشە پيى دەوترىت پيوانەى بازىنەى كە يەكەى پيوانەكەى برىتييە لە رادىان. بەلام سىستىمى پيوانە بە پلە پيى دەوترىت پيوانەى شەستى.

## جىپەجىكرەشەكان

كەشناسى

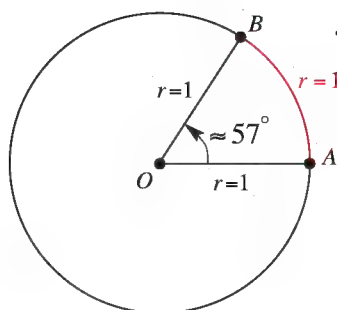
## چالاكى

## Exploring Radian Ratio

## دۆزىنەوى رېژەى بازىنەى

- پيويستىت بە شىرتىكى سەنتىمەترى و چەند قووتويەكى لولەكى ھەيە.
1. تىرەى بنكەى ژمارەيەك لەو قووتوانە كە پيوانەكانىان جياوازە بپۆو و چپۆو ھەر يەككىيان بپۆو. ئەم ئەنجامانەى دەستكەوتو لە خشتەيەك دابنى.
  2. ھەژمىرى رېژەى چپۆو بۇ تىرەى بنكەى ھەر قووتويەك بەكە و ئەوانە لە خشتەكەدا بنووسە.
  3. بەھاكانى ھەموو ئەو رېژانە نزيكەبنەو لە بەھايەك كە ژمارەيەكى بەناوبانگە و دەيزانىن. ئەو ژمارەيە چپە؟

خالى جاويدىرى ✓



رادیان (گۆشی نیووتیریهی) به وه پیناسه دهکریت که پپوانهی چهقه  
گۆشهیه که له بازنهیهک نیووتیره که ی  $r$  و کهوانهیهک درێژییه که ی  $l$   
 $r$  دیاریدهکات ئەگەر بازنه ی یه کهت به کارهینا. ئەوا گۆشی  
نیووتیره یی پپوانهی چهقه گۆشهیهک له بازنهیهکی یه که ییدا  
کهوانهیهک دیاریدهکات که درێژییه که ی  $1$  بێت. له م پیناسه یه وه  
ئهو مان دهستدهکهوێت که پپوانهی بازنه یی بو گۆشهیهکی وه ستاوه  
دهکاته چاریگی چپوهی بازنه ی یه که. کهواته  $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$  گۆشه  
نیووتیره ییه، و پپوانهی گۆشهیهکی خول تهواو دهکاته  $2\pi$  گۆشه  
نیووتیره یی به واتایه کی تر:  
یهک گۆشی نیووتیره ی  $57^\circ \approx \frac{1}{2\pi} \times 360^\circ$

لہ  $\frac{\pi}{180}$  ی بدہ

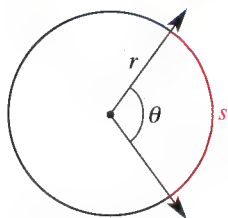
$$40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{9}$$

✓ خالی جاودیڙی

$$= \sqrt{3}$$

✓ خالی جاودیڙی

338



شیوهی بهرامبەر بازنەیهک پروندەکاتەوێ که نیوەتیرەکی  $r$  و پێوانە  $\theta$  چەقە گۆشەکی  $\theta$  گۆشە نیوەتیرەییە. دەتوانیت هاوڕێژە بەکاربەھێنیت بۆ دۆزینەوێ پێسایەک بۆ ھەژمیارکردنی دریژی کهوانەکی  $s$ . که چەقە گۆشەکی دیاریدەکات:

پێوانە  $\theta$  بەگۆشە نیوەتیرە  $\leftarrow s = r\theta \rightarrow$  دریژی کهوانەکی  
پێوانە بازنەکی بەگۆشە نیوەتیرە  $\frac{s}{2\pi r} = \frac{\theta}{2\pi}$  چۆوێ بازنە

### Arc Length دریژی کهوانه

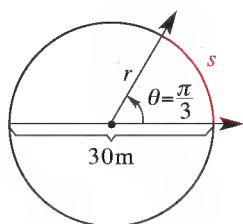
بۆ ھەژمیارکردنی دریژی کهوانە  $s$  که چەقە گۆشە  $\theta$  دیاریکردووە پێوانەکی  $\theta$  گۆشە نیوەتیرە  $s = r\theta$  ھەژمیارکردنی بازنە  $r$  ھەژمیارکردنی نیوەتیرە  $s$  ھەژمیارکردنی پێوانە  $\theta$  گۆشە  $s = r\theta$

ئایا دەتوانیت ئەو پێناسەیی بۆ گۆشە نیوەتیرەیی (رادیان) ت کردووە لەوانە یەكەم لێکبدەیتەو؟

سەرەنجی پەخنەگرانە

ھەژمیری دریژی ئەو کهوانە بکە که چەقە گۆشە  $\frac{\pi}{4}$  دیاریکردووە پێوانەکی  $\frac{\pi}{4}$  گۆشە نیوەتیرەییە لە بازنە  $30\text{m}$  تیرەکی بێت

3 نمونە



شیکار

لەبەر ئەوێ تیرە  $30\text{m}$  ئەو. نیوەتیرەکی یەكسانە بە  $15$ .

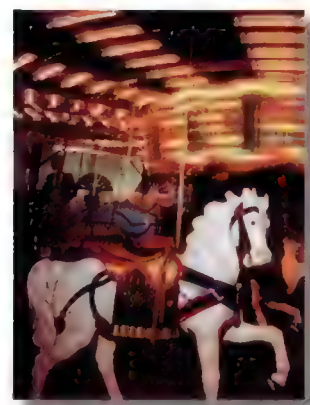
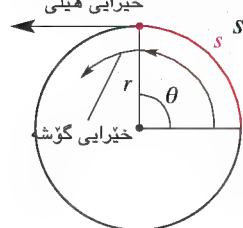
$$s = r\theta = 15 \times \frac{\pi}{3} = 5\pi$$

کەواتە دریژی کهوانە  $5\pi\text{m}$  یان  $15.7\text{m}$  بەنزیکەیی.

ھەژماری دریژی ئەو کهوانە بکە که ئەو چەقەگۆشە  $0.6$  دیاریدەکات که پێوانەکی  $0.6$  گۆشە نیوەتیرەییە لە بازنە  $1.25\text{m}$  تیرەکی

ھەولبەدە

کاتیگ تەنێک بە خێرایەکی نەگۆر لە پێرەویکی بازنە  $r$  نیوەتیرەکی  $r$  دەجولێت ئەو خێرای ھێلی **Linear Speed** بۆ ئەو تەنە دەکاتە پێژە دریژی کهوانە  $s$  که تەنە دەبیرێت بۆ کات  $t$  واتە  $\frac{s}{t}$  یان  $\frac{r\theta}{t}$  کاتیگ  $\theta$  گۆشە خولانەوێ تەنە دەنوینێت بە گۆشە نیوەتیرەیی. (گۆشە خێرای) (السرعة الزاوية) بۆ تەنێک بریتیە لە پێژە پێوانە گۆشە خولانەوێ  $\theta$  بەگۆشە نیوەتیرەیی بۆ کات  $t$  واتە  $\frac{\theta}{t}$ .



## نورونه

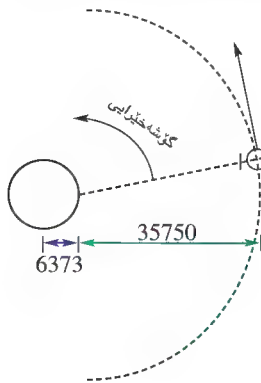
4

به گه پانه وه بۆ پرسپاری باسکراو له وانه یه کهم. هه ژمیری خیرایی هیلی (السرعه الخطیه) وگۆشه خیرایی بۆ مانگیکی دهستکرد بکه ئه گهر بزانی نیوه تیره که یه کسانه به 6 373 کم به نزیکه یی.

شیکار

دهستبکه به دۆزینه وه ی نیوه تیره ی مانگه دهستکرده که.

کەش ناسی



$$\begin{aligned} \text{نیوه تیره ی مانگی دهستکرد} &= \text{نیوه تیره ی زهوی} + \text{به رزی مانگه که} \\ 6\,373 &+ 35\,750 \\ 42\,123 &= \end{aligned}$$

خیرایی هیلی بۆ مانگه که کاتی که هه لدهستیت به خولیکی تهواو ( $2\pi$  گۆشه نیوه تیره یی) له 24 کاتژمیر خیرایی هیلی

$$\frac{r\theta}{t} = \frac{42123 \times 2\pi}{24} \approx 11028$$

که واته خیرایی هیلی مانگه دهستکرده که هیلیه 11 208 km / کاتژمیر به نزیکه یی.

ئێستا هه ژماری گۆشه خیرایی بۆ مانگه دهستکرده که بکه به به کارهینانی پرسی  $\frac{\theta}{t}$ .

$$\frac{\theta}{t} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12}$$

که واته گۆشه خیرایی مانگه دهستکرده که  $\frac{\pi}{12}$  گۆشه ی نیوه تیره یی به کاتژمیر کدا.

هه ولبده هه ژمیری خیرایی هیلی و گۆشه خیرایی بکه بۆ که سیک له سه ر زهوی که 6373 کلم دووره له چه قه که وه.

## راهینان

### به رده وامبوون له بیر کاریدا

- 1 پێوانه ی بازنه یی بۆ گۆشه چیه؟ به چی جیاوازه له پێوانه ی شهستیه که ی؟
- 2 چۆن گۆرانکاری ده که یت له گۆشه ی نیوه تیره یی بۆ پله و به پێچه وانه شه وه؟
- 3 چۆن درێژی که وانه یه که سنوور دراوه به چه قه گۆشه له بازنه یه کدا ده گۆریت ئه گهر نیوه تیره ی بازنه که چه ندجاره بکریت؟
- 4 خیرایی هیلی و گۆشه خیرایی بۆ ته نیک که له سه ر پێره ویکی بازنه یی بچولیت چیه؟ و جیاوازی چیه له نێوانیاندا؟

### راهینانی ئاراسته کراو

ئه مانه بگۆره له پله بۆ گۆشه ی نیوه تیره یی یان به پێچه وانه شه.

$$120^\circ \quad 6 \quad \frac{\pi}{4} \text{ گۆشه ی نیوه تیره}$$

هه ژمیری هه ریه که له م رێژه سیکۆشه ییانه بکه.

$$\tan \frac{5\pi}{3} \quad 9 \quad \cos \frac{5\pi}{4} \quad 8 \quad \sin \frac{2\pi}{3} \quad 7$$





10 ههژمپری درپژى ئه و كه وانه يه بكه كه چهقه گۆشه يه ك دياريدى كات پپوانه كه ي  $\frac{4\pi}{3}$  له بازنه يه كدا تيره كه ي 90cm بپت.

11 **بوخوشى** تيره ي چپشتخانه يه كى خولاوه له لوتكه ي تاوهرى كدا يه 60 مهتره و ئهم چپشتخانه يه سورپكى ته و او دهخولپنه وه به 58 خوله ك. خپرايى هيلى و گۆشه خپرايى پياويك كه دانپشتوو له نزيك په نجه ره يه ك له په نجه ره كانى چپشتخانه كه بدوژه وه.

## راهنان و جپه جپكردن

ئهمانه بگۆره له پپوانه ي شهستى بو پپوانه ي بازنه يى.

12	180°	13	90°	14	360°	15	270°
16	-30°	17	-120°	18	-240°	19	-240°
20	720°	21	930°	22	80°	23	160°

ئهمانه بگۆره له گۆشه ي نيوه تيره يى بو پله. وه لامه كه ت نزيكبه وه بو نزيكترين بهش له سه د له پله.

24	$2\pi$	25	$\pi$	26	$\frac{\pi}{2}$	27	$\frac{\pi}{4}$
28	$\frac{\pi}{3}$	29	$\frac{\pi}{6}$	30	$-\frac{\pi}{2}$	31	$-\frac{\pi}{4}$
32	-3.91	33	-9.799	34	9.27	35	4.96

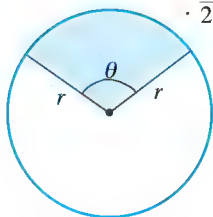
ههژمارى ههريه ك له م رپژه سيگۆشه ييانه بكه.

36	$\sin \pi$	37	$\cos \pi$	38	$\cos \frac{\pi}{3}$	39	$\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$
40	$\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$	41	$\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$	42	$\tan \pi$	43	$\tan \frac{\pi}{4}$
44	$\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	45	$\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$	46	$\sin\left(\frac{11\pi}{2}\right)$	47	$\cos 5\pi$

ههژمپرى درپژى ئه و كه وانه يه بكه كه ههريه ك له م چهقه گۆشانه له بازنه يه كدان كه نيوه تيره كه ي 10 مهتره

48	3.8 گۆشه ي نيوه تيره يى	49	2.4 گۆشه ي نيوه تيره يى	50	45 گۆشه ي نيوه تيره يى
51	72 گۆشه ي نيوه تيره يى	52	4.28 گۆشه ي نيوه تيره يى	53	0.67 گۆشه ي نيوه تيره يى
54	$\frac{\pi}{3}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	55	$\frac{2\pi}{3}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	56	$\frac{\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى
57	$\frac{\pi}{2}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	58	$\frac{7\pi}{4}$ گۆشه ي نيوه تيره يى	59	$\frac{7\pi}{6}$ گۆشه ي نيوه تيره يى

ئهمانه **رووبه رى كه رته بازنه يه ي** كه ديارى كراوه به چهقه گۆشه يه ك كه پپوانه كه ي  $\theta$  گۆشه نيوه تيره يه به شيكه له به هاى  $\pi r^2$  له رووبه رى بازنه كه  $\frac{\theta}{2\pi}$ .



$$A = \frac{\theta}{2\pi} \times \pi r^2 = \frac{\theta r^2}{2}$$

60 ههژمپرى رووبه رى كه رته بازنه يه ك بكه كه ديارى كراوه به چهقه گۆشه يه ك پپوانه كه ي  $\frac{7\pi}{6}$  له بازنه يه كدا نيوه تيره كه ي 20 بپت.

61 ههژمپرى پپوانه ي چهقه گۆشه يه ك بكه له بازنه يه كدا نيوه تيره كه ي 12 cm بپت ئه گه ر بزانى رووبه رى كه رته بازنه يه يه كه ي گۆشه كه ي ديارى كرووه ده كاته  $55.5 \text{ cm}^2$ .

ئهمانه **فلجه ي شوشه ي ئوتومبيليك دهخولپته وه**

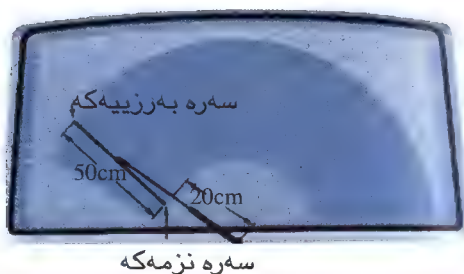
به گۆشه يه ك پپوانه كه ي  $\frac{3\pi}{4}$  گۆشه ي نيوه تيره يى بپت له هه ر 0.9 له چركه دا.

62 ههژمپرى ئه و دوورپه بكه كه خاليك له سه ر

كو تايى به رزيه كه ي و خاليك له سه ر كو تايى

نزمپه كه ي ده بپرت، كاتي ك فلجه كه دهخولپته وه

به  $\frac{3\pi}{4}$  گۆشه ي نيوه تيره يى.



63 خېرايى ھېلى بۇ ھەرىكەتتە دوو خالەكەي پېشوو بە سانتىمەتر لە چركەيەكدا ھەژمىرەكە.

ھەژمىرى ئەو دوو خېرايى بە كىلومەتر لە كاترۇمىرەكدا بەكە.

**تەكنەلۇجيا** خوينەرى پەپكە پەستىنراوكان پەپكەكە

دەسوورپىننەتە بە گۆشە خېرايىكە نەگۆر، بەلام خېرايى ھېلى بۇ

خالەك لەسەر پەپكەكە دەگۆرپت بە پىي نيوەتيرەي ئەو بازەنەيەي

كە خالەكەي لەسەرە. وا دابنى كە پىدراوكان نوسراون لە سەر

پەپكەكە لە ناو بازەنەيەك كەتيرەكەي 6 cm بېت.



64 خېرايى ھېلى بۇ خالەك ھەژمىرەكە كە

دەكەوئتە سەر لای ئەو بازەنەي كە

زانباريەكەي تىدايە. ئەگەر بزانی كە

پەپكەكە دەسوورپىننەتە بە كاتى خويندەنەو

ئەو خالە بە 200 خول لە خولەكەكدا:

65 خېرايى ھېلى بۇ خالەك ھەژمىرەكە كە

دەكەوئتە دوورى 2cm لە لای دەرەو

بازەنەك كە زانباريەكەي تىدايە، ئەگەر بزانی

پەپكەكە دەخولپىننەتە بە كاتى خويندەنەو ئەو

خالە بە 240 خول لە خولەكەكدا.

**پېشبركىي** ئۆتۆمبىلەكان لە گۆرپانپىكى بازەنەي پېشبركىيەك دەكەن كە نيوەتيرەكەي 300m ە.

يەكەك لە ئۆتۆمبىلەكان كەوانەيەكە بىرى كە پىوانەي چەقە گۆشەكەي 120° لە 17.5 چركەدا.

66 خېرايى ھېلى ئەو ئۆتۆمبىلە بە مەتر لە چركەدا ھەژمار بەكە

67 گۆشەخېرايى بۇ ئەو ئۆتۆمبىلە بە گۆشەي نيوەتيرەي لە چركەدا ھەژمار بەكە.

## روانين بۇدواو

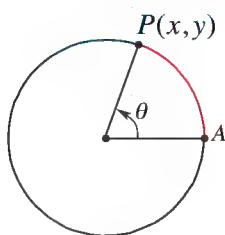
ھەر لاسەنگەيەك شىكارىكە. كۆمەلەي شىكارەكە لەسەر تەوهرى ژمارەكان بنوئتە.

$$|3x+5| < 4 \quad 70 \quad |2-x| > 1 \quad 69 \quad |x-4| \leq -2 \quad 68$$

ھەرىكە لەم ھاوكىشە پىژەپىانە شىكارىكە. و پاسادانى شىكارەكە بەكە بەھەر رېگايەك بېت.

$$\frac{y}{y-4} - \frac{y}{y+2} = \frac{5}{y^2-2y-8} \quad 72 \quad \frac{x-3}{x+5} = \frac{x}{2+1} \quad 71$$

## روانين بۇپېشەو



$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \quad 73$$

# ھاوئەنجامە سیگۆشەییە بنەرەتیەکان Fundamental Trigonometric Identities



## نامانجەکان

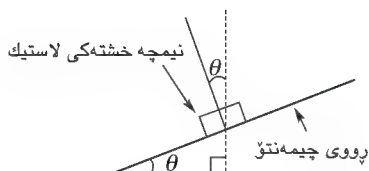
- ھاوئەنجامە سیگۆشەییە بنەرەتیەکان دەسەلمێنی.
- ھاوئەنجامە سیگۆشەییە بنەرەتیەکان بۆ کورتکردنەوی برە سیگۆشەییەکان بەکار دێنێت.

## بۆچی

دەتوانیت ھاوئەنجامە سیگۆشەییە بنەرەتیەکان بەکار بهێنیت بۆ نوسینەوی بریکی سیگۆشەیی بەیانی یەک لە پێژە سیگۆشەییەکان. کە ئەمە یارمەتیت دەدات بۆ شیکاری ژمارەییکی زۆر لە پرسیارەکان لە ژبانی رۆژانەدا وەک دیاریکردنی گۆشەیی خزان، کەوا لە نیمچە خشتەکیکی لاستیک دەکات کە دانراوە لەسەر روویەکی چیمەنتۆ دەست بەخزانن بکات.

لاکێشە تەریبێکی لاستیک دانرا لەسەر روویەکی چیمەنتۆیی. کە دەتوانی یەکێک لە لاکانی بە ھێواشی بەرزکریتەو. گۆشەیی چەمانەو دەبێتە چەند کاتیگ لاکێشە تەریبە کە دەستدەکات بە خزان؟ زاناکان ئەم گۆشەیان بەکارھێناوە بۆ دۆزینەووی ھاوکۆلەمی لیخشانان  $\mu_s$  Coefficient of Static Friction کە ئەگۆرە  $m$  لە نیوان لاستیک و چیمەنتۆیە کەدا. ئەو ھاوکۆلە دەکاتە 1.4.

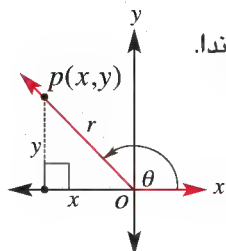
ئەووی لە خزانن لاکێشە تەریبە کە پێگەری دەکات ھێزێکە بریتیە لە  $\mu_s mg \cos \theta$  کە ھێمای  $m$  ھاوکۆلەمی لێک خشانن،  $g$  بارستایی نیمچە شەشپالووەکە و  $\mu_s$  خێرای پراکیشانە بەلام ئەو ھێزە پالەنەری خزاننە کە بە پێی  $mg \sin \theta$  دەردەبەری و کاتیگ دوو ھێزە کە یەکسان بن ئەوا. ئەوا  $4mg \cos \theta = mg \sin \theta$  ئەم ھاوکێشەییە بۆ ھەژماری گۆشە  $\theta$  بەکار بهێنە کە پێی دەوتریت گۆشەیی خزان.



## جێبەجێکردنەکان فیزیا

هاونئەنجامە سىڭۇشەيىھەكان **Trigonometric Identities** ئەو ھاوكىشانەن كە بەرپاستى دەمىنەيتەو ھەرچەندە گۇرپانكارى لە بەھايەكانى گۇراوھكانياندا بىرئىت، لەبىرت بىت كە پۇتانى خالىك لەسەر كۇتالاكەى گۇشەى  $\theta$  لەبارى پۇوانەيىدا رىگا دەدات بە ھەژماركردنى رىژەى سىڭۇشەيەكانى ئەو گۇشەى ۋەك خوارەو:

$$x \neq 0, \tan \theta = \frac{y}{x}, \cos \theta = \frac{x}{r}, \sin \theta = \frac{y}{r}$$



كاتىك  $r$  دوورى پۇتانى خالەكەيە لە خالى بىنەرەت بىت لە پروتەختى پۇتاندا.

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

شىكار

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{y}{r}}{\frac{x}{r}} = \frac{y}{x} = \tan \theta$$

دەتوانىت ھاونئەنجامەكانى تر بەھەمان رىگا بسەلمىنى يان بە بەكارھىنانى سەلمىنراوى فىثاغۇرس

نمونە

**Fundamental Trigonometric Identities** ھاونئەنجامە سىڭۇشەيىھە بىنەرەتتەيەكان

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

شىكار

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{y}{r}\right)^2 + \left(\frac{x}{r}\right)^2 = \frac{y^2 + x^2}{r^2} = \frac{r^2}{r^2} = 1$$

نمونە

ھەولبە دەتوانىت ھاونئەنجامە سىڭۇشەيىھەكان بۇ سادەكردنەوئى برە سىڭۇشەيىھەكان بەكاربھىنى و بەپىئى يەك رىژەى سىڭۇشەيى بىانوسى.

$$\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)}{1 - \cos \theta} = 1 + \cos \theta$$

شىكار

نمونە

ھەولبە ئەم برە  $\frac{\cos^2 \theta}{1 - \sin \theta}$  بەپىئى يەك لە رىژە سىڭۇشەيىھەكان بنوسە.





## نمونە

بەگەرپانەوہ بۆ پرسیارەکەى سەرەتای وانەکە، یەكسانبوونی  
 $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$  بەکاربەینە بۆ دیاریکردنی  
 گۆشەى خزانەن لە ھەر باریکدا.

ا خزانى لاستىك لەسەر چیمەنتۆ،  $\mu_s = 1.4$

ب خزانى شووشە لەسەر کانزایەكى چەورکراو  $\mu_s = 0.25$ .

شىکار

ب  $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 0.25 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 0.25 \cos \theta$

$\tan \theta = 0.25$

$\theta \approx 14.0^\circ$

ا  $mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$

$mg \sin \theta = 1.4 mg \cos \theta$

$\sin \theta = 1.4 \cos \theta$

$\tan \theta = 1.4$

$\theta \approx 54.5^\circ$

## راھبەیان

### بەردەوامبوون لە بیرکاریدا

1 ئەو پەيوەندییە چییە کە  $\sin$  و  $\cos$  و  $\tan$  بەیەكەوہ دەبەستێت؟

2 ئەو پەيوەندییە چییە لە نیوان ھاوئەنجامی  $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$  و سەلمبەئراوی فیثاگۆرس ھەبە؟

### راھبەیانى ئاراستە کراو

3 ئەم ھاوئەنجامە بسەلمبەئە  $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$ .

4 ئەم بڕە  $\frac{\cos^2 \theta}{1 + \sin \theta}$  بەپێى یەك پێژەى سێگۆشەى بنوسە.

5 بەپێى  $\sin \theta$  بنوسە  $\frac{1}{\tan^2 \theta}$ .

6 **فیزیا** گۆشەى خزان بۆ جوړیك لاستىك لەسەر چیمەنتۆ دیاریبکە کاتیك  $\mu_s = 1.2$ .

## جیبەجیکردن

## راڻيان و جڳه جيڪرڻ

بههڪارهيٽاني پيٽاسهي رڙه سيڳوشههيهڪان ٺهو هاوئنهجامانه بسهلمپنه.

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta \quad 7 \quad \frac{1}{\sin^2 \theta} = 1 + \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad 8$$

ٺهم بره سيڳوشههيهانه به پيٽي يهڪ رڙه سيڳوشههيهي بنووسه.

$$\frac{\sin \theta}{\tan \theta} \quad 9 \quad \tan \theta \cos \theta \quad 10 \quad \frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad 11 \quad \frac{\tan \theta}{\cos \theta} \quad 12$$

ٺهم بره سيڳوشههيهانه به پيٽي  $\cos \theta$  بنووسه.

$$2 \sin^2 \theta - 1 \quad 13 \quad \left(1 + \frac{1}{\sin^2 \theta}\right) \left(1 - \sin^2 \theta\right) \quad 14$$

$$\left(1 - \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \quad 15 \quad \frac{\tan \theta}{\sin \theta} \quad 16$$

ٺهم بره سيڳوشههيهانه به پيٽي  $\sin \theta$  بنووسه.

$$\frac{\cos \theta}{\tan \theta} \quad 17 \quad \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad 18$$

$$\cos^2 \theta \tan^2 \theta + \frac{1}{\sin \theta} \quad 19 \quad \tan^2 \theta \sin^2 \theta \quad 20$$

هاوئنهجامه سيڳوشههيهڪان بهڪاريهپنه بو سلهماندني راستي ههريهڪ لهمانه.

$$\frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\cos} \quad 21 \quad \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta - 1} = -\frac{1}{\sin \theta} \quad 22$$

ههريهڪ له  $\tan \theta$  و  $\sin \theta$  بهپيٽي  $\cos \theta$  بنووسه

بهسٽنهوه

جڳه جيڪرڻ



فيزيا بهگهراڻهوه بو پرسيارهڪه ليڪ خشاندي

$$mg \sin \theta = \mu_s mg \cos \theta$$

بو دياريكردني گوڙهي خزان بو هه تهنيڪ

بهڪاريهپنه.

$$\mu_s = 0.14 \quad 24$$

$$\mu_s = 0.4 \quad 25$$

$$\mu_s = 0.6 \quad 26$$

$$\mu_s = 0.25 \quad 27$$

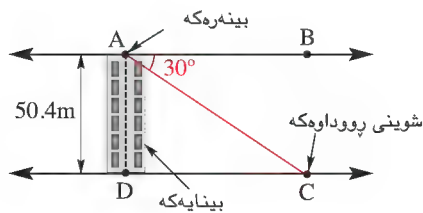
## روانين بۆدواوه



28 ھىلكارى پونكر دىنەۋەيى نەخشەسى  $y = 2(x-3)^2 + 5$  بىكىشە. پۇتانى سەرىپگە ھاۋتاكە كامەيە؟

29 لە ھىلكارى بەرامبەردا گۆشە  $\widehat{BAC}$

نزمەگۆشەيە. خالى  $A$  چاۋى كەسىكە لەسەر  
بىنايەك ۋە ستاۋە دەروانىتە پروداۋىكى  
ھاتوچۇ لە خالى  $C$  دا، شوئىنى پروداۋەكە  
چەند لە خالى  $D$  بىناكەۋە دوورە؟  
ۋە لامەكەت بۇ نىكتىرىن بەشى سەدى لەمەتر  
نىكىكەۋە.



## روانين بۆپىشەۋە



30 لە جىياتى  $\sin \theta$  نەزانراۋى  $x$  لە ھاۋكىشە  $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 3 = 0$  دا دابىنى. ئەۋ  
ھاۋكىشە دووجايەي دەستدەكەۋىت شىكارىكە. پاشان بەھاي گۆشە  $\theta$  بدۆزەرەۋەكە  
پاسادانى ھاۋكىشە سىگۆشەيەكە دەكات.

# چهرخی شاری یاری

له گرنترین یارییه خوشه‌کانی شاری  
یاری سواربوونی چهرخه گه‌وره‌که‌یه‌تی  
که له‌ویوه له به‌رزی جیاجیا سه‌یری  
دیمه‌نی شار ده‌که‌یت به خولانه‌وه‌ی  
چهرخه‌که ئه‌و به‌رزییه ده‌گورپیت. ئه‌و  
که‌سه‌ی یه‌که‌م جار نمونه‌یه‌کی له‌م  
چهرخه دروستکرد پیاویکی ئه‌مریکی بوو  
به‌ناوی جو‌رج فی‌ریس ئه‌وه‌ش به‌یونه‌ی  
پیشانگایه‌کی نیوده‌ول‌ه‌تی بوو له شاری  
شیکاگو‌ی ئه‌مریکا له سالی 1893 زاینیدا  
تیره‌ی چهرخیک. له یه‌کیک له شاره‌کانی  
یاریدا 40 مه‌تره و ته‌وره‌که‌ی له‌به‌رزی  
21 مه‌تر دایه ئه‌م چهرخه 40 کورسی  
تایبه‌تی هه‌لگرتوو هه‌ریه‌کیان 6  
که‌س ده‌گرن چهرخه‌که خولیکی ته‌واو له  
440 چرکه‌دا ته‌واوده‌کات.







## چالاکى 1

نمونەيەك بۇ چەرخىكى شارى يارى لە پروتەختى پۇتاندا دروستبەكە كە تەوهرى چەرخەكە لە خالى بنەرتدا بىت. خشتەيەك بۇ بەهاكانى دوورى خالىك لە ليوارى چەرخەكە لە تەوهرى سىنەكان پىكبهينە، بۇ ھەر سورپانەوھەيەكى چەرخەكە، بەبەكارھينانى گۆشەكانى سورپانەوھە  $0^\circ$ ،  $90^\circ$ ،  $180^\circ$ ،  $270^\circ$ ، ...  $810^\circ$  لە پروتەختى پۇتاندا، ھەر جوتىكى رىكخراو كە پىكھاتووه لە گۆشەي سورپانەوھە و بەرزىيەكەي بنوينە، كە گۆشەكانى تەوهرى سىنەكان بگريتەوھە خالەكان بگەيەنە بۇ كيشانى وينەيەكى پونكردنەوھىي گونجاو.

## چالاکى 2

خشتەيەك دروستبەكە بۇ بەهاكانى بەرزى سورابوھەك ( وای دابنى لەسەر ليوارى دانىشتووه) لە پرووى زەوييەوھە بە گۆراني گۆشەي سورپانەوھە. گۆشە سورپانەوھە چالاکى 1 بەكاربھينە لە پروتەختى پۇتانەكەدا، ھەر جوتىكى رىكخراو لە گۆشەي سورپانەوھە بەرزى سورابوھەكە لە پروتەختى پۇتانەكەدا پىكھاتووه بنوينە كە گۆشەكانى تەوهرى سىنەكان بگرنەوھە. خالەكان بگەيەنە بۇ كيشانى وينەيەكى پونكردنەوھىي گونجاو.

## چالاکى 3

1 خشتەكەي چالاکى 2 بەكاربھينە كە چەرخەكە خولىك تەواو دەكات لە 440 چركەدا، بۇ گۆرپنى يەكەكانى تەوهرى سىنەكان لە پلەكەوھە بۇ كات بەچركە. لە پروتەختى پۇتانەكەدا ھەر جوتىكى رىكخراوھەكە لەكات بە چركە لە پروتەختى پۇتانەكەدا ھەر جوتىكى رىكخراوھەكە لەكات بە چركە و بەرزىيەكەي پىك ھاتووه بنوينە كە گۆشەكان تەوهرى سىنەكان بگرنەوھە. خالەكان بگەيەنە بۇ كيشانى وينەيەكى پونكردنەوھىي گونجاو.

2 خىرايى ھىلى سورابوھەكە بە كيلۆمەتر لە كاتزمىرېكدا ھەژماربەكە.

# پیداچوونه وهی بهش

خالی  $P$  دهکوپته سهر بازنهیهک چهقهکمی خالی  
بنهپته و نیوهتیرهکمی  $r$  و کوتلاکمی گوشه  $\theta$  بیت له  
باری پیوانهپیدایه خالی  $p$  دیاریکه.

$$r = 1 ; \theta = 60 \quad 24$$

$$r = 2 ; \theta = -30 \quad 25$$

$$r = 5 ; \theta = 240 \quad 26$$

$$r = 3 ; \theta = -240 \quad 27$$

له پله بۆ رادیان یان له رادیان بۆ پله ئەمانه خواروه  
بگۆره وهلامهکان بۆ نزیکتین ده له پله نزیکبهوه.

$$78^\circ \quad 28$$

$$334.61^\circ \quad 29$$

$$-230^\circ \quad 30$$

$$\frac{\pi}{7} \text{ رادیان} \quad 31$$

$$-\frac{15\pi}{16} \text{ رادیان} \quad 32$$

$$8.87 \text{ رادیان} \quad 33$$

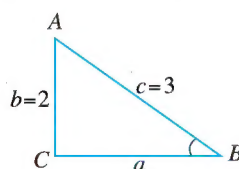
ههژمیری درێژی ئهوه کهوانهیهی سنووردراوه به  
چهقهگوشهیهک پیوانهکمی  $30^\circ$  یه له بازنهیهکداکه،  
که نیوهتیرهکمی 4.5 مهتره.

ههر بریکسی سیگوشهیی لهمانه خواروهدا بهپیی یهکمی  
رێژهی سیگوشهیی بنوسه.

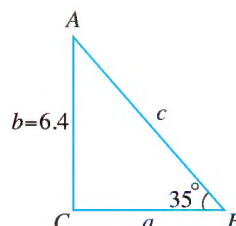
$$\tan^2 \theta \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad 36 \quad \cos^2 \theta \tan^2 \theta \quad 35$$

$$\frac{\tan^2 \theta}{\cos^2 \theta - 1} \quad 38 \quad \frac{\cos^2 \theta}{\tan^2 \theta + 1} \quad 37$$

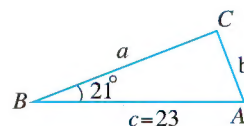
ههریهک لهم سیگوشه وهستاوانه شیکاریکه



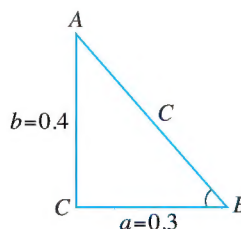
1



2



3



4

گوشه گهراونهی ههریهک لهم گوشانه دیاریکه

$$-135^\circ \quad 7 \quad 150^\circ \quad 6 \quad 270^\circ \quad 5$$

$$440^\circ \quad 10 \quad 380^\circ \quad 9 \quad -225^\circ \quad 8$$

$$-515^\circ \quad 13 \quad 973^\circ \quad 12 \quad 1028^\circ \quad 11$$

نهم رێژه سیگوشهییانه ههژماریکه.

$$\sin 315^\circ \quad 15 \quad \cos 135^\circ \quad 14$$

$$\cos 0^\circ \quad 17 \quad \tan 225^\circ \quad 16$$

$$\cos (-180^\circ) \quad 19 \quad \sin (-270^\circ) \quad 18$$

$$\cos 675^\circ \quad 21 \quad \tan (-90^\circ) \quad 20$$

$$\tan 765^\circ \quad 23 \quad \sin 600^\circ \quad 22$$



# تاقىكر دىنەۋەى بەش

18  $r = 4 ; \theta = -150^\circ$

19  $r = 8 ; \theta = 300^\circ$

20 **چىا** لىژى چىايەك دەكاتە  $\frac{7}{12}$  واتە تا لە چىاكە 7

مەتر بەرزىنەۋە دورى بەرامبەرەكە 12 مەترى

ئاسۋى دەبىت بەرزە گۆشەى چىاكە چەندە؟

لە پلە بۇ رادىيان بگۆرە، و بە پىچەوانە، با وەلامەكان بە تەۋاۋى بن

21  $315^\circ$  22  $-150^\circ$  23  $495^\circ$

24  $\frac{\pi}{12}$  25  $\frac{5\pi}{4}$  26  $-\frac{5\pi}{3}$

27 **پىشەسازى** تىرەى پانكەيەك 12cm، بە خىرايى  $33\frac{1}{3}$

لە چركەيەكدا دەخولیتەۋە خىرايى ھىلى خالىك

چەندە كە 4cm لە تەۋەرى پانكەكەۋە دورە.

ھەموو بەھا گونجاۋەكان بۇ گۆشەى  $\theta$  ھەژمار بكة ئەگەر  
بزانىت  $0 < \theta < 360^\circ$

28  $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$  29  $\cos \theta = \frac{1}{2}$

30  $\tan \theta = 1$  31  $\tan \theta = \sqrt{3}$

ھەريەك لەم بىرپانە بەپىيى يەك رېژە سىگۆشەيى بنووسە.

32  $\frac{1}{\sin \theta} - \frac{1}{\tan \theta} \times \cos \theta$

33  $\frac{1}{\cos^2 \theta} - \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$

34  $\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$

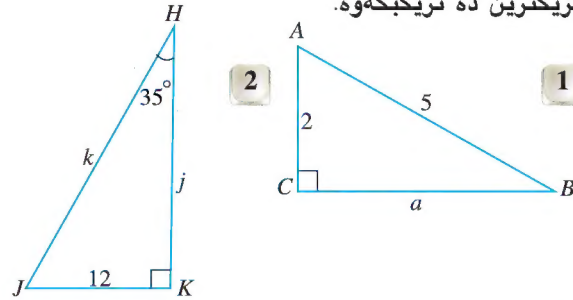
پۇتانى ھەريەك لەو خالانە ھەژمىرەكە بەسورپانەۋە  
بەدەۋرى خالى بنەرەت و بە گۆشە پىدراۋەكان.

35  $(5.8) ; 30^\circ$  36  $(-2.6) ; -60^\circ$

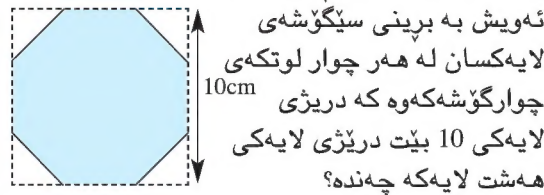
37 درىژى مىلى چركەژمىرەك 3cm. ئەو دورىيە

چەندە كە سەرەكەى لە 5 چركەدا دەپىرپىت.

ھەر يەك لەم سىگۆشانە شىكارىكە. باپىۋانەى گۆشەكان  
نزيكراۋەبن بۇ نزيكتىن پلەو و پىۋانەى لاكان بۇ  
نزيكتىن دە نزيككەۋە.



3 زىنۇ ھەشت لايەكى رېكى دروستكر



ئەۋىش بە بىرىنى سىگۆشەى  
لايەكسان لە ھەر چوار لوتكەى  
چوارگۆشەكەۋە كە درىژى  
لايەكى 10 بىت درىژى لايەكى  
ھەشت لايەكە چەندە؟

بۇ ھەريەك لەم گۆشانە ئەگەر ھەبوو گۆشە گەپراۋەكانيان  
دىارىبكە

4  $137^\circ$  5  $515^\circ$  6  $38^\circ$  7  $1729^\circ$

ھەژمارى ئەو رېژە سىگۆشەيە داۋاكرۋە بۇ گۆشەى  $\theta$   
بكە بەزانىنى ئەو چارىگەى كۇتالا گۆشەكەى تىكەۋتوۋە  
لە بارى پىۋانەيىدا و زانىنى بەھاى رېژە سىگۆشەيە  
پىدراۋەكان.

8 چارىگى چوارەم  $\cos \theta = \frac{5}{13}$ ؛  $\sin \theta =$

9 چارىگى دوۋەم  $\tan \theta = -\frac{1}{2}$ ؛  $\sin \theta =$

ھەريەك لەم رېژەى سىگۆشەيىانە ھەژمارىكە. با  
ۋەلامەكەت بە تەۋاۋەتى بى.

10  $\sin 330^\circ$  11  $\cos(-150^\circ)$  12  $\sin 720^\circ$

13  $\tan(-765^\circ)$  14  $\cos 300^\circ$  15  $\tan 270^\circ$

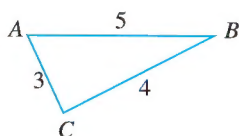
پۇتانى خالى يەكتىرپىنى بازنەيەك ھەژمارىكە.  
چەقەكەى خالى بنەرەتە و نيوەتيرەكەى  $r$  لەگەل كۇتالا  
گۆشەى  $\theta$  لە بارى پىۋانەيىدا. با ۋەلامەكان بەتەۋاۋى بن.

16  $r = 5 ; \theta = 30^\circ$

17  $r = 12 ; \theta = 225^\circ$

# تاقیکردنه‌وه‌ی که‌له‌که‌بوو

ئهم سیگۆشه‌یه به‌کاربه‌یینه بو هه‌ژماری پێژه‌ی  
سیگۆشه‌یه‌کانی.



8  $\sin A$

9  $\cos A$

10  $\tan B$

11  $\sin B$

12 یاسا «دهستور» به‌کاربه‌یینه بو شیکاری هاوکی‌شه  
دوو‌جای  $5x^2 + x - 2 = 0$ .

13 ئهم لاسه‌نگه پێژه‌یه  $\frac{6}{x-2} > \frac{5}{x-3}$  شیکاریکه.

14 به شیوه‌ی گشتی هاوکی‌شه‌ی ئه‌و راسته‌هێله  
بدو‌زهره‌وه که به خالی  $(-3, 4)$  دا ده‌پوات و له‌سه‌ر  
راسته‌هێلی  $y = 3x - 5$  نه‌ستونه.

15 بری  $\frac{x}{x+4} \div \frac{6x^2}{3x+12}$  ساده‌بکه.

16 بواری نه‌خشه‌ی  $f(x) = \sqrt{2-3x}$  دیاریبکه؟

17 بری  $3y(5x+2) - 4(5x+2)$  شیتله‌ بکه.

18 به‌های  $\sin \frac{\pi}{2}$  چه‌نده؟

19 گۆشه‌ی گه‌رانه‌وه‌ی سه‌ر به‌گۆشه‌یه‌ک پێوانه‌که‌ی  $640^\circ$   
بیته‌ چه‌نده؟

20 ئه‌گه‌ر به‌چه‌ند پێگا ده‌توانیت سه‌روک و جیگری  
سه‌روک هه‌لبژێریت له ده‌سته‌یه‌ک که پێکهاتوو له  
15 ئه‌ندام

21 دوا ژماره له شیوازی 24، 46، 50، ... کامه‌یه؟

22 له رادیان بگۆره بو پله.

23 ئه‌و گۆشه‌یه کامه‌یه که به  $\cos 0 = \sin 30^\circ$

24 ئه‌گه‌ر برۆا به‌رده‌زاریکی هه‌لدا. ئه‌گه‌ری  
ده‌ستکه‌وتنی ژماره‌ی جووت یان ژماره 1 چه‌نده؟

1 بواری نه‌خشه‌ی  $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$  پێکهاتوو له‌گشت  
ژماره‌ی راستیه‌کان جگه له.

ا  $1$  ب  $-1$  ج  $-\frac{3}{2}$  د  $\frac{3}{2}$

2 کام له زۆرپاده‌کانی خواره‌وه یه‌کسانه به زۆر  
پاده‌داری.

$(2x^3 - x^4) + (3x^2 - 5) - (x^2 - x^4 + 1)$

ا  $-2x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 6$

ب  $2x^3 + 2x^2$

ج  $2x^3 + 2x^2 - 4$

د  $2x^3 + 2x^2 + 4$

3 پۆی سینی سه‌ری بره‌گه هاوتای  $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$   
کامه‌یه؟

ا  $-1$  ب  $1$  ج  $2$  د  $-\frac{1}{2}$

4 کام له‌م ژمارانه ناکریت به شیوه‌ی پێژه‌ی دوو  
ژماره‌ی ته‌واو بنووسریت.

ا  $\text{خۆبه‌ش}$  ب  $\text{ته‌واو}$

ج  $\text{پێژه‌ی}$  د  $\text{نارپێژه‌ی}$

5 شیکاری  $|2x+5|=11$  ده‌کاته.

ا  $-3; 3$  ب  $-8; 8$

ج  $-8; 3$  د  $-3; 8$

6 دوو گۆراوی  $x$  و  $y$  په‌یوه‌ستن به‌یه‌کتیه‌وه به

گۆرانیکی راسته‌وانه. نه‌گۆری گۆرانه‌که له‌م

په‌یوه‌ندییه‌دا کامه‌یه ئه‌گه‌ر بزانیته  $y=8$  کاتی که  $x=4$

ا  $\frac{1}{2}$  ب  $2$  ج  $32$  د  $-2$

7 به‌های بری  $3(\sqrt{45})^2$  چه‌نده؟